|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **NGHỆ AN**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN**  **NĂM HỌC 2022-2023**  **MÔN THI :TOÁN CHUYÊN**  *Thời gian làm bài : 150 phút* |

**Câu 1. (6,5 điểm)**

1. Giải phương trình 
2. Giải hệ phương trình 

**Câu 2. (3,0 điểm)**

1. Tìm thỏa mãn 
2. Cho là số nguyên dương. Chứng minh rằng và không đồng thời là số chính phương

**Câu 3. (1,5 điểm)**

Cho các số thực thỏa mãn 

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức 

**Câu 4. (7,0 điểm)**

Cho tam giác nhọn nội tiếp đường tròn Các đường cao cắt nhau tại H. Tia cắt (O) tại K khác A), tia cắt (O) tại M (M khác K) và tia cắt (O) tại P (khác M)

1. Chứng minh và 4 điểm cùng nằm trên một đường tròn
2. Gọi là giao điểm của và Chứng minh 
3. Tia và tia cắt đường tròn (O) lần lượt là và N (L, N khác Chứng minh 

**Câu 5. (2,0 điểm)** Cho tập hợp A gồm số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến 2022. Tìm số tự nhiên nhỏ nhất sao cho mọi tập con gồm phần tử của đều chứa phần tử là các số đôi một nguyên tố cùng nhau.

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1. (6,5 điểm)**

1. **Giải phương trình **

Ta có :

Đặt . Điều kiện . Khi đó phương trình trở thành :





Vậy 

1. **Giải hệ phương trình **



* Nếu (vô lý) , vì 
* Nếu . Khi đó , thế vào (1), ta được

. Đặt và chia hai vế của (3) cho , ta được :



-) Nếu 

-) Nếu 

Vậy hệ có nghiệm 

**Câu 2. (3,0 điểm)**

1. **Tìm thỏa mãn **

Đặt thì , ta biến đổi phương trình như sau :





Suy ra mà nên   
Từ đây ta được . Ta xét các trường hợp sau :



Vậy 

1. **Cho là số nguyên dương. Chứng minh rằng và không đồng thời là số chính phương**

Giả sử tồn tại nguyên dương sao cho và là số chính phương

Ta lập bảng đồng dư sau :

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|  | 0 | 1 | 4 | 2 | 2 | 4 | 1 |

Do đó ta rút ra được nhận xét : 1 số chính phương bất kỳ dư 0,1,2,4 theo modun 7

Quay trở lại bài toán, vì nên n chẵn(vì số chính phương bất kỳ chi đồng dư 0,1 mod 3) . Ta xét các trường hợp sau :

, mâu thuẫn với nhận xét

Cmtt và cũng mâu thuẫn với nhận xét

Do đó , điều giả sử là sai.Vậy và không đồng thời là số chính phương với mọi nguyên dương.

**Câu 3. (1,5 điểm)**

**Cho các số thực thỏa mãn **

**Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức **

Theo giả thiết, ta có : 



Cũng theo giả thiết ta có : 

Thế vào (1) ta được 

Từ đây kết hợp với , ta có :



Từ đây kết hợp với ta có :



Đến đây áp dụng (vì bình đẳng) , nên ta được :



Vậy giá trị lớn nhất của Dấu bằng xảy ra khi 

**Câu 4. (7,0 điểm)**

**Cho tam giác nhọn nội tiếp đường tròn Các đường cao cắt nhau tại H. Tia cắt (O) tại K khác A), tia cắt (O) tại M (M khác K) và tia cắt (O) tại P (khác M)**

****

1. **Chứng minh và 4 điểm cùng nằm trên một đường tròn**\* Ta có (hai góc nội tiếp cùng chắn cung 

Do mà hai đỉnh là hai đỉnh kề nhau

Suy ra tứ giác nội tiếp 

Do đó 

Suy ra hay D là trung điểm của HK

Xét có O là trung điểm của là trung điểm của 

Suy ra là đường trung bình của 

* Vì (hai góc đồng vị)

