Chương

Bài 2. HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

A Lý thuyết

1. Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Định nghĩa

» Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn gồm một số bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y mà ta phải tìm nghiệm chung của chúng.

» Mỗi nghiệm chung đó được gọi là một nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

2. Biểu diễn nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Cách biểu diễn

» Ta có thể biểu diễn hình học miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn: là giao của các miền nghiệm của các bất phương trình trong hệ.

» Để biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình ta làm như sau:

- Trong cùng hệ toạ độ, biểu diễn miền nghiệm của mỗi bất phương trình trong hệ bằng cách gạch bỏ phần không thuộc miền nghiệm của nó.

3. Bài toán tối ưu (Quy hoạch tuyến tính).

» *Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của các biểu thức dạng $F = ax + by$, trong đó x, y nghiệm đúng cuả một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn đã cho:*

- Vẽ miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.
  Miền nghiệm nhận được thường là một đa giác. (Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của F đạt được tại một trong các đỉnh của miền đa giác).
- Tính giá trị của F ứng với (x, y) là tọa độ các đỉnh của miền đa giác này.
- So sánh các kết quả vừa tính được, từ đó suy ra giá trị lớn nhất và

B. Các dạng bài tập

Dạng 1. Biểu diễn miền nghiệm hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Phương

» Để biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình ta làm như sau:

- Trong cùng hệ toạ độ, biểu diễn miền nghiệm của mỗi bất phương trình trong hệ bằng cách tô màu phần không thuộc miền nghiệm của nó.
- Phần không bị tô là miền nghiệm cần tìm.

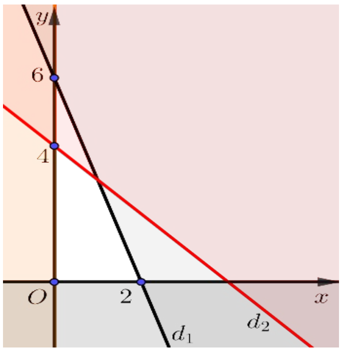
Ví dụ 1.1.

Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình: $\begin{cases} 3x+y\le 6 \\ x+y\le 4 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{cases}$

Lời giải

Vẽ các đường thẳng

$d_1: 3x+y=6; d_2: x+y=4; d_3: x=0\ (Oy); d_4: y=0\ (Ox)$



Vì điểm $M_0(1;1)$ có tọa độ thỏa mãn tất cả các bất phương trình trong hệ trên nên ta tô đậm các nửa mặt phẳng bờ (d_1), (d_2), (d_3), (d_4) không chứa điểm M_0.

Miền không bị tô đậm (hình tứ giác $OCIA$ kể cả bốn cạnh AI, IC, CO, OA) trong hình vẽ là miền nghiệm của hệ đã cho.

Ví dụ 1.2.

Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình: $\begin{cases} 3x-y+3>0 \\ -2x+3y-6<0 \\ 2x+y+4>0 \end{cases}$

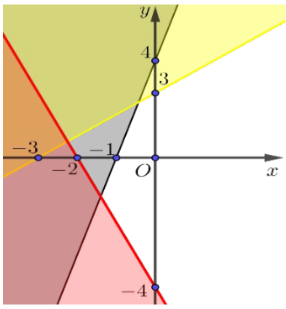
Lời giải

Vẽ đường thẳng:

$3x-y+3=0\ (d_1);$

$-2x+3y-6=0\ (d_2);$

$2x+y+4=0\ (d_3)$



Sau khi tô màu các miền không thích hợp, miền còn lại không tô màu, không kể biên (hình vẽ) là miền nghiệm của hệ

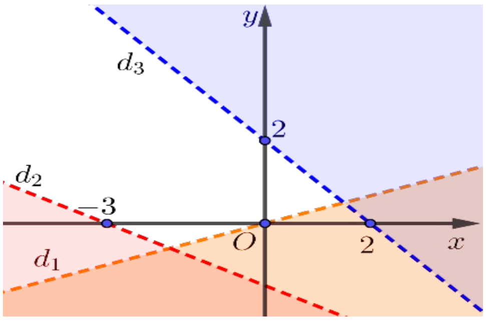
Ví dụ 1.3.

