



**KỶ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG 2021**

**BÀI THI: TOÁN**

**THỜI GIAN: 90 PHÚT**

**SẢN PHẨM CỦA TẬP THỂ THẦY CÔ 26 TỔ NHÓM TOÁN  
“STRONG TEAM TOÁN VD-VDC”**

**STRONG TEAM TOÁN - VD-VDC**

**ĐÁP ÁN ĐỀ TOÁN - KỶ THI TN THPT NĂM 2021 (CẬP NHẬT 10h25-8/7/2021)**

Mã	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50			
101	A	C	B	D	D	A	D	D	A	C	C	A	C	A	C	B	C	A	B	A	B	D	B	A	B	C	B	B	B	A	C	D	B	B	A	C	A	A	A	C	D	D	B	D	C	D	C	D	D	A			
102	C	D	D	D	A	A	C	C	C	A	B	D	A	B	D	D	B	D	C	C	D	D	C	D	C	A	D	B	B	B	A	C	C	B	B	C	B	B	C	A	B	B	A	C	A	A	A	B	B	C			
103	B	C	C	D	C	C	B	A	B	C	D	A	C	A	B	C	B	D	C	D	C	A	A	B	C	A	D	A	B	A	A	D	D	B	B	A	B	A	D	D	B	D	D	A	D	A	D	B	D	A			
104	B	C	D	C	C	D	C	B	B	B	C	C	B	C	C	C	A	B	A	D	D	B	A	A	C	A	D	B	A	D	B	A	A	B	A	B	D	A	B	D	B	D	D	B	A	A	D						
105	A	B	B	D	D	B	D	C	C	B	C	B	A	C	B	C	B	A	D	A	A	D	D	C	B	D	B	D	C	C	B	A	A	C	D	B	D	C	A	C	C	B	C	B	A	A	D						
106	C	B	D	D	C	A	B	B	C	C	D	B	D	A	C	C	C	A	C	B	B	C	B	D	D	B	A	A	C	C	B	D	D	C	B	A	A	A	B	A	B	B	D	D	C	B	A	A	D				
107	A	C	C	A	D	B	C	D	C	C	D	D	B	B	D	B	C	B	C	A	C	D	C	A	D	B	D	A	B	C	C	D	C	C	D	D	D	A	A	B	C	B	A	A	B	A	D	A	A	B			
108	C	C	B	C	D	A	A	B	C	D	A	B	A	B	D	D	D	B	A	B	B	A	D	A	B	A	A	B	A	A	D	B	A	B	D	A	D	B	D	A	B	D	A	D	B	A	D	B	D				
109	A	A	D	A	A	C	B	C	B	B	C	B	A	B	A	B	A	D	B	B	C	C	D	D	C	D	A	B	A	A	D	C	D	A	C	D	C	D	D	C	A	A	C	C	B	A	A	C					
110	A	A	A	D	D	B	A	A	C	D	D	C	C	B	B	C	B	B	A	A	B	B	A	B	B	A	B	C	D	C	B	D	A	D	C	D	C	A	C	A	D	D	C	C	D	D	C	D	C	A			
111	A	B	C	C	D	D	C	C	D	D	D	B	B	B	C	D	A	C	C	D	C	B	A	C	D	A	B	C	B	D	A	C	B	D	D	D	B	D	C	B	D	A	B	B	C	B	D	B	C	C			
112	C	C	B	D	A	D	C	A	B	B	D	C	A	D	B	B	C	A	C	C	D	B	C	D	B	D	D	A	D	A	C	D	A	C	D	B	A	B	D	B	C	C	C	A	A	B	C	A	B	A			
113	D	B	B	A	B	C	D	D	B	A	A	B	C	D	A	D	C	A	B	B	A	B	C	A	A	B	C	C	C	A	A	C	C	A	C	C	C	B	B	B	A	C	A	C	C	B	C	B	A	B			
114	B	C	A	D	C	D	B	D	B	B	C	D	B	A	D	D	C	B	D	C	A	A	D	A	A	B	D	B	B	A	D	A	B	D	D	A	A	D	D	A	A	A	B	A	B	D	D	B	B	A			
115	A	C	A	D	D	D	A	A	D	B	A	A	D	C	B	C	A	A	A	B	B	B	C	B	A	A	B	B	A	C	C	B	C	C	B	B	A	C	A	B	B	C	C	B	B	C	B	A	C	C			
116	B	A	C	D	C	C	A	C	D	B	B	A	B	B	D	C	C	A	C	D	D	C	D	C	D	C	D	A	C	C	C	A	A	A	C	D	C	A	A	D	A	D	A	D	D	C	A	A	D				
117	D	C	B	B	A	D	C	A	B	C	A	A	C	B	A	C	D	A	B	A	C	D	C	D	C	A	D	C	A	A	C	D	D	C	D	D	A	C	D	D	A	C	D	D	A	C	D	D	A				
118	C	A	D	C	C	D	A	A	B	A	A	D	B	D	C	B	B	A	C	C	D	B	A	D	B	A	C	B	B	A	D	A	C	B	B	A	D	A	C	A	B	A	D	D	D	C	B	A	C	D	B	B	C
119	D	C	C	D	D	C	A	C	B	B	B	A	D	C	C	A	B	D	A	D	D	B	B	B	C	A	D	A	C	B	B	D	C	A	B	A	D	A	B	C	D	D	B	C	A	D	B	A	B				
120	B	A	A	B	D	B	A	A	D	D	B	B	A	A	D	D	C	C	D	D	C	C	D	C	A	D	B	D	A	A	B	D	D	C	C	D	B	C	A	B	C	B	C	A	C	B	B	A	C	C			
121	A	D	A	A	C	D	C	C	A	C	B	C	B	D	D	D	B	D	A	B	C	B	C	C	B	D	B	D	A	D	C	D	C	D	A	D	C	B	B	A	A	C	A	B	B	A	A	D	B	A			
122	A	A	C	A	C	C	B	D	C	D	D	C	B	A	B	A	C	B	B	D	B	B	D	D	C	C	D	B	D	B	D	D	B	C	B	B	C	D	D	C	B	D	B	B	C	C	B	C	D	D			
123	B	A	D	C	B	D	D	B	A	C	B	A	C	B	B	C	D	C	D	A	B	A	B	A	D	B	D	A	A	C	D	A	C	D	C	D	B	C	D	C	D	A	A	D	C	A	A	D	C	D			
124	C	D	A	C	B	D	B	A	C	B	B	D	A	A	B	C	C	B	B	D	D	C	D	D	C	D	B	C	B	A	A	B	C	B	C	D	C	C	A	A	A	D	A	D	B	D	B	A	D	A			

**STRONG TEAM TOÁN VD-VDC**

\*Là Group Toán THPT, thành lập đầu năm 2018 bởi 1 nhóm giáo viên yêu toán: cô Lưu Thâm, Trần Hồng Minh, Nguyễn Kim Duyên cùng các thầy Nguyễn Văn Quý, Nguyễn Việt Hải, Nguyễn Hưng, Trần Hùng Quân, Võ Quang Mẫn và Nguyễn Đăng Ái. Đây là nhóm toán trao đổi, làm, soạn tài liệu chuyên môn dành riêng cho các thầy cô dạy toán THPT.

\*Group hiện có 26 tổ chuyên môn, mỗi tổ 60-80 thành viên (hiện vẫn tiếp tục mở rộng) chuyên làm tài liệu, đề thi và các dự án liên quan đến toán. (Nếu có nhu cầu tham gia các tổ xin liên hệ các Admin nhóm).

\*Group không dành cho học sinh. Mọi thành viên tham gia Group đều cần dùng nick thật, nick facebook chính của mình.





## PHẦN I. ĐỀ BÀI MÃ 101

**Câu 1.** Tập nghiệm của bất phương trình  $3^x < 2$  là

- A.**  $(-\infty; \log_3 2)$ .      **B.**  $(\log_3 2; +\infty)$ .      **C.**  $(-\infty; \log_2 3)$ .      **D.**  $(\log_2 3; +\infty)$ .

**Câu 2.** Nếu  $\int_1^4 f(x)dx = 3$  và  $\int_1^4 g(x)dx = -2$  thì  $\int_1^4 (f(x) - g(x))dx$  bằng

- A.**  $-1$ .      **B.**  $-5$ .      **C.**  $5$ .      **D.**  $1$ .

**Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; -4; 0)$  và bán kính bằng 3. Phương trình của  $(S)$  là

- A.**  $(x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 9$ .      **B.**  $(x-1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 9$   
**C.**  $(x-1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 3$ .      **D.**  $(x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 3$ .

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M(3; -1; 4)$  và có một vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (-2; 4; 5)$ . Phương trình của  $d$  là:

- A.**  $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 4 - t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$ .      **B.**  $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$       **C.**  $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$       **D.**  $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$

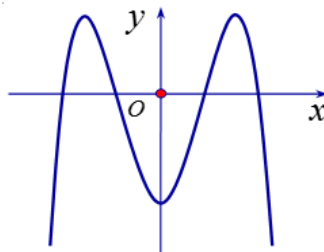
**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

$x$	$-\infty$	$-2$	$-1$	$1$	$4$	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	$0$	$+$	$0$	$+$	$0$	$-$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A.** 5.      **B.** 3.      **C.** 2.      **D.** 4.

**Câu 6.** Đồ thị nào của hàm số dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A.**  $y = -2x^4 + 4x^2 - 1$ .      **B.**  $y = -x^3 + 3x - 1$ .      **C.**  $y = 2x^4 - 4x^2 - 1$ .      **D.**  $y = x^3 - 3x - 1$ .

**Câu 7.** Đồ thị của hàm số  $y = -x^4 + 4x^2 - 3$  cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng.

- A.** 0.      **B.** 3.      **C.** 1      **D.**  $-3$ .