Mà (góc nội tiếp bằng nửa góc ở tâm cùng chắn cung 

hay OD là phân giác của 

Mà (2 góc nội tiếp cùng chắn cung 

, mà hai đỉnh A và O là hai đỉnh kề nhau

Suy ra tứ giác nội tiếp, hay bốn điểm cùng nằm trên một đường tròn

1. **Gọi là giao điểm của và Chứng minh **

Dễ dàng chứng minh được tứ giác nội tiếp

Suy ra Mà nên Do đó ta được :



Vì là tứ giác nội tiếp nên 

Từ (1) và (2) ta được : . Do đó tứ giác là tứ giác nội tiếp

Ta có vì hai tam giác cân và . Từ đây kết hợp với là tứ giác nội tiếp suy ra nên 

Vì nên . Mà nên 

Vậy bài toán được chứng minh

1. **Tia và tia cắt đường tròn (O) lần lượt là và N (L, N khác Chứng minh **

Vì theo b) và , vì tứ giác nội tiếp nên tứ giác nội tiếp. Do đó ta được :



Kẻ vuông góc với EF. Ta có 

Từ đây kết hợp với và định lý Talet trong hình thang ta được các tỉ lệ thức sau :



Mà nên 

Từ (\*) và (\*\*) ta được hay 

Vậy bài toán được chứng minh

**Câu 5. (2,0 điểm) Cho tập hợp A gồm số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến 2022. Tìm số tự nhiên nhỏ nhất sao cho mọi tập con gồm phần tử của đều chứa phần tử là các số đôi một nguyên tố cùng nhau.**

Trước hết, ta có nhận xét: Trong 6 số tự nhiên liên tiếp, nếu ít nhất 5 số được chọn ta luôn tìm được 3 số đôi một nguyên tố cùng nhau

Chứng minh: . Gọi 6 số tự nhiên liên tiếp đó là 

• Giả sử a chẵn, ta đặt: a = 2k, khi đó 6 số tự nhiên liên tiếp số là: Ta xét 2 trường hợp Trường hợp 1: Nếu cả 3 số 2k + l;20+3;2k+5 đều được chọn, ta có 3 số này thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Trường hợp 2: Nếu cả 3 số này có ít nhất 1 số không được chọn, khi đó vì có ít nhất 5 số được chọn nên cả 3 số đều số được chọn.

Và nếu cả 2 số 2k+1;2k+3 hoặc cả 2 số  đều được chọn thì ta lần lượt chọn các số 2k+2; 2k+4.

Khi đó 5 số được chọn đó là: 2k; 2k+1; 2k+2; 2k+4; 2k+5

Đến đây, trong 2 số 2k+1; 2k+5 sẽ có ít nhất 1 số không chia hết cho 3 vì hiệu hai số này là 4 không chia hết cho 3.

Ta xét 2k+1 chia hết cho 3. Trường hợp còn lại chứng minh tương tự. Trong trường hợp này, ta chọn 3 số: 2 + 1;2k+5;2k+2. Còn với 2k+5 chia hết cho 3 thì ta lại chọn: 2k+5; 2k + 4; 2k + 1.

• Trường hợp a lẻ, ta chứng minh tương tự.

Như vậy nhận xét được chứng minh.

Quay trở lại bài toán, xét n = 1349. Khi đó chùa 2022 số tự nhiên thành 337 nhóm:

{1; 2; 3; ...; 6),…..; (2017; 2018; ...; 2022).

Khi đó, theo nguyên lí Dirichlet tồn tại ít nhất một nhóm chứa ít nhất 5 phần tử được chọn và theo nhận xét trên thì tồn tại 3 số đòi một nguyên tố cùng nhau.

Ta chứng minh n ≤ 1348 không thỏa mãn. Thật vậy, ta chọn tất cả các số nhận 2 hoặc 3 làm ước.

Ta tính được có 1011 số chia hết cho 2, 674 số chia hết cho 3, 337 số chia hết cho 6.

Vì vậy số số được chọn sẽ là: 1011+674 – 337 = 1348. Vậy ta kết luận: n = 1349.