Xác định miền nghiệm của các hệ bất phương trình 2 ẩn

(1) $\begin{cases} x-3y<0 \\ x+2y>-3 \\ y+x<2 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 3x-2y-6\ge 0 \\ 4(x-1)+3y\le 8 \\ x\ge 0 \end{cases}$

Lời giải

(1) $\begin{cases} x-3y<0 & (1) \\ x+2y>-3 & (2) \\ y+x<2 & (3) \end{cases}$



Vẽ các đường thẳng $d_1: x-3y=0; d_2: x+2y+3=0; d_3: x+y-2=0$.

Lấy $M(-1;0)\notin d_1;d_2;d_3$

Ta thấy

$M(-1;0)$ là nghiệm của bất phương trình (1), nên tô màu miền không chứa M.

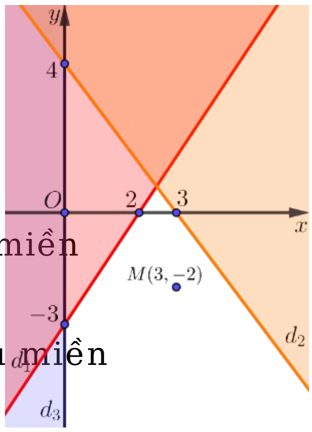
$M(-1;0)$ là nghiệm của bất phương trình (2), nên tô màu miền không chứa M.

$M(-1;0)$ là nghiệm của bất phương trình (3), nên tô màu miền không chứa M.

Vậy miền nghiệm cần tìm là phần mặt phẳng không tô màu (không kể bờ $d_1;d_2;d_3$).

(2) $\begin{cases} 3x-2y-6\ge 0 & (1) \\ 4(x-1)+3y\le 8 & (2) \\ x\ge 0 & (3) \end{cases}$

Vẽ các đường thẳng $d_1: 3x-2y-6=0; d_2: 4(x-1)+3y-8=0; d_3: x=0$.



Lấy $M(3;-2)\notin d_1;d_2;d_3$.

Ta thấy

$M(3;-2)$ là nghiệm của bất phương trình (1), nên tô màu miền không chứa M.

$M(3;-2)$ là nghiệm của bất phương trình (2), nên tô màu miền không chứa M.

$M(3;-2)$ là nghiệm của bất phương trình (3), nên tô màu miền không chứa M.

Vậy miền nghiệm cần tìm là phần mặt phẳng không được tô màu (kể bờ $d_1;d_2;d_3$).

Ví dụ 1.4.

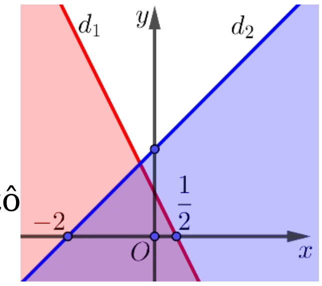
Xác định miền nghiệm của các hệ bất phương trình 2 ẩn

(1) $\begin{cases} 2x+y\ge 1 \\ x-y\le -2 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}-1>0 \\ 4(x-1)+y<8 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x+y\ge 0 \\ x+3y\le -3 \\ x-y\ge 5 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} 4x+5y+20>0 \\ y<0 \\ y>-3 \end{cases}$

Lời giải

(1) $\begin{cases} 2x+y\ge 1 & (1) \\ x-y\le -2 & (2) \end{cases}$



Vẽ các đường thẳng $d_1: 2x+y-1=0; d_2: x-y+2=0$.

Lấy $O(0;0)\notin d_1;d_2$.

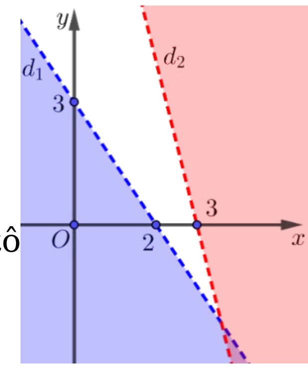
Ta thấy

$O(0;0)$ không là nghiệm của bất phương trình (1), nên tô màu miền chứa O.

