**ĐỀ 87**

**ĐỀ THI HSG TOÁN 9 TRÀ VINH 2023-2024**

**Câu 1. (4,0 điểm)** Cho hai biểu thức

A = và B = + (với ; ; ).

1. Tính giá trị biểu thức A khi
2. Rút gọn biểu thức B.
3. Tìm các giá trị nguyên của x để P = A.B nhận giá trí là một số tự nhiên,

**Câu 2. (6,0 điểm)**

1. Giải phương trình sau:
2. Giải hệ phương trình sau:

**Câu 3. (2,0 điểm)**

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm M(0;1) và đường thẳng (d): . Tính khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng (d).

**Câu 4. (2,0 điểm)**

Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng:

**Câu 5. (4,0 điểm)**

Cho tam giác ABC vuông tại A, biếtAB = 3 cm; AC = 4,5 cm. Vẽ đường tròn tâm B, bán kính BA. Trên ta đối của tia AC lấy điểm D sao cho tam giác BCD vuông tại B. Kẻ các tiếp tuyến CN, DM với đường tròn ( M, N là tiếp điểm, khác điểm A ).

1. Chứng minh ba điểm M, B, N thẳng hàng.
2. Tính diện tích tứ giác DMNC.
3. Gọi H là giao điểm của AB và CN. Tính độ dài HB và HN.

**Câu 6. (2,0 điểm)**

Cho tam giác vuông ABC có độ dài cạnh huyền BC = a. Gọi AH là đường cao của tam giác ( H BC), D và E lần lượt là hình chiếu của H trên AC và AB . Tìm giá trị lớn nhất của diện tích tứ giác ADHE.

**------- HẾT---------**

**HƯỚNG DẪN GIẢI**

**Câu 1. (4,0 điểm)** Cho hai biểu thức

A = và B = + (với ; ; ).

1. Tính giá trị biểu thức A khi
2. Rút gọn biểu thức B.
3. Tìm các giá trị nguyên của x để P = A.B nhận giá trí là một số tự nhiên,

**Lời giải**

**a)** Ta có: =

Thay x = 25 vào biểu thức A ta được:

A = . Vậy với thì A = .

**b)** B = +

=

= =

=

Vậy B =

**c)** Ta có P = A.B = . = = 2 +

Để P nhận giá trị là một số tự nhiên thì phải là số nguyên

Suy ra phải là ước của 1

So sánh với điều kiện của bài toán ta thấy x = 0 là giá trị cần tìm

**Câu 2. (6,0 điểm)**

1. Giải phương trình sau:
2. Giải hệ phương trình sau:

**Lời giải**

**1.**  (ĐK: )

3

3

Vậy phương trình có nghiệm

**2.**

Từ phương trình (1) ta có:

+) Với thay vào (2) ta được:

2

+) Với thay vào (2) ta được:

Vậy hệ phương trình đã cho có 2 nghiệm (x;y) = (;) hoặc

(x;y) = (3;1)

**Câu 3. (2,0 điểm)**

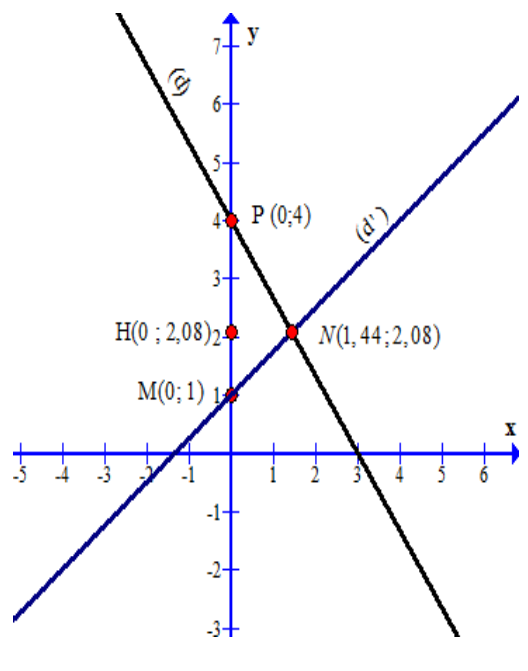
Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm M(0;1) và đường thẳng (d): . Tính khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng (d).

**Lời giải**

Ta có: (d): y + 4

Bảng giá trị (d)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 0 | 3 |
| + 4 | 4 | 0 |



Đồ thị của đường thẳng (d) được vẽ như hình bên.

