CHỦ ĐỀ 03 : GIÁ TRỊ LỚN NHẤT-GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

LÍ THUYẾT

❖ **Định nghĩa.**

Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ xác định trên tập D.

- Số M gọi là **giá trị lớn nhất** của hàm số $y = f\left(x\right)$ trên D nếu: $\begin{cases} f(x) \le M, \forall x \in D \\ \exists x_0 \in D, f(x_0) = M \end{cases}$.
- Kí hiệu: $M = \max\limits_{x \in D} f(x)$.
- Số m gọi là **giá trị nhỏ nhất** của hàm số $y = f\left(x\right)$ trên D nếu: $\begin{cases} f(x) \ge m, \forall x \in D \\ \exists x_0 \in D, f(x_0) = m \end{cases}$.
- Kí hiệu: $m = \min\limits_{x \in D} f(x)$.

❖ **Phương pháp tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất**

- **Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng cách khảo sát trực tiếp**

- **<u>Bước 1</u>:** Tính $f'\left(x\right)$ và tìm các điểm $x_1, x_2, ..., x_n \in D$ mà tại đó $f'\left(x\right) = 0$ hoặc hàm số không có đạo hàm.
- **<u>Bước 2</u>:** Lập bảng biến thiên và từ đó suy ra giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số.

- **Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên một đoạn**

- **<u>Bước 1</u>:**

  Hàm số đã cho $y = f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên đoạn $\left[a;b\right]$.

  Tìm các điểm $x_1, x_2, ..., x_n$ trên khoảng $\left(a;b\right)$, tại đó $f'\left(x\right) = 0$ hoặc $f'\left(x\right)$ không xác định.
- **<u>Bước 2</u>:** Tính $f\left(a\right), f\left(x_1\right), f\left(x_2\right), ..., f\left(x_n\right), f\left(b\right)$.
- **<u>Bước 3</u>:** Khi đó: $\max\limits_{\left[a,b\right]} f\left(x\right) = \max\left\{f\left(x_1\right), f\left(x_2\right), ..., f\left(x_n\right), f\left(a\right), f\left(b\right)\right\}$.

  $\min\limits_{\left[a,b\right]} f\left(x\right) = \min\left\{f\left(x_1\right), f\left(x_2\right), ..., f\left(x_n\right), f\left(a\right), f\left(b\right)\right\}$.

- **Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên một khoảng**

- **<u>Bước 1:</u>** Tính đạo hàm $f'(x)$.
- **<u>Bước 2:</u>** Tìm tất cả các nghiệm $x_i \in (a;b)$ của phương trình $f'(x) = 0$ và tất cả các điểm $\alpha_i \in (a;b)$ làm cho $f'(x)$ không xác định.
- **<u>Bước 3.</u>** Tính $A = \lim\limits_{x \to a^+} f(x)$, $B = \lim\limits_{x \to b^-} f(x)$, $f(x_i)$, $f(\alpha_i)$.
- **<u>Bước 4.</u>** So sánh các giá trị tính được và kết luận $M = \max\limits_{(a;b)} f(x)$, $m = \min\limits_{(a;b)} f(x)$.
- Nếu giá trị lớn nhất (nhỏ nhất) là A hoặc B thì ta kết luận không có giá trị lớn nhất (nhỏ nhất).

- Nếu $y = f(x)$ đồng biến trên $[a;b]$ thì $\begin{cases} \min\limits_{[a;b]} f(x) = f(a) \\ \max\limits_{[a;b]} f(x) = f(b) \end{cases}$.

- Nếu $y = f(x)$ nghịch biến trên $[a;b]$ thì $\begin{cases} \min\limits_{[a;b]} f(x) = f(b) \\ \max\limits_{[a;b]} f(x) = f(a) \end{cases}$.

- Hàm số liên tục trên một khoảng **có thể** không có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên khoảng đó.

❖ Bất đẳng thức trị tuyệt đối:

- Cho hai số thực a,b khi đó ta có: $|a|+|b| \geq |a+b| \geq |a|-|b|$.
- Dấu " = " vế trái xảy ra khi a,b cùng dấu. Dấu " = " vế phải xảy ra khi a,b trái dấu.
- Tính chất của hàm trị tuyệt đối: $max\{|a|,|b|\} = \dfrac{|a-b|+|a+b|}{2}$.

❖ Phương pháp chung để giải các bài toán tìm GTLN – GTNN của hàm số chứa dấu giá trị tuyệt đối.

- **Bước 1:** Xét hàm số $y = f(x)$ trên $[a,b]$.