$O(0;0)$ không là nghiệm của bất phương trình (2), nên tô màu miền chứa O.

Vậy miền nghiệm cần tìm là phần mặt phẳng không được tô màu (kể bờ $d_1;d_2$).

(2) $\begin{cases} \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}-1>0 & (1) \\ 4(x-1)+y<8 & (2) \end{cases}$



Vẽ các đường thẳng $d_1: \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}-1=0; d_2: 4(x-1)+y-8=0$.

Lấy $O(0;0)\notin d_1;d_2$.

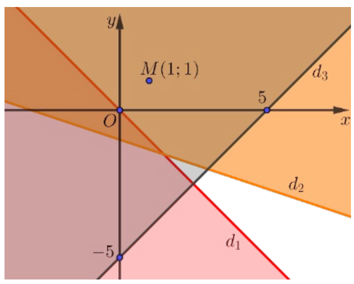
Ta thấy

$O(0;0)$ không là nghiệm của bất phương trình (1), nên tô àu miền chứa O.

$O(0;0)$ là nghiệm của bất phương trình (2), nên tô màu m iền không chứa O.

Vậy miền nghiệm cần tìm là phần mặt phẳng không được tô màu (không kể bờ $d_1;d_2$).

(3) $\begin{cases} x+y\ge 0 & (1) \\ x+3y\le -3 & (2) \\ x-y\ge 5 & (3) \end{cases}$



Vẽ các đường thẳng $d_1: x+y=0; d_2: x+3y+3=0; d_3: x-y-5=0$.

Lấy $M(1;1) \notin d_1; d_2; d_3$.

Ta thấy

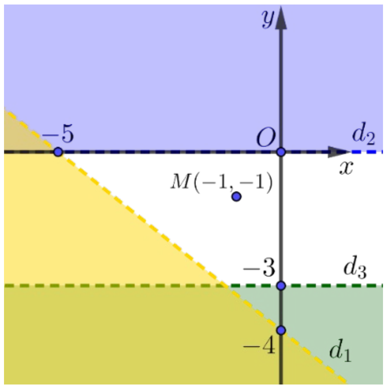
$M(1;1)$ là nghiệm của bất phương trình (1), nên tô màu miền không chứa M.

$M(1;1)$ không là nghiệm của bất phương trình (2), nên tô màu miền chứa M.

$M(1;1)$ không là nghiệm của bất phương trình (3), nên tô màu miền chứa M.

Vậy miền nghiệm cần tìm là phần mặt phẳng không được tô màu (kể bờ $d_1; d_2; d_3$).

(4) $\begin{cases} 4x+5y+20>0 & (1) \\ y<0 & (2) \\ y>-3 & (3) \end{cases}$



Vẽ các đường thẳng $d_1: 4x+5y+20=0; d_2: y=0; d_3: y+3=0$.

Lấy $M(-1;-1) \notin d_1; d_2; d_3$.

Ta thấy

$M(-1;-1)$ là nghiệm của bất phương trình (1), nên tô màu miền không chứa M.

$M(-1;-1)$ là nghiệm của bất phương trình (2), nên tô màu miền không chứa M.

$M(-1;-1)$ là nghiệm của bất phương trình (3), nên tô màu miền không chứa M.

Vậy miền nghiệm cần tìm là phần không được tô màu (không kể bờ $d_1; d_2; d_3$).

Dạng 2. Gía trị lớn nhất – giá trị nhỏ nhất, bài toán tối ưu

Phương pháp

▶ ***Bài toán:*** Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức $T(x,y)=ax+by$ với $(x;y)$ nghiệm đúng một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn cho trước.

≫ ***Bước*** (1)***:*** Xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho. Kết quả thường được miền nghiệm S là đa giác.

≫ ***Bước*** (2)***:*** Tính giá trị của F tương ứng với $(x;y)$ là tọa độ của các đỉnh của đa giác.