**Câu 8.** Với  $n$  là số nguyên dương bất kì,  $n \geq 4$ , công thức nào dưới đây đúng?





A.  $A_n^4 = \frac{(n-4)!}{n!}$ .      B.  $A_n^4 = \frac{4!}{(n-4)!}$       C.  $A_n^4 = \frac{n!}{4!(n-4)!}$       D.  $A_n^4 = \frac{n!}{(n-4)!}$ .

**Câu 9.** Phần thực của số phức  $z = 5 - 2i$  bằng

A. 5.      B. 2.      C. -5.      D. -2.

**Câu 10.** Trên khoảng  $(0; +\infty)$ , đạo hàm của hàm số  $y = x^{\frac{5}{2}}$  là:

A.  $y' = \frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}}$ .      B.  $y' = \frac{2}{5}x^{\frac{3}{2}}$ .      C.  $y' = \frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}$ .      D.  $y' = \frac{5}{2}x^{-\frac{3}{2}}$ .

**Câu 11.** Cho hàm số  $f(x) = x^2 + 4$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A.  $\int f(x)dx = 2x + C$ .      B.  $\int f(x)dx = x^2 + 4x + C$ .  
 C.  $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + 4x + C$ .      D.  $\int f(x)dx = x^3 + 4x + C$

**Câu 12.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(-2; 3; 5)$ . Tọa độ của vectơ  $\overline{OA}$  là

A.  $(-2; 3; 5)$ .      B.  $(2; -3; 5)$ .      C.  $(-2; -3; 5)$ .      D.  $(2; -3; -5)$ .

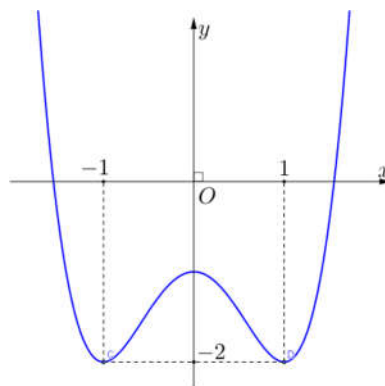
**Câu 13.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$				5		$-\infty$
			-3				

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -1.      B. 5.      C. -3.      D. 1.

**Câu 14.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A.  $(0; 1)$ .      B.  $(-\infty; 0)$ .      C.  $(0; +\infty)$ .      D.  $(-1; 1)$ .

**Câu 15.** Nghiệm của phương trình  $\log_3(5x) = 2$  là

A.  $x = \frac{8}{5}$ .      B.  $x = 9$ .      C.  $x = \frac{9}{5}$ .      D.  $x = 8$ .





**Câu 16.** Nếu  $\int_0^3 f(x)dx = 4$  thì  $\int_0^3 3f(x)dx$  bằng

- A. 36.                                      B. 12.                                      C. 3.                                      D. 4.

**Câu 17.** Thể tích của khối lập phương cạnh  $5a$  bằng

- A.  $5a^3$ .                                      B.  $a^3$ .                                      C.  $125a^3$ .                                      D.  $25a^3$ .

**Câu 18.** Tập xác định của hàm số  $y=9^x$  là

- A.  $\mathbb{R}$ .                                      B.  $[0; +\infty)$ .                                      C.  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .                                      D.  $(0; +\infty)$ .

**Câu 19.** Diện tích  $S$  của mặt cầu bán kính  $R$  được tính theo công thức nào dưới đây?

- A.  $S = 16\pi R^2$ .                                      B.  $S = 4\pi R^2$ .                                      C.  $S = \pi R^2$ .                                      D.  $S = \frac{4}{3}\pi R^2$ .

**Câu 20.** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-1}{x-1}$  là đường thẳng có phương trình

- A.  $x=1$ .                                      B.  $x=-1$ .                                      C.  $x=2$ .                                      D.  $x = \frac{1}{2}$ .

**Câu 21.** Cho  $a > 0$  và  $a \neq 1$ , khi đó  $\log_a \sqrt[4]{a}$  bằng

- A. 4.                                      B.  $\frac{1}{4}$ .                                      C.  $-\frac{1}{4}$ .                                      D. 4.

**Câu 22.** Cho khối chóp có diện tích đáy  $B = 5a^2$  và chiều cao  $h = a$ . Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A.  $\frac{5}{6}a^3$ .                                      B.  $\frac{5}{2}a^3$ .                                      C.  $5a^3$ .                                      D.  $\frac{5}{3}a^3$ .

**Câu 23.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 3x - y + 2z - 1 = 0$ . Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của  $(P)$ ?

- A.  $\vec{n}_{(P)} = (-3; 1; 2)$ .                                      B.  $\vec{n}_{(P)} = (3; -1; 2)$ .                                      C.  $\vec{n}_{(P)} = (3; 1; 2)$ .                                      D.  $\vec{n}_{(P)} = (3; 1; -2)$ .

**Câu 24.** Cho khối trụ có bán kính đáy  $r = 6$  và chiều cao  $h = 3$ . Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A.  $108\pi$ .                                      B.  $36\pi$ .                                      C.  $18\pi$ .                                      D.  $54\pi$ .

**Câu 25.** Cho hai số phức  $z = 4 + 2i$  và  $w = 3 - 4i$ . Số phức  $z + w$  bằng

- A.  $1 + 6i$ .                                      B.  $7 - 2i$ .                                      C.  $7 + 2i$ .                                      D.  $-1 - 6i$ .

**Câu 26.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 3$  và  $u_2 = 9$ . Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. -6.                                      B.  $\frac{1}{3}$ .                                      C. 3.                                      D. 6.

**Câu 27.** Cho hàm số  $f(x) = e^x + 2$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $\int f(x)dx = e^{x-2} + C$ .                                      B.  $\int f(x)dx = e^x + 2x + C$ .  
C.  $\int f(x)dx = e^x + C$ .                                      D.  $\int f(x)dx = e^x - 2x + C$ .

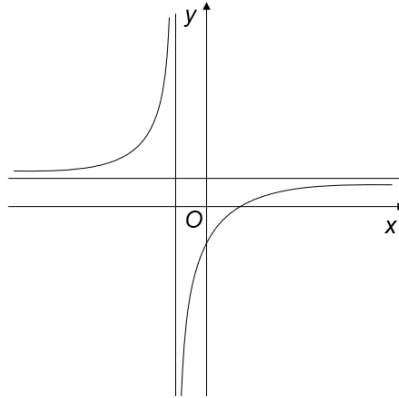
**Câu 28.** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm  $M(-3; 4)$  là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

- A.  $z_2 = 3 + 4i$ .                                      B.  $z_3 = -3 + 4i$ .                                      C.  $z_4 = -3 - 4i$ .                                      D.  $z_1 = 3 - 4i$ .





**Câu 29.** Biết hàm số  $y = \frac{x+a}{x+1}$  ( $a$  là số thực cho trước,  $a \neq 1$ ) có đồ thị như hình vẽ sau:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.**  $y' < 0, \forall x \neq -1$ .      **B.**  $y' > 0, \forall x \neq -1$ .      **C.**  $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .      **D.**  $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

**Câu 30.** Từ một hộp chứa 12 quả bóng gồm 5 quả màu đỏ và 7 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu xanh bằng

- A.**  $\frac{7}{44}$ .      **B.**  $\frac{2}{7}$ .      **C.**  $\frac{1}{22}$ .      **D.**  $\frac{5}{12}$ .

**Câu 31.** Trên đoạn  $[0;3]$ , hàm số  $y = -x^3 + 3x$  đạt giá trị lớn nhất tại điểm

- A.**  $x=0$ .      **B.**  $x=3$ .      **C.**  $x=1$ .      **D.**  $x=2$ .

**Câu 32.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(-1;3;2)$  và mặt phẳng

$(P): x - 2y + 4z + 1 = 0$ . Đường thẳng đi qua  $M$  và vuông góc với  $(P)$  có phương trình là

- A.**  $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{1}$ .      **B.**  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z+2}{1}$ .  
**C.**  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z+2}{4}$ .      **D.**  $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{4}$ .

**Câu 33.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $B$ ,  $AB = 2a$  và  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ  $C$  đến mặt phẳng  $(SAB)$  bằng

- A.**  $\sqrt{2}a$ .      **B.**  $2a$ .      **C.**  $a$ .      **D.**  $2\sqrt{2}a$ .

**Câu 34.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;0;0)$  và  $B(4;1;2)$ . Mặt phẳng đi qua  $A$  và vuông góc với  $AB$  có phương trình là

- A.**  $3x + y + 2z - 17 = 0$ .      **B.**  $3x + y + 2z - 3 = 0$ .  
**C.**  $5x + y + 2z - 5 = 0$ .      **D.**  $5x + y + 2z - 25 = 0$ .

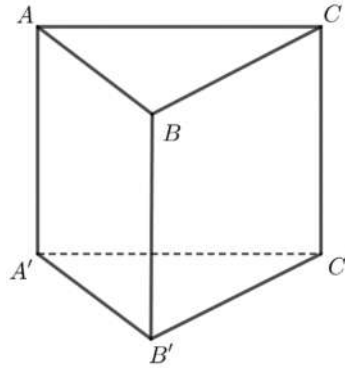
**Câu 35.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $iz = 5 + 4i$ . Số phức liên hợp của  $z$  là:

- A.**  $\bar{z} = 4 + 5i$ .      **B.**  $\bar{z} = 4 - 5i$ .      **C.**  $\bar{z} = -4 + 5i$ .      **D.**  $\bar{z} = -4 - 5i$ .

**Câu 36.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên).







Góc giữa hai đường thẳng  $AA'$  và  $BC$  bằng

- A.  $30^\circ$ .                      B.  $90^\circ$ .                      C.  $45^\circ$ .                      D.  $60^\circ$ .

**Câu 37.** Với mọi  $a, b$  thỏa mãn  $\log_2 a^3 + \log_2 b = 6$ , khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $a^3 b = 64$ .                      B.  $a^3 b = 36$ .                      C.  $a^3 + b = 64$ .                      D.  $a^3 + b = 36$ .