  Tính đạo hàm $y' = f(x)$.

  Giải phương trình $f'(x) = 0$ và tìm các nghiệm a_i thuộc $[a,b]$.
- **Bước 2:** Giải phương trình $f(x) = 0$ và tìm các nghiệm b_j thuộc $[a,b]$.
- **Bước 3:** Tính các giá trị $|f(a)|;|f(b)|;|f(a_i)|;|f(b_j)|$. So sánh và kết luận.

VÍ DỤ MINH HỌA

VÍ DỤ 1: Cho hàm số $f(x)=m\sqrt{x-1}$ (m là tham số thực khác 0). Gọi m_1,m_2 là hai giá trị của m thỏa mãn $\min\limits_{[2;5]} f(x)+\max\limits_{[2;5]} f(x)=m^2-10$. Giá trị m_1+m_2 bằng

A. 3. **B.** 5. **C.** 10. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Với mọi $x\in[2;5]$ có $f'(x)=\dfrac{m}{2\sqrt{x-1}}$. Ta thấy dấu của $f'(x)$ phụ thuộc vào dấu của m

$\forall m\neq 0$ thì $f(x)$ đơn điệu trên $[2;5]\Rightarrow \min\limits_{[2;5]} f(x)+\max\limits_{[2;5]} f(x)=f(2)+f(5)=m+2m$

Từ giả thiết ta được $m^2-10=m+2m\Leftrightarrow m^2-3m-10=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=5 \\ m=-2 \end{array}\right.$. Vậy $m_1+m_2=3$.

VÍ DỤ 2: Cho hàm số $y=\left(x^3-3x+m+1\right)^2$. Tổng tất cả các giá trị của tham số m sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;1]$ bằng 1 là

A. -2. **B.** 4. **C.** -4. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Đặt $y=f(x)=\left(x^3-3x+m+1\right)^2$ là hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[-1;1]$.

Ta có $y'=f'(x)=2\left(x^3-3x+m+1\right)\left(3x^2-3\right)$; $f'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm 1 \\ m=-x^3+3x-1=g(x) \end{array}\right.$.

Ta khảo sát hàm số $g(x)$ trên đoạn $[-1;1]$. Bảng biến thiên của $g(x)$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Nếu $m\in[-3;1]$ thì luôn tồn tại $x_0\in[-1;1]$ sao cho $m=g(x_0)$ hay $f(x_0)=0$. Suy ra $\min\limits_{[-1;1]} y=0$, tức là không tồn tại m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Nếu $m\notin[-3;1]$ thì $f'(x)=0\Leftrightarrow x=\pm 1\in[-1;1]$.

Ta có: $\min\limits_{[-1;1]} f(x)=\min\left\{f(1);f(-1)\right\}=\min\left\{(m-1)^2;(m+3)^2\right\}$

Trường hợp 1: $m>1$ tức là $m+3>m-1>0\Rightarrow \min\limits_{[-1;1]} f(x)=(m-1)^2=1\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2\ (TM) \\ m=0\ (KTM) \end{array}\right.$

Trường hợp 2: $m<-3$ tức là $m-1<m+3<0\Rightarrow \min\limits_{[-1;1]} f(x)=(m+3)^2=1\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-4\ (TM) \\ m=-2\ (KTM) \end{array}\right.$

Vậy có hai giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán: $m=2; m=-4$, từ đó tổng tất cả các giá trị của m là -2.

VÍ DỤ 3: Biết rằng giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=mx+\dfrac{36}{x+1}$ trên đoạn $\left[0;3\right]$ bằng 20 (với m là tham số). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $0<m\le 2$. **B.** $4<m\le 8$. **C.** $2<m\le 4$. **D.** $m>8$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Ta có: $\min\limits_{[0;3]} y=20 \Leftrightarrow \begin{cases} mx+\dfrac{36}{x+1}\ge 20, \forall x\in\left[0;3\right] \\ \exists x_0\in\left[0;3\right]: mx_0+\dfrac{36}{x_0+1}=20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\ge \dfrac{20x-16}{x\left(x+1\right)}, \forall x\in\left(0;3\right] \\ \exists x_0\in\left(0;3\right]: m=\dfrac{20x_0-16}{x_0\left(x_0+1\right)} \end{cases}$ (*)

(vì $y\left(0\right)=36>20$).

Xét hàm số $g\left(x\right)=\dfrac{20x-16}{x\left(x+1\right)}$ trên $\left(0;3\right]$.