≫ ***Bước*** (3)***:*** Kết luận:

Giá trị lớn nhất của F là số lớn nhất ...

Ví dụ 2.1.

Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của

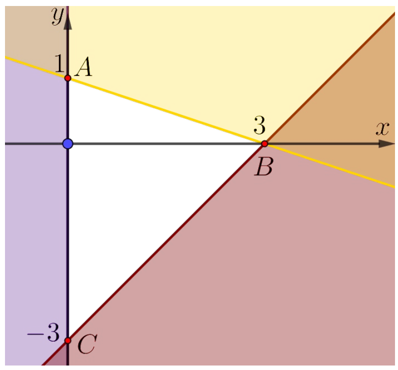
(1) $T=2x+y$ với $(x;y)$ là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x-y-3\le 0 \\ x\ge 0 \\ x+3y-3\le 0 \end{cases}$.

(2) $F=30x-4y-6$ với $(x;y)$ là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x-y+5\ge 0 \\ 2x+y+4\ge 0 \\ x+y-5\le 0 \\ 2x-y-4\le 0 \end{cases}$

Lời giải

(1) $T=2x+y$ với $(x;y)$ là nghiệm của hệ bất phương trình

$\begin{cases} x-y-3\le 0 \\ x\ge 0 \\ x+3y-3\le 0 \end{cases}$.



Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x-y-3\le 0 \\ x\ge 0 \\ x+3y-3\le 0 \end{cases}$,(1)

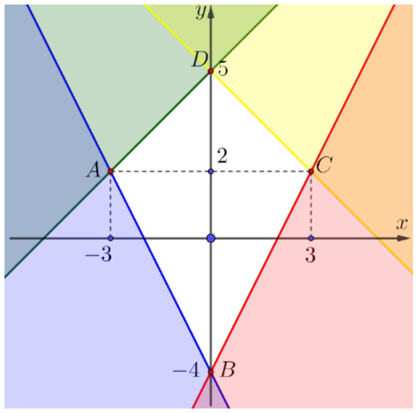
Miền nghiệm của hệ bất phương trình (1) là miền tam giác ABC kể cả bờ, với $A(3;0),B(0;1),C(0;-3)$

$T(3;0)=6$; $T(0;1)=1$; $T(0;-3)=-3$

Vậy GTLN là $T=6$ và GTNN là $T=-3$

(2) $F=30x-4y-6$ với $(x;y)$ là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x-y+5\ge 0\\ 2x+y+4\ge 0\\ x+y-5\le 0\\ 2x-y-4\le 0\end{cases}$.

Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x-y+5\ge 0\\ 2x+y+4\ge 0\\ x+y-5\le 0\\ 2x-y-4\le 0\end{cases}$,(2)



Miền nghiệm của hệ bất phương trình (1) là miền tứ giác ABCD kể cả bờ, với $A(-3;2),B(0;-4),C(3;2),D(0;5)$

$F(-3;2)=-104$; $F(0;-4)=10$; $F(3;2)=66$; $F(0;5)=-26$

Vậy GTLN là $F=66$ và GTNN là $F=-104$

Ví dụ 2.2.

Tìm trị lớn nhất của biểu thức

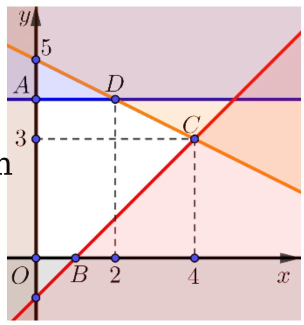
(1) $F(x;y)=x+2y$, với điều kiện $\begin{cases} 0\le y\le 4\\ x\ge 0\\ x-y-1\le 0\\ x+2y-10\le 0\end{cases}$.

(2) $F(x;y)=2x-3y$, với điều kiện $\begin{cases} y\le 0\\ x\ge 0\\ x+y-3\le 0\\ x+2y-4\le 0\end{cases}$.