**Câu 38.** Nếu  $\int_0^2 f(x) dx = 5$  thì  $\int_0^2 [2f(x) - 1] dx$  bằng

- A. 8.                      B. 9.                      C. 10.                      D. 12.

**Câu 39.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 2x+5 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2+4 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ . Giả sử  $F$  là nguyên hàm của  $f$  trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn

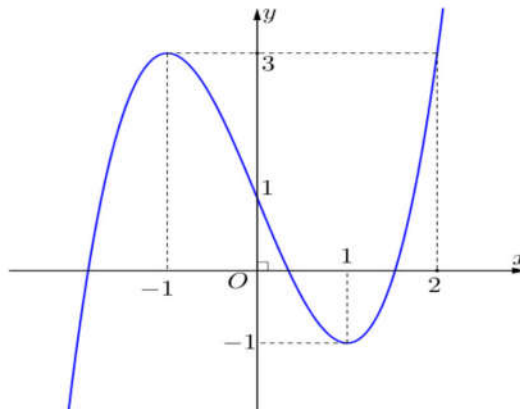
$F(0) = 2$ . Giá trị của  $F(-1) + 2F(2)$  bằng

- A. 27.                      B. 29.                      C. 12.                      D. 33.

**Câu 40.** Có bao nhiêu số nguyên  $x$  thỏa mãn  $(3^{x^2} - 9^x) \cdot [\log_3(x+25) - 3] \leq 0$ ?

- A. 24.                      B. Vô số.                      C. 26.                      D. 25.

**Câu 41.** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình  $f(f(x)) = 1$  là

- A. 9.                      B. 3.                      C. 6                      D. 7.

**Câu 42.** Cắt hình nón ( $N$ ) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng  $60^\circ$  ta được

thiết diện là tam giác đều cạnh  $4a$ . Diện tích xung quanh của ( $N$ ) bằng

- A.  $8\sqrt{7}\pi a^2$ .                      B.  $4\sqrt{13}\pi a^2$ .                      C.  $8\sqrt{13}\pi a^2$ .                      D.  $4\sqrt{7}\pi a^2$ .







## PHẦN II. BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	C	E	D	D	A	D	D	A	C
1	1	1	1	1	1	1	1	1	2
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
C	A	C	A	C	E	C	A	E	A
2	2	2	2	2	2	2	2	2	3
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
E	D	E	A	E	C	E	E	E	A
3	3	3	3	3	3	3	3	3	4
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
C	D	E	E	A	C	A	A	A	C
4	4	4	4	4	4	4	4	4	5
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
D	D	E	D	C	D	C	D	D	A

## PHẦN III. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1.** Tập nghiệm của bất phương trình  $3^x < 2$  là

- A.  $(-\infty; \log_3 2)$        B.  $(\log_3 2; +\infty)$ .       C.  $(-\infty; \log_2 3)$ .       D.  $(\log_2 3; +\infty)$ .

**Lời giải**

*FB tác giả: Nguyễn Hưng*

Ta có  $3^x < 2 \Leftrightarrow x < \log_3 2$ .

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là  $S = (-\infty; \log_3 2)$ .

**Câu 2.** Nếu  $\int_1^4 f(x)dx = 3$  và  $\int_1^4 g(x)dx = -2$  thì  $\int_1^4 (f(x) - g(x))dx$  bằng

- A.  $-1$ .       B.  $-5$ .       C.  $5$        D.  $1$ .

**Lời giải**

*FB tác giả: Ngoclan Nguyen*

Ta có  $\int_1^4 (f(x) - g(x))dx = \int_1^4 f(x)dx - \int_1^4 g(x)dx = 3 - (-2) = 5$ .

**Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; -4; 0)$  và bán kính bằng 3. Phương trình của  $(S)$  là

- A.  $(x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 9$ .       B.  $(x-1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 9$







C.  $(x-1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 3.$

D.  $(x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 3.$

**Lời giải****FB tác giả: Vu Thi Thanh Huyen**Do mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; -4; 0)$  và bán kính bằng 3 nên phương trình mặt cầu  $(S)$  là:

$$(x-1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 9.$$

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M(3; -1; 4)$  và có một vector chỉ phương  $\vec{u} = (-2; 4; 5)$ . Phương trình của  $d$  là:

$$\text{A. } \begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 4 - t \\ z = 5 + 4t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$$

**Lời giải****FB tác giả: Phuong Nguyen**Vì đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M(3; -1; 4)$  và có một vector chỉ phương  $\vec{u} = (-2; 4; 5)$  nên phương

$$\text{trình của đường thẳng } d \text{ là: } \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$$

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng xét dấu của đạo hàm như sau :

$x$	$-\infty$		$-2$		$-1$		$1$		$4$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	

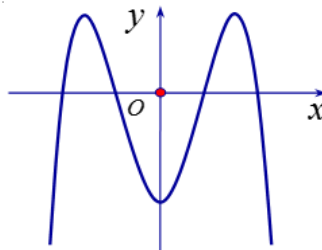
Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 5.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

**Lời giải****FB tác giả: Ngọc Quách**Từ bảng biến thiên ta thấy  $f'(x) = 0$  có 4 nghiệm và đổi dấu qua các nghiệm này nên hàm số  $y = f(x)$  có 4 điểm cực trị.**Câu 6.** Đồ thị nào của hàm số dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên ?

A.  $y = -2x^4 + 4x^2 - 1$

B.  $y = -x^3 + 3x - 1.$

C.  $y = 2x^4 - 4x^2 - 1.$

D.  $y = x^3 - 3x - 1.$

**Lời giải**





Ta có  $\int f(x)dx = \int (x^2 + 4)dx = \frac{x^3}{3} + 4x + C$ .

**Câu 12.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(-2; 3; 5)$ . Toạ độ của vectơ  $\overline{OA}$  là

- A.**  $(-2; 3; 5)$ .      **B.**  $(2; -3; 5)$ .      **C.**  $(-2; -3; 5)$ .      **D.**  $(2; -3; -5)$ .

**Lời giải**

**FB tác giả: Hương Ly**

Ta có  $A(-2; 3; 5)$  nên toạ độ của vectơ là  $\overline{OA} = (-2; 3; 5)$ .

**Câu 13.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$		$-1$		$1$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	
$f(x)$	$+\infty$				$5$		$-\infty$
			$-3$				

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

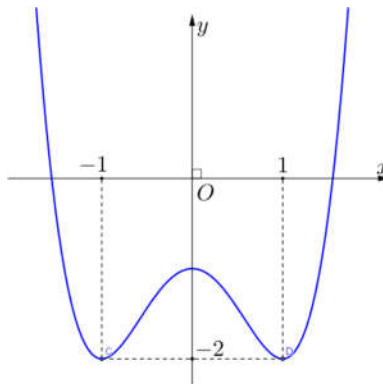
- A.**  $-1$ .      **B.**  $5$ .      **C.**  $-3$ .      **D.**  $1$ .

**Lời giải**

**FB tác giả: Đặng Hương**

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là  $y_{CT} = -3$ .

**Câu 14.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



- A.**  $(0; 1)$ .      **B.**  $(-\infty; 0)$ .      **C.**  $(0; +\infty)$ .      **D.**  $(-1; 1)$ .

**Lời giải**

**FB tác giả: Ngọc Thanh**

Dựa vào đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , ta thấy hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(0; 1)$ .

**Câu 15.** Nghiệm của phương trình  $\log_3(5x) = 2$  là





A.  $x = \frac{8}{5}$ .

B.  $x=9$ .

C.  $x = \frac{9}{5}$ .

D.  $x=8$ .

Lời giải

FB tác giả: Dieuptnguyen

Phương trình  $\log_3(5x) = 2 \Leftrightarrow 5x = 3^2 \Leftrightarrow x = \frac{9}{5}$ .

**Câu 16.** Nếu  $\int_0^3 f(x)dx = 4$  thì  $\int_0^3 3f(x)dx$  bằng

A. 36.

B. 12.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

FB tác giả: Đoàn Thanh Huyền

Ta có  $\int_0^3 3f(x)dx = 3\int_0^3 f(x)dx = 3.4 = 12$ .

**Câu 17.** Thể tích của khối lập phương cạnh  $5a$  bằng

A.  $5a^3$ .

B.  $a^3$ .

C.  $125a^3$ .

D.  $25a^3$ .

Lời giải

FB tác giả: Minh Ngọc

Thể tích của khối lập phương cạnh  $5a$  là  $V = (5a)^3 = 125a^3$ .

**Câu 18.** Tập xác định của hàm số  $y=9^x$  là

A.  $\mathbb{R}$ .

B.  $[0; +\infty)$ .

C.  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

D.  $(0; +\infty)$ .

Lời giải

FB tác giả: Hàng Nguyễn

Tập xác định hàm số  $y=9^x$  là  $\mathbb{R}$ .

**Câu 19.** Diện tích  $S$  của mặt cầu bán kính  $R$  được tính theo công thức nào dưới đây?

A.  $S = 16\pi R^2$ .

B.  $S = 4\pi R^2$ .

C.  $S = \pi R^2$ .

D.  $S = \frac{4}{3}\pi R^2$ .

Lời giải

FB tác giả: Kim Huệ

Diện tích  $S$  của mặt cầu bán kính  $R$  là:  $S = 4\pi R^2$ .

**Câu 20.** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-1}{x-1}$  là đường thẳng có phương trình

A.  $x=1$ .

B.  $x=-1$ .

C.  $x=2$ .

D.  $x = \frac{1}{2}$ .

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Hữu Kính

Vì  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x-1}{x-1} = +\infty$  nên đường thẳng  $x=1$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-1}{x-1}$ .





1. **Câu 21.** Cho  $a > 0$  và  $a \neq 1$ , khi đó  $\log_a \sqrt[4]{a}$  bằng

- A. 4.      **B.  $\frac{1}{4}$ .**      C.  $-\frac{1}{4}$ .      D. 4.