Ta có: $g'\left(x\right)=\dfrac{-20x^2+32x+16}{\left[x\left(x+1\right)\right]^2}$; $g'\left(x\right)=0 \Rightarrow -20x^2+32x+16=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{ll} x=2 & (tm) \\ x=-\dfrac{2}{5} & (l) \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	0		2		3
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	$\dfrac{11}{3}$

Do đó, từ $\left(*\right)$ suy ra $m=4$. Vậy $2<m\le 4$.

Cách 2:

Ta có: $y\left(0\right)=36$, $y\left(3\right)=3m+9$; $y'=m-\dfrac{36}{\left(x+1\right)^2}, \forall x\in\left[0;3\right]$. $y'\left(0\right)=m-36$, $y'\left(3\right)=m-\dfrac{9}{4}$.

Mà $y''=\dfrac{72}{\left(x+1\right)^3}>0, \forall x\in\left[0;3\right]$. Bảng biến thiên

x	0		3
y''		$+$	0
y'	$m-36$	$\nearrow$	$m-\dfrac{9}{4}$

Trường hợp 1: $m \le \dfrac{9}{4}$. Khi đó $y' \le 0, \forall x \in [0;3]$. Suy ra hàm số nghịch biến trên đoạn $[0;3]$.

Do đó, ta có $\min\limits_{[0;3]} y = 20 \Leftrightarrow y(3) = 20 \Leftrightarrow 3m + 9 = 20 \Leftrightarrow m = \dfrac{11}{3}$ (không thỏa mãn).

Trường hợp 2: $m \ge 36$. Khi đó $y' \ge 0, \forall x \in [0;3]$. Suy ra hàm số đồng biến trên đoạn $[0;3]$.

Do đó, ta có $\min\limits_{[0;3]} y = y(0) = 36$ (không thỏa mãn).

Trường hợp 3: $\dfrac{9}{4} < m < 36$. Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow x = -1 + \dfrac{6}{\sqrt{m}} \in (0;3)$.

x	0		$-1+\dfrac{6}{\sqrt{m}}$		3
y'		$-$	0	$+$	
y		$\searrow$		$\nearrow$	

Do đó, ta có $\min\limits_{[0;3]} y = 20 \Leftrightarrow y\left(-1 + \dfrac{6}{\sqrt{m}}\right) = 20 \Leftrightarrow -m + 12\sqrt{m} = 20 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} m = 4 & (tm) \\ m = 100 & (l) \end{array}\right.$.

Do đó $m = 4$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. Vậy $2 < m \le 4$.

VÍ DỤ 4: Cho hàm số $y = f(x) = x^6 + ax^2 + bx + 2a + b$ với a, b là các số thực. Biết hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x_0 = 1$. Giá trị nhỏ nhất có thể của $f(3)$ bằng bao nhiêu?

A. 128. **B.** 243. **C.** 81. **D.** 696.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x) = 6x^5 + 2ax + b$. Do hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x_0 = 1$ nên $f'(1) = 0 \Rightarrow b = -2a - 6$

Do hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x_0 = 1$ nên $f(x) \ge f(1), \forall x \in \mathbb{R}$.

$f(x) \ge f(1), \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^6 + ax^2 + bx + 2a + b \ge 1 + 3a + 2b, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow x^6 + ax^2 + (-2a - 6)x + 2a - 2a - 6 \ge 1 + 3a + 2b, \forall x \in \mathbb{R}$ (do $b = -2a - 6$)

$\Leftrightarrow a(x^2 - 2x + 1) \ge -x^6 + 6x - 5, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow a(x-1)^2 \ge (x-1)^2(-x^4 - 2x^3 - 3x^2 - 4x - 5), \forall x \in \mathbb{R}$ $(*)$

Mà $\max(-x^4 - 2x^3 - 3x^2 - 4x - 5) = -3 \Leftrightarrow x = -1$ nên (*) xảy ra khi $a \ge -3$.

$f(3) = 3a + 705 \Rightarrow \min f(3) = 696$.

VÍ DỤ 5: Cho $y = f(x) = \left|x^2 - 5x + 4\right| + mx$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ lớn hơn 1. Tính số phần tử của S.

A. 7. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Vì $\min_{\mathbb{R}} f(x) > 1$ nên $f(x) = |x^2 - 5x + 4| + mx > 1$ với $\forall x \in \mathbb{R}$

Với $x \in [4;+\infty)$, ta có $f(x) = mx + x^2 - 5x + 4 > 1 \Leftrightarrow m > -x - \frac{3}{x} + 5, \forall x \geq 4$

Đặt $g(x) = -x - \frac{3}{x} + 5, \forall x \geq 4$. Ta có $g'(x) = -1 + \frac{3}{x^2} < 0, \forall x \in [4;+\infty), g(4) = \frac{1}{4}$.