Lời giải

(1) $F(x;y)=x+2y$, với điều kiện $\begin{cases} 0\le y\le 4\\ x\ge 0\\ x-y-1\le 0\\ x+2y-10\le 0\end{cases}$

Vẽ đường thẳng $d_1: x-y-1=0$, đường thẳng d_1 qua hai điểm $(0;-1)$ và $(1;0)$.



Vẽ đường thẳng $d_2: x+2y-10=0$, đường thẳng d_2 qua hai điểm $(0;5)$ và $(2;4)$.

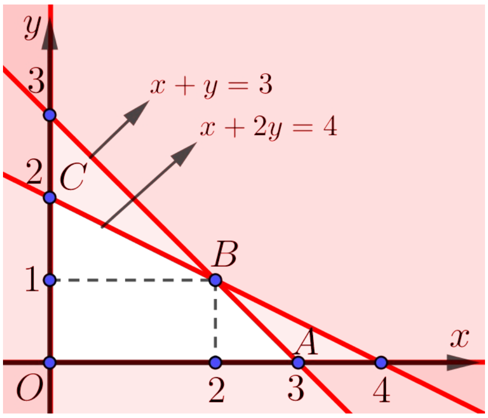
Vẽ đường thẳng $d_3: y=4$.

Miền nghiệm là ngũ giác $AOBCD$ với $A(0;4),B(1;0),C(4;3),E(2;4)$.

Ta có: $F(4;3)=10$, $F(2;4)=10$, $F(0;4)=8$, $F(1;0)=1$, $F(0;0)=0$.

Vậy giá trị lớn nhất của biết thức $F(x;y)=x+2y$ bằng 10.

(2) $F(x;y)=2x-3y$, với điều kiện $\begin{cases} y\le 0 \\ x\ge 0 \\ x+y-3\le 0 \\ x+2y-4\le 0 \end{cases}$



Vẽ đường thẳng $d_1: x+y-3=0$, đường thẳng d_1 qua hai điểm $(0;3)$ và $(3;0)$.

Vẽ đường thẳng $d_2: x+2y-4=0$, đường thẳng d_2 qua hai điểm $(0;2)$ và $(4;0)$.

Miền nghiệm là tứ giác $OCBA$ với $O(0;0), C(0;2), B(2;1), A(3;0)$.

Ta có: $F(0;0)=0$, $F(0;2)=-6$, $F(2;1)=1$, $F(3;0)=6$.

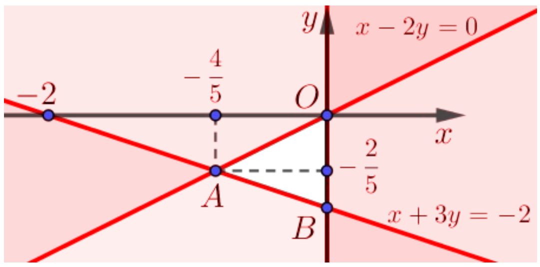
Vậy giá trị lớn nhất của biết thức $F(x;y)=2x-3y$ bằng 6.

Ví dụ 2.3.

Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x-2y\ge 0 \\ x+3y\ge -2 \\ x\le 0 \end{cases}$. Xác định miền nghiệm (S) của hệ bất phương trình trên. Trong (S) tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x,y)=2x-3y$

Lời giải

Miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho là phần không tô đậm trong hình vẽ (cả biên).



Như vậy miền nghiệm là ΔABC (cả biên).

Toạ độ A là nghiệm của:

$\begin{cases} x-2y=0 \\ x+3y=-2 \end{cases} \Rightarrow A\left(-\frac{4}{5};-\frac{2}{5}\right)$.

Toạ độ B là nghiệm của: $\begin{cases} x=0 \\ x+3y=-2 \end{cases} \Rightarrow B\left(0;-\frac{2}{3}\right)$.

Ta sẽ tính các giá trị của $f(x,y)$ với là toạ độ của các đỉnh A,B,O.