**Lời giải**

**FB tác giả: Hong Chau Tran.**

Với  $a > 0$  và  $a \neq 1$  ta có:  $\log_a \sqrt[4]{a} = \log_a a^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4} \log_a a = \frac{1}{4}$ .

**Câu 22.** Cho khối chóp có diện tích đáy  $B = 5a^2$  và chiều cao  $h = a$ . Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A.  $\frac{5}{6}a^3$ .      B.  $\frac{5}{2}a^3$ .      C.  $5a^3$ .      **D.  $\frac{5}{3}a^3$ .**

**Lời giải**

**Fb tác giả: Len Nguyen Thi**

Ta có thể tích khối chóp là  $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{5}{3}a^3$ .

**Câu 23.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 3x - y + 2z - 1 = 0$ . Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của  $(P)$ ?

- A.  $\overrightarrow{n_{(P)}} = (-3; 1; 2)$ .      **B.  $\overrightarrow{n_{(P)}} = (3; -1; 2)$ .**      C.  $\overrightarrow{n_{(P)}} = (3; 1; 2)$ .      D.  $\overrightarrow{n_{(P)}} = (3; 1; -2)$ .

**Lời giải**

**FB tác giả: Lương Công Bằng**

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$  là:  $\overrightarrow{n_{(P)}} = (3; -1; 2)$ .

**Câu 24.** Cho khối trụ có bán kính đáy  $r = 6$  và chiều cao  $h = 3$ . Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A.  $108\pi$ .**      B.  $36\pi$ .      C.  $18\pi$ .      D.  $54\pi$ .

**Lời giải**

**FB tác giả: La Nguyễn**

Ta có  $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 6^2 \cdot 3 = 108\pi$ .

**Câu 25.** Cho hai số phức  $z = 4 + 2i$  và  $w = 3 - 4i$ . Số phức  $z + w$  bằng

- A.  $1 + 6i$ .      **B.  $7 - 2i$ .**      C.  $7 + 2i$ .      D.  $-1 - 6i$ .

**Lời giải**

**FB tác giả: Đỗ Hằng**

Ta có  $z + w = 4 + 2i + 3 - 4i = 7 - 2i$ .

**Câu 26.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 3$  và  $u_2 = 9$ . Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A.  $-6$ .      B.  $\frac{1}{3}$ .      **C. 3.**      D. 6.

**Lời giải**

**FB tác giả: La Nguyễn**

Ta có  $u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = 3$ .





**Câu 27.** Cho hàm số  $f(x) = e^x + 2$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $\int f(x)dx = e^{x-2} + C$ .

**B.**  $\int f(x)dx = e^x + 2x + C$ .

C.  $\int f(x)dx = e^x + C$ .

D.  $\int f(x)dx = e^x - 2x + C$ .

**Lời giải**

**FB tác giả: Nguyễn Huyền Nga**

Ta có  $\int f(x)dx = \int (e^x + 2)dx = e^x + 2x + C$ .

**Câu 28.** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm  $M(-3;4)$  là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

A.  $z_2 = 3 + 4i$ .

**B.**  $z_3 = -3 + 4i$ .

C.  $z_4 = -3 - 4i$ .

D.  $z_1 = 3 - 4i$ .

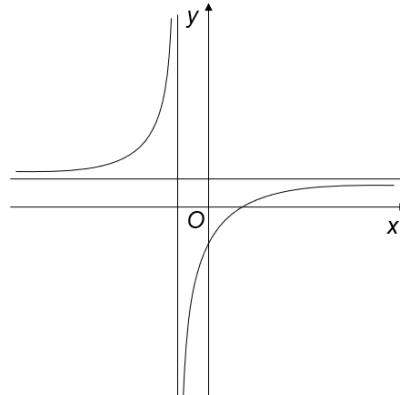
**Lời giải**

**FB tác giả: Nguyễn Đức Thắng**

Điểm  $M(a;b)$  trong mặt phẳng tọa độ được gọi là điểm biểu diễn số phức  $z = a + bi$ .

Do đó điểm  $M(-3;4)$  điểm là điểm biểu diễn số phức  $z = -3 + 4i$ .

**Câu 29.** Biết hàm số  $y = \frac{x+a}{x+1}$  ( $a$  là số thực cho trước,  $a \neq 1$ ) có đồ thị như hình vẽ sau:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $y' < 0, \forall x \neq -1$ .

**B.**  $y' > 0, \forall x \neq -1$ .

C.  $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

D.  $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

**Lời giải**

**FB tác giả: Mỹ Nguyễn Thị**

Hàm số đã cho có tập xác định là  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

Do đó  $y' > 0, \forall x \neq -1$ .

**Câu 30.** Từ một hộp chứa 12 quả bóng gồm 5 quả màu đỏ và 7 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu xanh bằng

**A.**  $\frac{7}{44}$ .

B.  $\frac{2}{7}$ .

C.  $\frac{1}{22}$ .

D.  $\frac{5}{12}$ .

**Lời giải**

**FB tác giả: Trọng Luân**

Số phần tử của không gian mẫu là:  $n(\Omega) = C_{12}^3 = 220$ .







Gọi  $A$  là biến cố: “Lấy được 3 quả màu xanh”. Ta có  $n(A) = C_7^3 = 35$ .

Vậy xác suất của biến cố  $A$  là:  $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{35}{220} = \frac{7}{44}$ .

**Câu 31.** Trên đoạn  $[0;3]$ , hàm số  $y = -x^3 + 3x$  đạt giá trị lớn nhất tại điểm

A.  $x=0$ .

B.  $x=3$ .

**C.  $x=1$**

D.  $x=2$ .

**Lời giải**

**FB tác giả: Nguyễn Thành Trung**

Hàm số  $y = -x^3 + 3x$  xác định và liên tục trên đoạn  $[0;3]$ .

$$y' = -3x^2 + 3; y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [0;3] \\ x = -1 \notin [0;3] \end{cases}$$

Ta có:  $f(0) = 0$ ;  $f(3) = -18$ ;  $f(1) = 2$ .

Vậy  $\max_{[0;3]} f(x) = 2$  đạt tại  $x = 1$ .

**Câu 32.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(-1;3;2)$  và mặt phẳng  $(P): x - 2y + 4z + 1 = 0$ . Đường thẳng đi qua  $M$  và vuông góc với  $(P)$  có phương trình là

A.  $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{1}$ .

B.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z+2}{1}$ .

C.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z+2}{4}$ .

**D.  $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{4}$**

**Lời giải**

**FB tác giả: Trần Mạnh Nguyễn**

Mặt phẳng  $(P)$  có một vector pháp tuyến là  $\vec{n}_p = (1; -2; 4)$ .

Gọi  $d$  là đường thẳng qua  $M(-1;3;2)$  và vuông góc với  $(P)$ .

Vì  $d \perp (P)$  nên  $d$  nhận vector  $\vec{n}_p = (1; -2; 4)$  làm vector chỉ phương.

Vậy phương trình đường thẳng  $d$  là:  $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{4}$ .

**Câu 33.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $B$ ,  $AB = 2a$  và  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ  $C$  đến mặt phẳng  $(SAB)$  bằng

A.  $\sqrt{2}a$ .

**B.  $2a$**

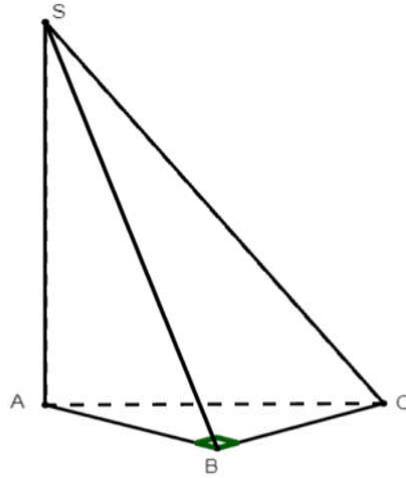
C.  $a$ .

D.  $2\sqrt{2}a$ .

**Lời giải**

**FB tác giả: Trương Huyền**





$$SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp CB .$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} CB \perp AB \\ CB \perp SA \end{cases} \Rightarrow CB \perp (SAB) .$$

$$\text{Do đó } d(C, (SAB)) = CB = AB = 2a .$$

**Câu 34.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;0;0)$  và  $B(4;1;2)$ . Mặt phẳng đi qua  $A$  và vuông góc với  $AB$  có phương trình là

**A.**  $3x + y + 2z - 17 = 0$ .

**B.**  $3x + y + 2z - 3 = 0$

**C.**  $5x + y + 2z - 5 = 0$ .

**D.**  $5x + y + 2z - 25 = 0$ .

**Lời giải**

*FB tác giả: Nguyễn Ngọc Nam*

Gọi  $(P)$  là mặt phẳng đi qua  $A(1;0;0)$  và vuông góc với  $AB$ .

Do  $(P) \perp AB$  nên vector  $\vec{n} = \overline{AB} = (3;1;2)$  là một vector pháp tuyến của  $(P)$ .

Vậy phương trình mặt phẳng  $(P)$  cần lập là:  $3x + y + 2z - 3 = 0$ .

**Câu 35.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $iz = 5 + 4i$ . Số phức liên hợp của  $z$  là:

**A.**  $\bar{z} = 4 + 5i$

**B.**  $\bar{z} = 4 - 5i$ .

**C.**  $\bar{z} = -4 + 5i$ .

**D.**  $\bar{z} = -4 - 5i$ .

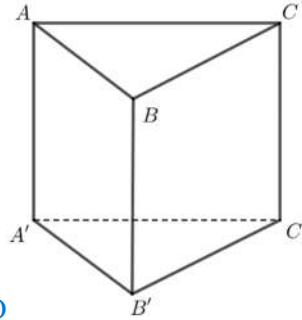
**Lời giải**

*FB tác giả: Chương Huy*

$$\text{Ta có } iz = 5 + 4i \Leftrightarrow z = \frac{5 + 4i}{i} = 4 - 5i .$$

Vậy số phức liên hợp của  $z$  là:  $\bar{z} = 4 + 5i$ .

