

Sở Giáo Dục và Đào Tạo Trà Vinh
Trường THPT Trà Cú
Tổ Toán.

Chuyên đề:

PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH CÓ CHỨA GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI

Gv: Cao Văn Súc

Năm Học: 2010 – 2011.

I. Lý do chọn đề tài:

Phương trình và bất phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối là kiến thức rất quan trọng trong bộ môn toán nói chung và môn toán 10 nói riêng. Tuy nhiên khi giải phương trình và bất phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối thì học sinh thường lúng túng không biết nên giải như thế nào hay dùng phương pháp nào để giải. hoctoancapba.com

Vì vậy Tôi viết sáng kiến về **“PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH CÓ CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI”** nhằm củng cố và giải tốt bài toán **PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI**.

II. Phương pháp:

Nghiên cứu thực nghiệm tại lớp 10A₁ Trường THPT Trà Cú năm học 2009 – 2010.

III. Nội dung:

Vấn đề 1: Phương pháp chia khoảng.

✦ Dùng định nghĩa: $|f(x)| = \begin{cases} f(x); & f(x) \geq 0 \\ -f(x); & f(x) < 0 \end{cases}$

✦ Xét dấu các biểu thức trong dấu giá trị tuyệt đối trên cùng một bảng.

✦ Chia ra một số khoảng trên trục số mà mỗi khoảng này ta đã biết dấu của các biểu thức trong trị tuyệt đối.

✦ Giải phương trình, bất phương trình trong khoảng đang xét.

Thí dụ: Giải phương trình: $|x^2 - x| + |2x - 1| = 1$ (1)

Giải:

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	0	$1/2$	1	$+\infty$
$x^2 - x$	+	0	-	0	+
$2x - 1$	-	-	0	+	+

$$\text{i/ } x \leq 0: (1) \Leftrightarrow x^2 - x + 1 - 2x = 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases} (L) \Leftrightarrow x = 0.$$

$$\text{ii/ } 0 < x \leq \frac{1}{2}: (1) \Leftrightarrow x - x^2 + 1 - 2x = 1 \Leftrightarrow -x^2 - x = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases} (L).$$

$$\text{iii/ } \frac{1}{2} < x \leq 1: (1) \Leftrightarrow x - x^2 - 1 + 2x = 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0.$$

$$\text{iv/ } x > 1: (1) \Leftrightarrow x^2 - x - 1 + 2x = 1 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases} (L)$$

$$\text{Vậy: } S = \{0; 1\}$$

Bài tập tương tự:

1. Giải các phương trình:

a. $|7 - 2x| = |5 - 3x| + |x + 2|$

b. $\frac{x^2 - 1 + |x + 1|}{|x|(x - 2)} = 1$

c. $|x^2 - 1| + |x| = 1$

2. Giải các bất phương trình.

a. $\frac{|x^2 - 4x| + 3}{x^2 + |x - 5|} \geq 1$.

b. $\left| \frac{2 - 3|x|}{1 + x} \right| \leq 1$

c. $|2 - |1 - |x||| \leq 1$

d. $\frac{9}{|x - 5| - 3} \geq |x - 3|$

3. Giải phương trình.

$$|x^2 - 5x + 4| - 9x^2 - 5x + 4 + 10x|x| = 0$$

4. Giải và biện luận.

$$|m^2x + 1| + |m^2(m + x)| = m^2x + 1 - m^2(m + x)$$

5. Giải hệ

$$\begin{cases} |x + 1| - |y + 2| = -2 \\ |x - 2| + 2y = 3 \end{cases}$$

6. Tìm tất cả các nghiệm nguyên của hệ.

$$\begin{cases} y - |x^2 - x| - 1 \geq 0 \\ |y - 2| + |x + 1| - 1 \leq 0 \end{cases}$$

Vấn đề 2: Phương pháp biến đổi tương đương.

$$\star |f(x)| = |g(x)| \Leftrightarrow f^2(x) = g^2(x) \Leftrightarrow f(x) = \pm g(x).$$

$$\star |f(x)| = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) = \pm g(x) \end{cases}$$

$$\star |f(x)| < |g(x)| \Leftrightarrow f^2(x) < g^2(x) \\ \Leftrightarrow [f(x) - g(x)][f(x) + g(x)] < 0$$

$$\star |f(x)| < g(x) \Leftrightarrow -g(x) < f(x) < g(x)$$

$$\star |f(x)| > g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) < -g(x) \\ f(x) > g(x) \end{cases}$$

Thí dụ: Giải và biện luận phương trình: $|x^2 + x + m| = -x^2 + x + 2$.