Do đó $g(x) \leq g(4) = \frac{1}{4}$. Vì $m > g(x)$ $\forall x \in [4;+\infty) \Leftrightarrow m > g(4) \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}$. (1)

Tương tự, với $x \in [1;4)$. Ta có $f(x) = -x^2 + 5x - 4 + mx > 1$ $\forall x \in [1;4) \Leftrightarrow m > 1$. (2)

Với $x \in (0;1)$. Ta có $f(x) = x^2 - 5x + 4 + mx > 1\ \forall x \in (0;1) \Leftrightarrow m > -x - \frac{3}{x} + 5 \Leftrightarrow m \geq 1$ (3)

Với $x \in (-\infty;0)$. Ta có $f(x) = x^2 - 5x + 4 + mx > 1\ \forall x \in (-\infty;0)$

$\Leftrightarrow m < -x - \frac{3}{x} + 5$ $\forall x \in (-\infty;0) \Leftrightarrow m < 5 + 2\sqrt{3}$ (4)

Với $x = 0$ luôn đúng.

Từ (1), (2), (3) và (4) ta có $1 < m < 5 + 2\sqrt{3}$

Vậy $S = \{2;3;4;5;6;7;8\}$ là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m thỏa mãn.

VÍ DỤ 6: Tìm tất cả các giá trị thực của m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{4^{\sin x} + m.6^{\sin x}}{9^{\sin x} + 4^{1+\sin x}}$ không nhỏ hơn $\frac{1}{3}$.

A. $m > \frac{2}{3}$. **B.** $m \geq \frac{2}{3}$. **C.** $m \geq \frac{13}{18}$. **D.** $\frac{2}{3} \leq m \leq \frac{13}{18}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y = \frac{4^{\sin x} + m.6^{\sin x}}{9^{\sin x} + 4^{1+\sin x}} = \frac{1 + m.\left(\frac{3}{2}\right)^{\sin x}}{\left(\frac{3}{2}\right)^{2\sin x} + 4}$.

Đặt $t = \left(\frac{3}{2}\right)^{\sin x}$ với $t \in \left[\frac{2}{3};\frac{3}{2}\right]$ khi đó $y = f(t) = \frac{mt+1}{t^2+4}$

Yêu cầu bài toán tương đương với:

Tồn tại $\max_{\left[\frac{2}{3};\frac{3}{2}\right]} f(t)$ (điều này luôn đúng) và $f(t) \geq \frac{1}{3}$ có nghiệm $t \in \left[\frac{2}{3};\frac{3}{2}\right]$.

Xét $f(t) \geq \frac{1}{3} \Leftrightarrow mt + 1 \geq \frac{1}{3}t^2 + \frac{4}{3} \Leftrightarrow 3m \geq \frac{t^2+1}{t}$ (1).

Đặt $g(t) = \frac{t^2+1}{t}$, $g'(t) = 1 - \frac{1}{t^2} = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Bảng biến thiên của hàm $g(t)$:

t	$\frac{2}{3}$		1		$\frac{3}{2}$
g'		$-$	0	$+$	
g		$\searrow$	$g(1)$	$\nearrow$	

Yêu cầu bài toán tương đương (1) có nghiệm hay $3m \ge g(t)$ có nghiệm $t \in \left[\frac{2}{3};\frac{3}{2}\right]$

$\Leftrightarrow 3m \ge g(1) \Leftrightarrow 3m \ge 2 \Leftrightarrow m \ge \frac{2}{3}$.

VÍ DỤ 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên tập số thực và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Biết rằng $f(-1) = \frac{10}{3}$, $f(2) = 6$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f^3(x) - 3f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

A. $\frac{10}{3}$. **B.** $\frac{820}{27}$. **C.** $\frac{730}{27}$. **D.** 198.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $g(x) = f^3(x) - 3f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$

$g'(x) = 3\left[f^2(x) - 1\right]\cdot f'(x)$, $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x) = 0 \quad (1) \\ f^2(x) = 1 \quad (2) \end{array}\right.$.

Từ bảng biến thiên, ta có: $(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \in [-1;2] \\ x = 2 \in [-1;2] \end{array}\right.$

Và $f'(x) \ge 0$, $\forall x \in [-1;2]$ nên $f(x)$ đồng biến trên $[-1;2] \Rightarrow f(x) \ge f(-1) = \frac{10}{3}$

$\Rightarrow f(x) > 1 \Rightarrow f^2(x) > 1$, $\forall x \in [-1;2]$ nên (2) vô nghiệm.