**Câu 36.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên).



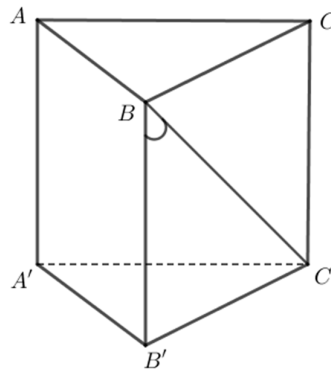
Q

Góc giữa hai đường thẳng  $AA'$  và  $BC$  bằng

A.  $30^\circ$ .B.  $90^\circ$ .C.  $45^\circ$ .D.  $60^\circ$ .

Lời giải

FB tác giả: Lê Mỹ Dương



Ta có:  $AA' \parallel BB'$  nên góc giữa hai đường thẳng  $AA'$  và  $BC$  là góc giữa hai đường thẳng  $BB'$  và  $BC$  và bằng góc  $\widehat{B'BC}$  (do  $\widehat{B'BC}$  nhọn).

Tam giác  $BB'C$  vuông cân tại  $B'$  nên  $\widehat{B'BC} = 45^\circ$ .

Vậy góc giữa hai đường thẳng  $AA'$  và  $BC$  bằng  $45^\circ$ .

**Câu 37.** Với mọi  $a, b$  thỏa mãn  $\log_2 a^3 + \log_2 b = 6$ , khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $a^3 b = 64$ .B.  $a^3 b = 36$ .C.  $a^3 + b = 64$ .D.  $a^3 + b = 36$ .

FB tác giả: Lê Đức Hiền

Lời giải

Ta có:  $\log_2 a^3 + \log_2 b = 6 \Leftrightarrow \log_2 (a^3 b) = 6 \Leftrightarrow a^3 b = 2^6 = 64$ .

**Câu 38.** Nếu  $\int_0^2 f(x) dx = 5$  thì  $\int_0^2 [2f(x) - 1] dx$  bằng

A. 8.

B. 9.

C. 10.

D. 12.

Lời giải

FB tác giả: Phạm Quốc Hưng

Ta có:  $\int_0^2 [2f(x) - 1] dx = 2 \int_0^2 f(x) dx - \int_0^2 1 dx = 2 \cdot 5 - 2 = 8$ .





**Câu 39.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 2x+5 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2+4 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ . Giả sử  $F$  là nguyên hàm của  $f$  trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn

$F(0) = 2$ . Giá trị của  $F(-1) + 2F(2)$  bằng

**A.** 27.

**B.** 29.

**C.** 12.

**D.** 33.

**Lời giải**

**FB tác giả: Thy Nguyen Vo Diem**

$$\text{Ta có } I = \int_0^{-1} f(x)dx + 2 \int_0^2 f(x)dx = F(-1) - F(0) + 2F(2) - 2F(0).$$

$$\text{Do đó } I = F(-1) + 2F(2) - 3F(0) = F(-1) + 2F(2) - 6 \Rightarrow F(-1) + 2F(2) = I + 6.$$

$$\text{Mà } \int_0^{-1} f(x)dx = -\int_{-1}^0 (3x^2+4)dx = -5 \text{ và } 2 \int_0^2 f(x)dx = 2 \left( \int_0^1 (3x^2+4)dx + \int_1^2 (2x+5)dx \right) = 26.$$

$$\text{Suy ra } I = 26 - 5 = 21.$$

$$\text{Vậy } F(-1) + 2F(2) = 21 + 6 = 27.$$

**Câu 40.** Có bao nhiêu số nguyên  $x$  thỏa mãn  $(3^{x^2} - 9^x) \cdot [\log_3(x+25) - 3] \leq 0$ ?

**A.** 24.

**B.** Vô số.

**C.** 26.

**D.** 25.

**Lời giải**

**FB tác giả: Thành Luân**

Điều kiện:  $x > -25$  (\*).

Trường hợp 1:

$$\begin{cases} 3^{x^2} - 9^x \geq 0 \\ \log_3(x+25) - 3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{x^2} \geq 3^{2x} \\ \log_3(x+25) \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \geq 2x \\ x+25 \leq 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq 2 \\ x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Kết hợp với điều kiện (\*) ta được  $x \in (-25; 0] \cup \{2\}$ .

Mà  $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-24; -23; \dots; 1; 0; 2\} \Rightarrow$  có 26 giá trị nguyên của  $x$  thỏa mãn.

Trường hợp 2:

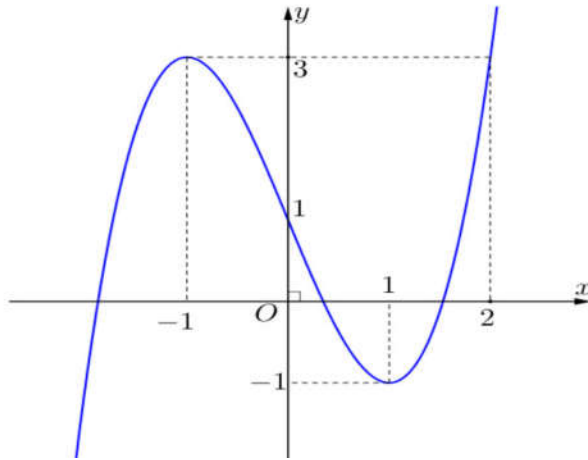
$$\begin{cases} 3^{x^2} - 9^x \leq 0 \\ \log_3(x+25) - 3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{x^2} \leq 3^{2x} \\ \log_3(x+25) \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \leq 2x \\ x+25 \geq 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ x \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2 \text{ (tm)}.$$

Kết hợp các trường hợp, ta có tất cả 26 giá trị nguyên của của  $x$  thỏa mãn đề.





**Câu 41.** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình  $f(f(x)) = 1$  là

A. 9.

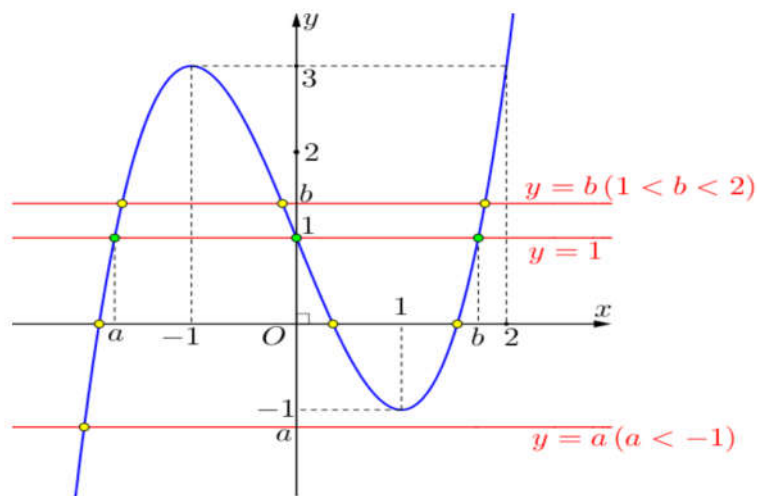
B. 3.

C. 6

**D. 7**

**Lời giải**

**FB tác giả: Nguyễn Tuyệt Lê**



Căn cứ vào đồ thị hàm số đã cho ta thấy:

$$f(f(x)) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = a \quad (a < -1) \\ f(x) = 0 \\ f(x) = b \quad (1 < b < 2) \end{cases}.$$

Căn cứ vào đồ thị hàm số  $y = f(x)$  ta có:

+ Với  $a < -1$ , phương trình  $f(x) = a$  có 1 nghiệm.

+ Phương trình  $f(x) = 0$  có ba nghiệm thực phân biệt.

+ Với  $1 < b < 2$ , phương trình  $f(x) = b$  có ba nghiệm thực phân biệt.

Các nghiệm của các phương trình  $f(x) = a$ ;  $f(x) = 0$ ;  $f(x) = b$  là các nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có 7 nghiệm thực phân biệt.



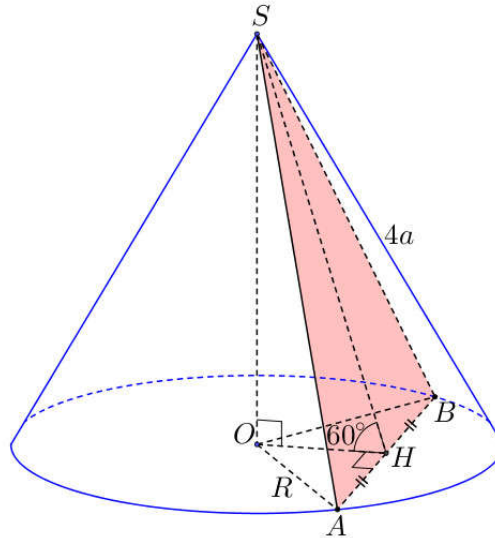


**Câu 42.** Cắt hình nón ( $N$ ) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng  $60^\circ$  ta được thiết diện là tam giác đều cạnh  $4a$ . Diện tích xung quanh của ( $N$ ) bằng

- A.  $8\sqrt{7}\pi a^2$ .      B.  $4\sqrt{13}\pi a^2$ .      C.  $8\sqrt{13}\pi a^2$ .      **D.  $4\sqrt{7}\pi a^2$**

**Lời giải**

**FB tác giả: Thanh Tâm Trần**



Gọi  $O$  là tâm đường tròn đáy và thiết diện là  $\Delta SAB$  đều cạnh  $4a$ .

Gọi  $H$  là trung điểm của  $AB$ . Ta có  $SH = SA \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2a\sqrt{3}$ .

Khi đó góc giữa hai mặt phẳng ( $SAB$ ) và ( $OAB$ ) là  $\widehat{SHO} \Rightarrow \widehat{SHO} = 60^\circ$ .

Trong tam giác  $SHO$  có  $\sin 60^\circ = \frac{SO}{SH} \Rightarrow SO = SH \sin 60^\circ = 3a$ .