Giải:

Để phương trình có nghiệm ta phải có điều kiện:

$$-x^2 + x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 2$$

Khi đó phương trình đã cho tương đương với:

$$\begin{aligned}(x^2 + x + m)^2 &= (-x^2 + x + 2)^2 \\ \Leftrightarrow (2x^2 + m - 2)(2x + m + 2) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 + m - 2 = 0 \\ 2x + m + 2 = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{2-m}{2} \quad (1) \\ x = -\frac{m+2}{2} \quad (2) \end{cases}\end{aligned}$$

(1) có nghiệm $2 - m \geq 0$ (*) khi đó nghiệm của nó là:

$$x_1 = \sqrt{\frac{2-m}{2}}; x_2 = -\sqrt{\frac{2-m}{2}}$$

Kiểm tra điều kiện:

$$\star -1 \leq x_1 \leq 2 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{2-m}{2}} \leq 2 \Leftrightarrow m \geq -6. \text{ Kết hợp với (*) ta có } -6 \leq m \leq 2$$

$$\star -1 \leq x_2 \leq 2 \Leftrightarrow -1 \leq -\sqrt{\frac{2-m}{2}} \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 2$$

$$\star -1 \leq x = -\frac{m+2}{2} \leq 2 \Leftrightarrow -6 \leq m \leq 0. \text{ Gọi } x_3 = -\frac{m+3}{2}.$$

Kết luận:

$$\star m < -6 \vee m > 2: S = \emptyset$$

$$\star m = -6: S = \{2\}$$

$$\star -6 < m < 0: S = \left\{ \sqrt{\frac{2-m}{2}}; -\frac{m+3}{2} \right\}$$

$$\star m = 0: S = \{-1; 1\}$$

$$\star 0 < m < 2: S = \left\{ \sqrt{\frac{2-m}{2}}; -\sqrt{\frac{2-m}{2}} \right\}$$

$$\star m = 2: S = \{0\}$$

Bài tập tương tự:

1. Giải các phương trình và bất phương trình.

$$\text{a. } |x^2 - 2x| = |2x^2 - 1|$$

$$\text{b. } |x^2 - 5x + 4| > |x - 1|$$

$$\text{c. } |3x^2 - 2x - 1| \leq |x^2 - x|$$

2. Giải và biện luận các phương trình:

$$\text{a. } |x^2 - 2mx + 1 - m| = |x^2 + mx + 1 + 2m|$$

$$\text{b. } |mx + 1| = x^2 - x + 1$$

$$\text{c. } |x^2 + 2mx + 1| = x + 1$$

3. Giải và biện luận các bất phương trình.

$$\text{a. } |x^2 - 5x + 4| < a$$

$$\text{b. } |x^2 - 2x + a| \leq |x^2 + 3x + a|$$

4. Định a để phương trình sau có 4 nghiệm phân biệt: $(x-1)^2 = 2|x-a|$

Vấn đề 3: Phương pháp đặt ẩn phụ

Thí dụ: Định m để phương trình có nghiệm: $x^2 - 2x - m|x-1| + m^2 = 0$

Giải:

Đặt $t = |x-1|; t \geq 0$

Phương trình đã cho được viết: $t^2 - mt + m^2 - 1 = 0$ (1).hoctoancapba.com

Phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow$ (1) có ít nhất 1 nghiệm $t \geq 0$.

i/ (1) có nghiệm $t=0 \Leftrightarrow m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1$.

ii/ (1) có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow m^2 - 1 < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 1$.

iii/ (1) có các nghiệm đều dương $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3m^2 + 4 \geq 0 \\ m^2 - 1 > 0 \\ m > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{2\sqrt{3}}{3} \leq m \leq \frac{2\sqrt{3}}{3} \\ m < -1 \vee m > 1 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m \leq \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