Do đó, $g'(x) = 0$ chỉ có 2 nghiệm là $x = -1$ và $x = 2$.

Ta có $g(-1) = f^3(-1) - 3f(-1) = \left(\frac{10}{3}\right)^3 - 3\left(\frac{10}{3}\right) = \frac{730}{27}$.

$g(2) = f^3(2) - 3f(2) = (6)^3 - 3(6) = 198$. Vậy $\min\limits_{[-1;2]} g(x) = g(-1) = \frac{730}{27}$.

VÍ DỤ 8: Cho hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[1;2]$. Biết rằng hàm số $y = f(x)$ và thỏa mãn $(f(x) - x)f(x) = x^6 + 3x^4 + 2x^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $3M - m$ bằng

A. 4. **B.** −28. **C.** −3. **D.** 33.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $(f(x) - x)f(x) = x^6 + 3x^4 + 2x^2 \Leftrightarrow f^2(x) - xf(x) = x^6 + 3x^4 + 2x^2$

$\Leftrightarrow 4f^2(x) - 4xf(x) = 4x^6 + 12x^4 + 8x^2 \Leftrightarrow 4f^2(x) - 4xf(x) + x^2 = 4x^6 + 12x^4 + 9x^2$

$\Leftrightarrow [2f(x) - x]^2 = (2x^3 + 3x)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2f(x) - x = 2x^3 + 3x \\ 2f(x) - x = -2x^3 - 3x \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = x^3 + 2x \\ f(x) = -x^3 - x \end{array}\right.$

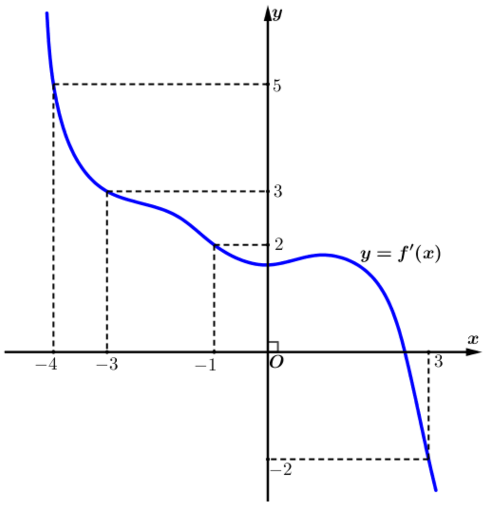
Với $f(x) = x^3 + 2x \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Với $f'(x) = -x^3 - x \Rightarrow f^{'}(x) = -3x^2 - 1 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Suy ra: $f(x) = -x^3 - x.$ Vì $f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên $M = \max\limits_{[1;2]} f(x) = f(1) = -2$

và $m = \min\limits_{[1;2]} f(x) = f(2) = -10.$ Từ đây, ta suy ra: $3M - m = 3.(-2) + 10 = 4$.

VÍ DỤ 9: Cho hàm số $f(x)$. Biết hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình dưới đây. Trên đoạn $[-4;3]$, hàm số $g(x) = 2f(x) + (1-x)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm?



A. $x = -3$. **B.** $x = -4$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = -1$.

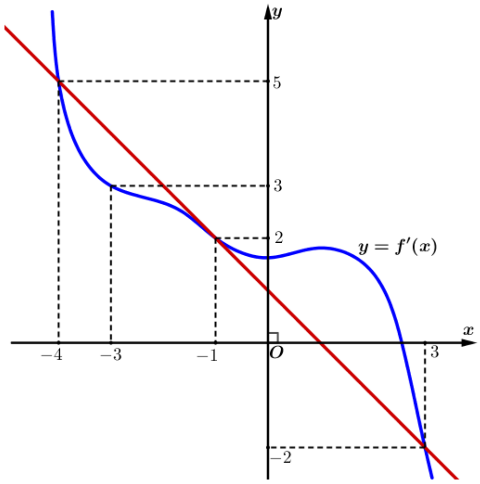
Lời giải

Chọn D

Ta có $g'(x) = 2f'(x) - 2(1-x)$.

Giải phương trình: $g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2f'(x) - 2(1-x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = (1-x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \in [-4;3] \\ x = -1 \in [-4;3] \\ x = -4 \in [-4;3] \end{array}\right.$

Tương giao đồ thị như sau



Bảng biến thiên:

x	-4		-1		3
$g'(x)$	0	$-$	0	$+$	0
$g(x)$		↘		↗	

Vậy trên đoạn $[-4;3]$, hàm số $g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm $x=-1$.