Trong tam giác  $SOA$  có  $OA = \sqrt{SA^2 - SO^2} = a\sqrt{7}$ .

Vậy diện tích xung quanh của ( $N$ ) là  $S_{xq} = \pi r l = 4\pi\sqrt{7}a^2$ .

**Câu 43.** Trên tập hợp các số phức, xét phương trình  $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$  ( $m$  là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của  $m$  để phương trình đó có nghiệm  $z_0$  thỏa mãn  $|z_0| = 7$ ?

- A. 2.      **B. 3**      C. 1.      D. 4.

**Lời giải**

**FB tác giả: Thượng Đàm**

Phương trình  $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$  (1) có  $\Delta' = 2m+1$ .

+Trường hợp 1:  $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{1}{2}$ .

Phương trình (1) có nghiệm  $z_0$  thỏa mãn  $|z_0| = 7$  suy ra  $z_0 = 7$  hoặc  $z_0 = -7$ .







Nếu  $z_o = 7$  suy ra  $49 - 14(m+1) + m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 14m + 35 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 7 + \sqrt{14} \\ m = 7 - \sqrt{14} \end{cases}$ , (chọn).

Nếu  $z_o = -7$  suy ra  $49 + 14(m+1) + m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2 + 14m + 63 = 0$  vô nghiệm.

+ Trường hợp 2:  $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{1}{2}$ . Khi đó phương trình (1) có hai nghiệm phức  $z_1; z_2$  thỏa mãn

$$z_o = z_1 = \overline{z_2}.$$

Suy ra  $|z_o| = 7 \Leftrightarrow z_o \cdot \overline{z_o} = 49 \Leftrightarrow z_1 \cdot z_2 = 49 \Leftrightarrow m^2 = 49 \Leftrightarrow m = \pm 7$ .

Kết hợp điều kiện  $m < -\frac{1}{2}$  suy ra  $m = -7$ .

Vậy có 3 giá trị của  $m$  thỏa mãn.

**Câu 44.** Xét các số phức  $z, w$  thỏa mãn  $|z| = 1$  và  $|w| = 2$ . Khi  $|z + i\overline{w} - 6 - 8i|$  đạt giá trị nhỏ nhất,  $|z - w|$  bằng?

A.  $\frac{\sqrt{221}}{5}$ .

B.  $\sqrt{5}$ .

C. 3.

**D.**  $\frac{\sqrt{29}}{5}$ .

**Lời giải**

**Fb tác giả: Lưu Thêm**

Gọi  $M, N$  lần lượt là các điểm biểu diễn số phức  $z - 6 - 8i$  và  $-i\overline{w}$ .

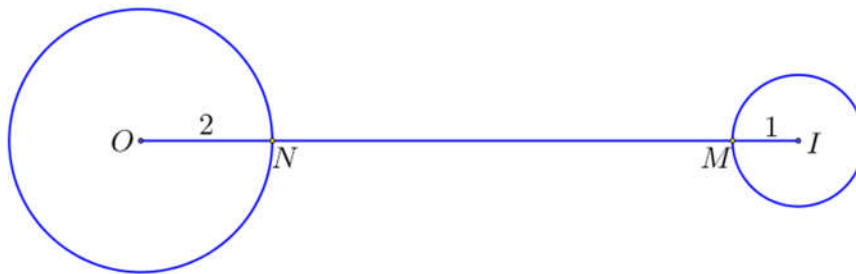
Ta có  $|z| = 1 \Leftrightarrow |(z - 6 - 8i) + (6 + 8i)| = 1 \Leftrightarrow MI = 1$ , với  $I(-6; -8)$ .

Suy ra tập hợp điểm  $M$  là đường tròn  $(T_1)$  tâm  $I(-6; -8)$  và bán kính  $R_1 = 1$ .

Ta có  $|-i\overline{w}| = |-i| \cdot |\overline{w}| = 2$ . Suy ra tập hợp điểm  $N$  là đường tròn  $(T_2)$  tâm  $O$  và bán kính  $R_2 = 2$ .

Ta có  $P = |z + i\overline{w} - 6 - 8i| = MN$ .

$\Rightarrow \min P = OI - R_1 - R_2 = 10 - 1 - 2 = 7$  (do  $(T_1)$  và  $(T_2)$  rời nhau).





$$\text{, đạt được khi } \begin{cases} \overline{OM} = \frac{9}{10} \overline{OI} \\ \overline{ON} = \frac{1}{5} \overline{OI} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M\left(-\frac{27}{5}; -\frac{36}{5}\right) \\ N\left(-\frac{6}{5}; -\frac{8}{5}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z - 6 - 8i = -\frac{27}{5} - \frac{36}{5}i \\ -i\bar{w} = -\frac{6}{5} - \frac{8}{5}i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{3}{5} + \frac{4}{5}i \\ w = \frac{8}{5} + \frac{6}{5}i \end{cases}$$

$$\text{Vậy } |z - w| = \left| -1 - \frac{2}{5}i \right| = \frac{\sqrt{29}}{5}.$$

**Cách 2: Đoàn Trí Dũng**

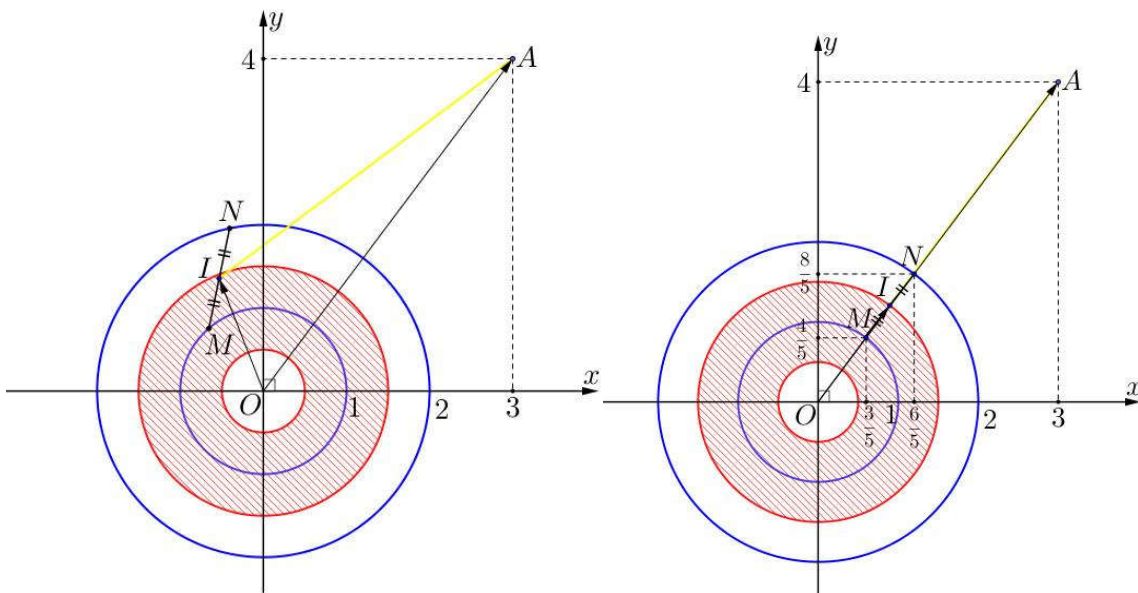
Ta có  $|w| = 2 \Rightarrow |i\bar{w}| = 2$ .

Gọi  $M, N$  là điểm biểu diễn của các số phức  $z, i\bar{w}$  và  $A(3;4)$ .

Khi đó  $|z + i\bar{w} - 6 - 8i| = |\overline{OM} + \overline{ON} - 2\overline{OA}| = 2|\overline{OI} - \overline{OA}| = 2AI$ , với  $I$  là trung điểm  $MN$ .

Do  $M, N$  thuộc hai đường tròn tâm  $O$ , bán kính 1 và 2 nên  $I$  thuộc hình vành tròn được giới hạn bởi

hai đường tròn bán kính  $\frac{1}{2}$  và  $\frac{3}{2}$ .



Suy ra  $AI$  nhỏ nhất  $\Leftrightarrow O, M, N, A$  thẳng hàng.

$$\text{Khi đó } M\left(\frac{3}{5}; \frac{4}{5}\right), N\left(\frac{6}{5}; \frac{8}{5}\right) \Rightarrow \begin{cases} z = \frac{3}{5} + \frac{4}{5}i \\ i\bar{w} = \frac{6}{5} + \frac{8}{5}i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z = \frac{3}{5} + \frac{4}{5}i \\ w = \frac{8}{5} + \frac{6}{5}i \end{cases}$$

$$\text{Vậy } |z - w| = \left| -1 - \frac{2}{5}i \right| = \frac{\sqrt{29}}{5}.$$

**Câu 45.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$  và mặt phẳng

$(P): x + 2y + z - 4 = 0$ . Hình chiếu vuông góc của  $d$  trên  $(P)$  là đường thẳng có phương trình

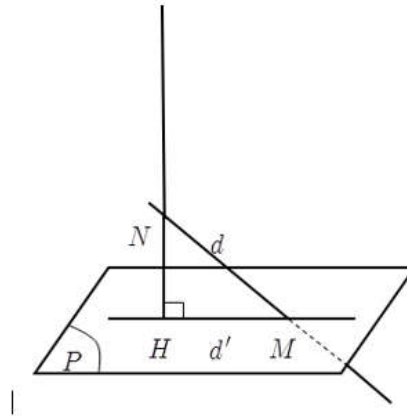




A.  $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{-4}$ .    B.  $\frac{x}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1}$ .    C.  $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-4}$ .    D.  $\frac{x}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{1}$ .

Lời giải

FB tác giả: Ngọc Thanh



Mặt phẳng  $(P)$  có một vec tơ pháp tuyến là  $\vec{n}_p = (1; 2; 1)$ .