Kết hợp các kết quả đã được, ta đi đến: $-1 \leq m \leq \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Vậy: $-1 \leq m \leq \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Bài tập tương tự:

1. Giải và biện luận bất phương trình:

$$2|x-m| < 2mx - x^2 - 2$$

2. Định m để bất phương trình sau có nghiệm:

$$x^2 + 2|x-m| + m^2 + m - 1 \leq 0$$

3. Định m để phương trình sau có nghiệm duy nhất:

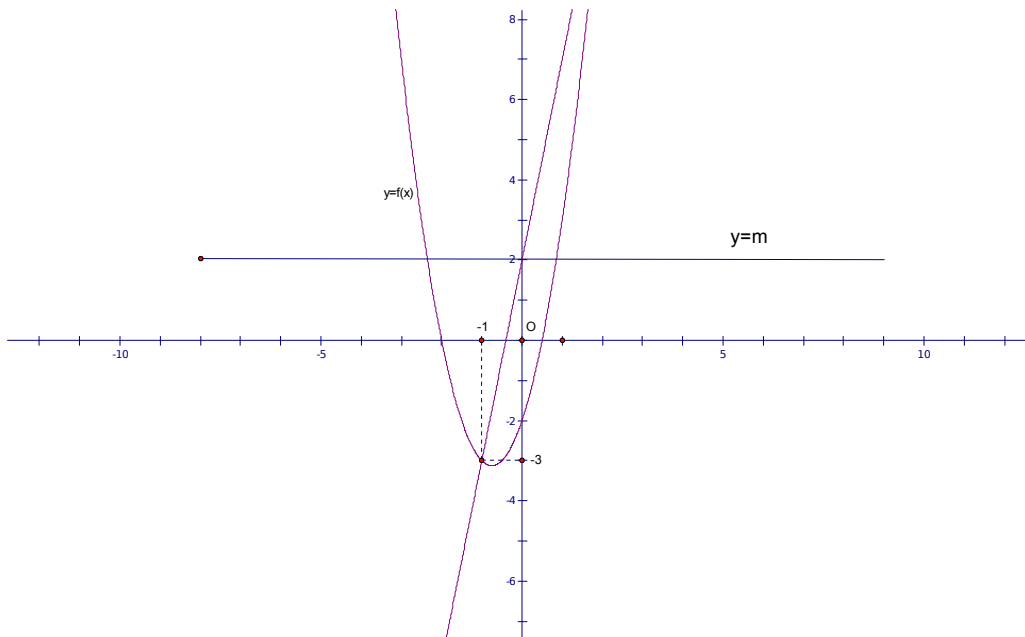
$$mx^2 - 2(m-1)x + 2 = |mx-2|$$

4. Định m để $x^2 - 2mx + 2|x-m| + 2 > 0$ với mọi x .

Vấn đề 4: Phương pháp đồ thị.

Thí dụ: Tìm m để phương trình $|x^2 - x - 2| + x^2 + 4x = m$ có nghiệm.

Giải:



Ta có $f(x) = |x^2 - x - 2| + x^2 + 4x = \begin{cases} 2x^2 + 3x - 2; & x \leq -1 \vee x \geq 2 \\ 5x + 2; & -1 < x < 2 \end{cases}$

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m$

Dựa vào đồ thị ta suy ra: phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow m \geq -3$.

Vậy: $m \geq -3$.

Bài tập tương tự:

1. Định a để phương trình $x^2 - |x| + a = 0$ có nghiệm.
2. Định m để phương trình $|2x^2 - 3x - 2| = 5m - 8x - 2x^2$ có nghiệm.

IV. Kết quả:

Áp dụng vào việc bồi dưỡng học sinh giỏi.

VI. Kết luận:

Trên đây Tôi đã nêu một số phương pháp giải phương trình và bất phương trình chứa ẩn trong dấu giá trị tuyệt đối mà ở chương trình lớp 10 nâng cao thường gặp để các em dễ dàng giải khi gặp chúng. Tuy nhiên sẽ không tránh khỏi những thiếu sót, rất mong sự đóng góp từ BGH, quý Thầy cô trong Tổ và các em học sinh.

Duyệt của BGH

Duyệt Của Tổ trưởng

Giáo viên thực hiện.

Cao Văn Súc