Lập phương trình đường thẳng (d’): đi qua M(0; 1) và (d):

+ Để (d’) (d) thì: ) =

+ Và (d’) đi qua M(0;1) thì thay x = 0; y = 1 vào (d’) ta được

1 = . 0 + b b = 1. Vậy (d’): y = + 1

Hoành độ giao điểm N của đường thẳng (d) và (d’) là nghiệm của phương trình:

+ 4 = + 1 = 3 = = 1,44

Tung độ y = . 1,44 + 1 = = 2,08

Gọi H là hình chiếu của N trên trục tung Oy, ta có: NH = 1,44;

MH = 2,08

Do MNH vuông tại H nên: d(M; (d)) = MH =

= 1,8 (đvđd**)**

Vậy d(M;(d)) = 1,8 (đvđd)

**Câu 4. (2,0 điểm)**

Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng:

**Lời giải**

+) Ta có: 0 a,b 0 *2ab* (1)

Tương tự ta cũng có:

Cộng các vế của (1), (2) và (3) ta được:

(\*)

+) Mặt khác do a, b, c là độ dài ba cạnh của tam giác nên theo bất đẳng thức tam giác ta có:

Suy ra: < (\*\*)

Từ (\*) và (\*\*) 2

**Câu 5. (4,0 điểm)**

Cho tam giác ABC vuông tại A, biếtAB = 3 cm; AC = 4,5 cm. Vẽ đường tròn tâm B, bán kính BA. Trên ta đối của tia AC lấy điểm D sao cho tam giác BCD vuông tại B. Kẻ các tiếp tuyến CN, DM với đường tròn ( M, N là tiếp điểm, khác điểm A ).

1. Chứng minh ba điểm M, B, N thẳng hàng.
2. Tính diện tích tứ giác DMNC.
3. Gọi H là giao điểm của AB và CN. Tính độ dài HB và HN.

**Lời giải**

**a)**

****

Do CD vuông góc với bán kính BA tại A nên CA và DA là hai tiếp tiếp của (B; BA)

Theo tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau, ta có:

+) BC là phân giác của , nên: =

+) Tương tự, BD là phân giác của góc , nên: =

Suy ra: + = = = 2.90° = 180° (do tam giác BCD vuông tại B)

Vậy ba điểm M, B, N thẳng hàng.

**b)** Tính diện tích tứ giác DMNC

+) Ta có CN; DM là hai tiếp tuyến của (B; BA), nên: CN BN; DM BM

Mà ba điểm M, B, N thẳng hàng (theo câu a)

Suy ra: CN // DM (Cùng MN) hay tứ giác DMNC là hình thang vuông

+) Xét tam giác NBC vuông tại N và tam giác ABC vuông tại A ta có:

Cạnh huyền BC chung

BA = BN (cùng là bán kính của đường tròng (B; BA))

NBC = ABC (CH-CGV) CN = CA = 4,5 (cm)

+) Tương tự ta cũng có DM = DA

Xét CBD vuông tại B, theo hệ thức lượng ta có:

DA = = = 2(cm) DM = DA = 2 (cm)

+) Đường cao MN = 2 NB = 2 AB = 6 (cm)

Vậy = = = 19,5 (

**c)** H là giao điểm của AB và CN

Xét HAC và HNB ta có:

= = 90°

chung

HAC HNB (g-g) = = = = 1,5

Giải hệ trên ta được: HN = 7,2 (đvđd) và HB = 7,8 (đvđd)

**Câu 6. (2,0 điểm)**

Cho tam giác vuông ABC có độ dài cạnh huyền BC = a. Gọi AH là đường cao của tam giác ( H BC), D và E lần lượt là hình chiếu của H trên AC và AB . Tìm giá trị lớn nhất của diện tích tứ giác ADHE.



**Lời giải**

Gọi O là trung điểm của cạnh huyền BC AO là trung tuyến ứng với BC

Vì AH là đường cao của tam giác ABC (H BC) nên: AH AO (1)

Xét tứ giác ADHE có = = = 90° ADHE là hình chữ nhật

= AE.AD

Do ABH vuông tại H, đường cao EH, nên ta có: = AE.AB AE =

Tương tự với AHC, ta cũng có: AD =

Suy ra: = , mà AB.AC = AH.BC (hệ thức lượng trong ABC vuông tại A)

= (2)

Từ (1) và (2) suy ra: = = = =

Vậy Max = khi AH = AO hay H O (ABC vuông tại A).

**------- HẾT---------**