Gọi  $M$  là giao điểm của  $d$  và  $(P)$ .

$$M \in d \Rightarrow M(m; m+1; -m+2).$$

$$M \in (P) \Leftrightarrow m+2(m+1)+(-m+2)-4=0 \Leftrightarrow m=0. \text{ Suy ra } M(0; 1; 2).$$

Lấy  $N(1; 2; 1) \in d$ .

Gọi  $\Delta$  là đường thẳng qua  $N$  và vuông góc với  $(P)$ .

Suy ra đường thẳng  $\Delta$  có một vectơ chỉ phương là  $\vec{u}_\Delta = \vec{n}_p = (1; 2; 1)$ .

$$\text{Do đó phương trình đường thẳng } \Delta \text{ là: } \begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1+t \end{cases}$$

Gọi  $H$  là giao điểm của  $\Delta$  và  $(P)$ .

$$H \in \Delta \Rightarrow H(1+h; 2+2h; 1+h).$$

$$H \in (P) \Leftrightarrow 1+h+2(2+2h)+(1+h)-4=0 \Leftrightarrow 6h+2=0 \Leftrightarrow h=-\frac{1}{3}. \text{ Suy ra } H\left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right).$$

$$\text{Ta có } \vec{MH} = \left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}; -\frac{4}{3}\right).$$

Gọi  $d'$  là hình chiếu vuông góc của  $d$  trên  $(P)$ .

Suy ra đường thẳng  $d'$  qua  $M(0; 1; 2)$  có một vectơ chỉ phương là  $\vec{u}_{d'} = 3\vec{MH} = (2; 1; -4)$ .

Vậy phương trình hình chiếu vuông góc  $d'$  của  $d$  trên  $(P)$  là:  $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-4}$ .





**Câu 46.** Cho hàm số  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  với  $a, b, c$  là các số thực. Biết hàm số  $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x)$  có hai giá trị cực trị là  $-3$  và  $6$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \frac{f(x)}{g(x)+6}$  và  $y = 1$  bằng

A.  $2\ln 3$ .B.  $\ln 3$ .C.  $\ln 18$ .D.  $2\ln 2$ .**Lời giải****FB tác giả: Lưu Thâm**

Xét hàm số  $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x)$

Ta có  $g'(x) = f'(x) + f''(x) + f'''(x) = f'(x) + f''(x) + 6$ .

Theo giả thiết ta có phương trình  $g'(x) = 0$  có hai nghiệm  $m, n$  và  $\begin{cases} g(m) = -3 \\ g(n) = 6 \end{cases}$ .

Xét phương trình  $\frac{f(x)}{g(x)+6} = 1 \Rightarrow g(x) + 6 - f(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) + f''(x) + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = n \end{cases}$ .

Diện tích hình phẳng cần tính là:

$$\begin{aligned} S &= \left| \int_m^n \left( 1 - \frac{f(x)}{g(x)+6} \right) dx \right| = \left| \int_m^n \frac{g(x)+6-f(x)}{g(x)+6} dx \right| = \left| \int_m^n \frac{f'(x)+f''(x)+6}{g(x)+6} dx \right| = \left| \int_m^n \frac{g'(x)}{g(x)+6} dx \right| \\ &= \left| \ln |g(x)+6| \Big|_m^n \right| = \left| \ln |g(n)+6| - \ln |g(m)+6| \right| = \left| \ln 12 - \ln 3 \right| = \ln 4 = 2\ln 2. \end{aligned}$$

**Câu 47.** Có bao nhiêu số nguyên  $y$  sao cho tồn tại  $x \in \left( \frac{1}{3}; 3 \right)$  thỏa mãn  $27^{3x^2+xy} = (1+xy) \cdot 27^{9x}$ ?

A. 27.

B. 9.

C. 11.

D. 12.

**Lời giải****FB tác giả: Lưu Thâm**

+) Ta có  $(1) \Leftrightarrow 3x^2 + xy = \log_{27}(1+xy) + 9x$

$\Leftrightarrow 3x^2 - 9x - 1 = \log_{27} t - t$ , với  $t = 1 + xy > 0$ .

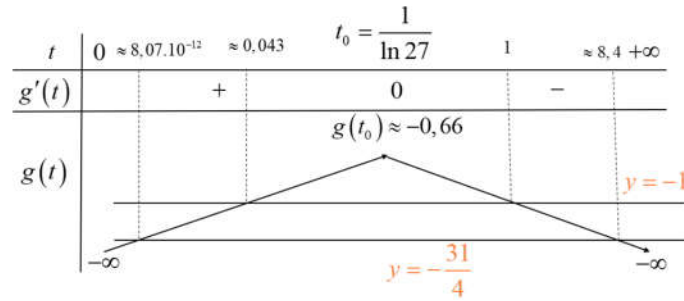
+) Xét hàm số  $f(x) = 3x^2 - 9x - 1$ .

Ta có  $-\frac{31}{4} \leq f(x) < -1 \quad \forall x \in \left( \frac{1}{3}; 3 \right)$ .

+) Xét hàm số  $g(t) = \log_{27} t - t, t > 0$ .

$g'(t) = \frac{1}{t \ln 27} - 1; g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{\ln 27}$





Ta có  $-\frac{31}{4} \leq f(x) < -1 \quad \forall x \in \left(\frac{1}{3}; 3\right)$ . Suy ra  $-\frac{31}{4} \leq g(t) < -1 \Leftrightarrow \begin{cases} t \in (\approx 8,07 \cdot 10^{-12}; \approx 0,04) \\ t \in (1; \approx 8,4) \end{cases}$

$$\text{hay } \begin{cases} \approx 8,07 \cdot 10^{-12} < 1 + xy < \approx 0,04 \\ 1 < 1 + xy < \approx 8,4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \approx \frac{-1 + 8,07 \cdot 10^{-12}}{x} < y < \approx \frac{-1 + 0,04}{x} \\ 0 < y < \approx \frac{7,4}{x} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -3 < y < -\frac{1}{3}, & (x \in \left(\frac{1}{3}; 3\right), y \text{ nguyên}). \\ 0 < y \leq 22 \end{cases}$$

+) Nhận thấy  $y = -2; y = -1$  thỏa mãn đề.

+) Với  $0 < y \leq 22$ , ta có (1)  $\Leftrightarrow 3x^2 - 9x - 1 - \log_{27}(1 + xy) + (1 + xy) = 0$ .

Nhập hàm, thay các giá trị nguyên của  $y$ , kiểm tra nghiệm  $x \in \left(\frac{1}{3}; 3\right)$  dẫn đến chọn  $1 \leq y \leq 9$ .

Vậy  $y \in \{-2; -1; 1; 2; \dots; 9\}$  nên có 11 giá trị nguyên của  $y$  thỏa mãn đề.

**Câu 48.** Cho khối hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy là hình vuông,  $BD = 2a$ , góc giữa hai mặt phẳng  $(A'BD)$  và  $(ABCD)$  bằng  $30^\circ$ . Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A.  $6\sqrt{3}a^3$ .

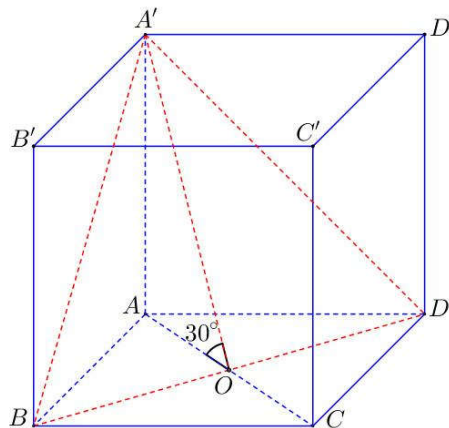
B.  $\frac{2\sqrt{3}}{9}a^3$ .

C.  $2\sqrt{3}a^3$ .

**D.**  $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$ .

**Lời giải**

*FB tác giả: Phùng Hoàng Cúc*



Gọi  $\varphi$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(A'BD)$  và  $(ABCD)$ .





Gọi  $O = AC \cap BD$ .

Ta có  $\begin{cases} AO \perp BD \\ AA' \perp BD \end{cases} \Rightarrow A'O \perp BD \Rightarrow \varphi = (AO; A'O) = \widehat{AOA'} = 30^\circ$ .

Ta có đáy  $ABCD$  là hình vuông có  $BD = 2a \Rightarrow AB = AD = a\sqrt{2}$ .

Ta có  $AO = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}BD = a$ .

Trong  $\triangle AOA'$  có  $AA' = AO \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

Vậy thể tích khối hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  là:

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA' \cdot S_{ABCD} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot 2a^2 = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}.$$

**Câu 49.** Trong không gian Oxyz, cho hai điểm  $A(1; -3; -4)$  và điểm  $B(-2; 1; 2)$ . Xét hai điểm  $M$  và  $N$  thay đổi thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$  sao cho  $MN = 2$ . Giá trị lớn nhất của  $|AM - BN|$  bằng

A.  $3\sqrt{5}$ .

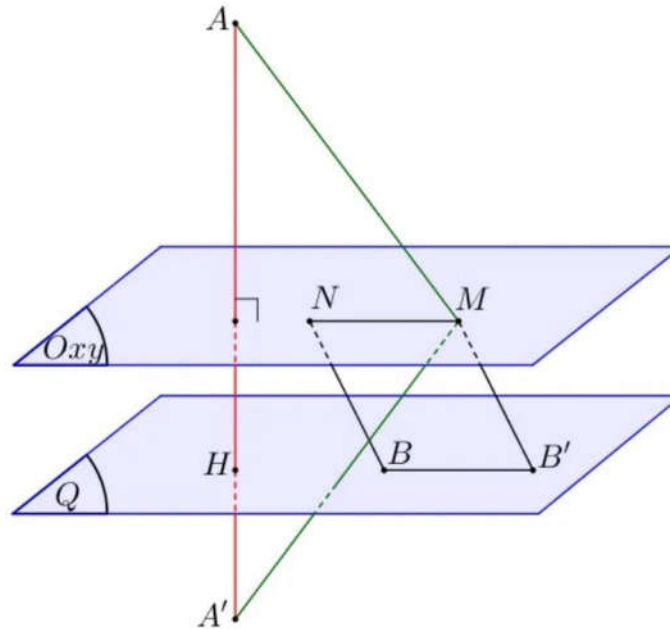
B.  $\sqrt{61}$ .

C.  $\sqrt{13}$ .

**D.  $\sqrt{53}$ .**

**Lời giải**

**FB tác giả: Nguyễn Thị Thúy**



Gọi  $A'$  đối xứng với  $A$  qua mặt phẳng  $(Oxy)$ . Suy ra  $A'(1; -3; 4)$ .

Dựng  $\overline{BB'} = \overline{NM}$ . Khi đó  $B'$  thuộc mặt phẳng  $(Q)$  qua  $B$  và song song  $(Oxy)$ .

Phương trình  $(Q): z = 2$ . Và  $BB' = 2$ .

Suy ra  $B'$  thuộc đường tròn tâm  $B$ , bán kính  $R = 2$  trong  $(Q)$ .

Ta có:  $|AM - BN| = |A'M - MB'| \leq A'B'$ . Trong đó  $A'; B'$  cùng phía so với  $(Oxy)$ .

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $A'$  trên  $(Q)$ . Suy ra  $H(1; -3; 2)$ .







Suy ra  $A'H = 2; HB' \leq HB + BB' = 5 + 2 = 7$ .

Khi đó  $A'B' = \sqrt{A'H^2 + HB'^2} \leq \sqrt{4 + 49} = \sqrt{53}$ .

Dấu bằng xảy ra khi  $B$  nằm giữa  $B'$  và  $H$  và  $M = A'B' \cap (Oxy)$  và  $\overline{BB'} = \overline{NM}$ .

**Câu 50.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x-7)(x^2-9), \forall x \in \mathbb{R}$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để hàm số  $g(x) = f(|x^3 + 5x| + m)$  có ít nhất 3 điểm cực trị?



**A.** 6

**B.** 7

**C.** 5

**D.** 4

**Lời giải**

*Fb tác giả: Đoàn Trí Dũng*

$$\text{Ta có } f'(x) = (x-7)(x-3)(x+3) \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ x = 3 \\ x = -3 \end{cases}.$$

$$g'(x) = \frac{x^3 + 5x}{|x^3 + 5x|} \cdot (3x^2 + 5) f'(|x^3 + 5x| + m) = \frac{x(x^2 + 5)}{|x^3 + 5x|} \cdot (3x^2 + 5) f'(|x^3 + 5x| + m).$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(|x^3 + 5x| + m) = 0.$$

Đạo hàm không xác định tại  $x=0$ .

Do đó điều kiện để  $g(x)$  có ít nhất 3 điểm cực trị là phương trình  $f'(|x^3 + 5x| + m) = 0$  có ít nhất 2 nghiệm đơn hoặc bội lẻ khác 0.

$$f'(|x^3 + 5x| + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} |x^3 + 5x| + m = 7 \\ |x^3 + 5x| + m = 3 \\ |x^3 + 5x| + m = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x^3 + 5x| - 7 = -m \\ |x^3 + 5x| - 3 = -m \\ |x^3 + 5x| + 3 = -m \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{Phương trình } f'(|x^3 + 5x| + m) = 0 \text{ có ít nhất 2 nghiệm bội lẻ khác 0} \Leftrightarrow -m > -7 \Leftrightarrow m < 7$$

Vậy có tất cả 6 giá trị nguyên  $m$  thỏa mãn.

**HẾT**





STRONG TEAM TOÁN - VD-VDC																								
ĐÁP ÁN ĐỀ TOÁN - KỶ THI TN THPT NĂM 2021																								
Tổ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Mã	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124
1	A	C	B	B	A	C	A	C	A	A	A	C	A	B	A	B	D	C	D	B	A	A	A	C
2	C	D	C	C	C	B	C	C	A	A	B	C	C	C	C	A	C	A	C	A	D	C	C	D
3	B	D	C	D	B	D	B	B	D	A	C	B	B	A	B	C	B	D	C	A	A	B	B	A
4	D	D	D	C	D	D	D	C	A	D	C	D	D	D	D	D	B	C	D	B	A	D	D	C
5	D	A	C	C	D	C	D	D	A	D	D	A	D	C	D	C	A	C	D	D	C	D	D	B
6	A	A	C	D	A	A	A	A	C	B	D	D	A	D	A	C	D	D	C	B	D	A	A	D
7	D	C	B	C	D	B	D	A	B	A	C	C	D	B	D	A	C	A	A	A	C	B	D	B
8	D	C	A	B	D	B	D	B	C	A	C	A	D	D	D	A	A	A	C	A	C	D	D	A
9	A	C	B	B	A	C	A	C	B	C	D	B	A	B	A	C	B	B	B	D	A	A	A	C
10	C	A	C	B	C	C	C	C	B	D	D	B	C	B	C	D	C	A	B	D	C	C	C	B
11	C	B	D	C	C	D	C	D	B	D	D	D	C	C	C	B	A	A	B	B	B	C	C	B
12	A	D	A	C	A	B	A	A	C	C	B	C	A	D	A	B	A	D	A	B	C	A	A	D
13	C	A	C	B	C	D	C	B	B	C	B	A	C	B	C	A	A	B	D	A	B	C	C	A
14	A	B	A	C	A	D	A	A	A	B	B	D	A	A	A	B	C	D	C	A	D	A	A	A
15	C	D	B	C	C	A	C	B	B	B	C	B	C	D	C	B	B	C	C	D	D	C	C	B
16	B	D	C	C	B	C	B	D	A	C	D	B	B	D	B	D	A	B	A	D	D	B	B	C
17	C	B	B	A	C	C	C	D	B	B	A	C	C	C	C	C	C	B	B	C	B	C	C	C
18	A	D	D	B	A	C	A	D	A	B	C	A	A	B	A	C	C	A	D	C	D	A	A	B
19	B	C	C	A	B	A	B	B	D	A	C	C	B	D	B	A	D	C	A	D	A	B	B	B
20	A	C	D	D	A	C	A	A	B	A	D	C	A	C	A	C	A	C	D	D	B	A	A	D
21	B	D	C	D	B	B	B	B	B	B	C	D	B	A	B	D	B	D	D	C	C	B	B	D
22	D	D	A	B	D	B	D	B	C	B	B	B	D	A	D	D	A	B	B	C	B	D	D	C
23	B	C	A	A	B	C	B	A	C	A	A	C	B	D	B	C	C	D	B	D	C	B	B	D
24	A	D	B	A	A	B	A	D	D	B	C	D	A	A	A	D	D	A	B	C	C	A	A	D
25	B	C	C	C	B	D	B	A	D	B	D	B	B	A	B	C	C	B	C	A	B	B	B	C
26	C	A	A	A	C	D	C	B	C	A	A	D	C	B	C	D	D	C	A	D	D	C	C	D
27	B	D	D	D	B	B	B	A	D	B	B	D	B	D	B	C	C	B	D	B	B	B	B	B
28	B	B	A	B	B	A	B	A	A	C	C	A	B	B	B	D	A	A	A	D	D	B	B	C
29	B	B	B	A	B	A	B	B	B	D	B	D	B	B	B	A	D	B	C	A	A	B	B	B
30	A	B	A	D	A	C	A	A	A	C	D	A	A	A	A	C	C	C	C	A	D	A	A	A
31	C	A	A	A	C	C	C	A	A	B	A	C	C	D	C	C	D	B	B	B	C	C	C	A
32	D	C	D	D	D	B	D	D	D	D	C	D	D	A	D	C	A	B	B	D	D	D	D	B
33	B	C	D	B	B	D	B	B	C	A	B	A	B	B	B	A	A	A	D	D	C	B	B	C
34	B	B	B	A	B	D	B	A	D	D	D	C	B	D	B	A	C	D	C	C	D	B	B	B
35	A	B	B	A	A	C	A	B	A	C	D	D	A	D	A	A	D	A	A	C	A	A	A	C
36	C	C	A	A	C	B	C	D	C	D	D	B	C	A	C	C	D	C	B	D	D	C	C	D
37	A	B	B	B	A	A	A	A	D	C	B	A	A	A	A	D	C	A	A	B	C	A	A	C
38	A	B	A	A	A	A	A	D	C	A	D	B	A	D	A	C	C	B	D	C	B	A	A	C
39	A	C	D	B	A	A	A	B	D	C	C	D	A	D	A	A	D	A	A	A	B	A	A	A
40	C	A	D	D	C	B	C	D	D	A	B	B	C	A	C	A	D	D	B	B	A	C	C	A
41	D	B	B	A	D	A	D	A	C	D	D	C	D	A	D	D	A	D	C	C	A	D	D	A
42	D	B	D	B	D	B	D	B	C	D	A	C	D	A	D	A	C	D	D	B	C	D	D	D
43	B	A	D	D	B	B	B	D	A	C	B	C	B	B	B	D	D	C	D	C	A	B	B	A
44	D	C	A	B	D	D	D	A	A	C	B	A	D	A	D	A	D	B	B	A	B	D	D	D
45	C	A	D	D	C	D	C	D	C	D	C	A	C	B	C	D	A	A	C	C	B	C	C	B
46	D	A	A	D	D	A	D	B	C	D	B	B	D	D	D	D	D	C	A	B	A	D	D	D
47	C	A	D	B	C	B	C	A	B	C	D	C	C	D	C	C	C	D	D	B	A	C	C	B
48	D	B	B	A	D	A	D	D	A	D	B	A	D	B	D	A	D	B	B	A	D	D	D	A
49	D	B	D	A	D	A	D	B	A	C	C	B	D	B	D	A	D	B	A	C	B	D	D	D
50	A	C	A	D	A	D	A	D	C	A	C	A	A	A	A	D	A	C	B	C	A	A	A	A