$f\left(-\frac{4}{5};-\frac{2}{5}\right)=-\frac{2}{5}$; $f(0;0)=0$; $f\left(0;-\frac{2}{3}\right)=2$

Suy ra giá trị lớn nhất của $f(x,y)$ bằng 2 khi $(x;y)=\left(0;-\frac{2}{3}\right)$.

Vậy giá trị lớn nhất của $f(x,y)=2x-3y$ trên miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho bằng 2 khi $(x;y)=\left(0;-\frac{2}{3}\right)$.

Ví dụ 2.4.

Có 3 nhóm máy A,B,C dùng để sản xuất ra 2 lại sản phẩm I và II. Để sản xuất một đơn vị sản phẩm mỗi loại phải lần lượt dùng các máy thuộc nhóm máy khác nhau. Số máy trong một nhóm và số máy từng nhóm cần thiết để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm thuộc mỗi loại được cho trong bảng bên dưới:

Nhóm	Số máy trong mỗi nhóm	Số máy trong từng nhóm để sản xuất một đơn vị SP	
		Loại I	Loại II
A	10	2	2
B	4	0	2
C	12	2	4

Một đơn vị sản phẩm I lãi 3000 đồng, một đơn vị sản phẩm II lãi 5000 đồng. Hãy lập phương án sản xuất hai loại sản phẩm trên sao cho có lãi cao nhất.

Lời giải

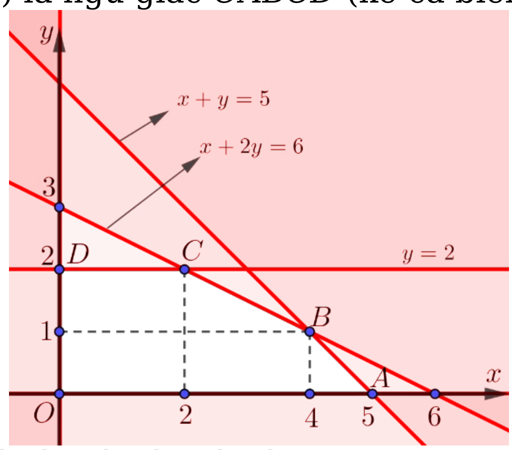
Gọi x và y lần lượt là số đơn vị sản phẩm I và II $(x,y\geq 0)$.

Số tiền lãi của đơn vị này là $f(x;y)=3x+y$ (nghìn đồng).

Ta có hệ bất phương trình: $\begin{cases}2x+2y\leq 10\\ 2y\leq 4\\ 2x+4y\leq 12\\ x,y\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y\leq 5\\ y\leq 2\\ x+2y\leq 6\\ x,y\geq 0\end{cases}(*)$

Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của $f(x;y)=3x+y$ trên miền nghiệm của hệ (*).

Miền nghiệm của hệ (*) là ngũ giác *OABCD* (kể cả biên).



Ta có: $O(0;0),A(5;0),B(4;1),C(2;2),D(0;2)$.

$f(0;0)=0,\ f(5;0)=150, f(4;1)=190,\ f(2;2)=160, f(0;2)=100$

Dễ thấy $f(x;y)=3x+y$ lớn nhất khi $(x;y)=(4;1)$ tức là cần sản xuất 4 sản phẩm I và 1 sản phẩm II để thu về lợi nhận cao nhất.

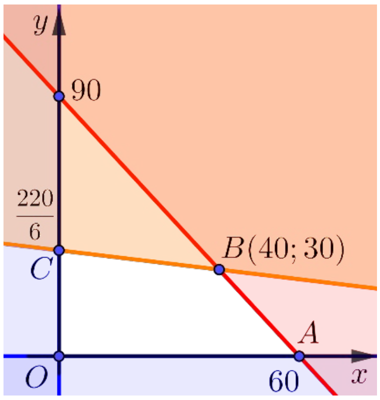
Ví dụ 2.5.

Một xưởng cơ khí có hai công nhân là Chiến và Bình. Xưởng sản xuất loại sản phẩm I và II. Mỗi sản phẩm I bán lãi 500 nghìn đồng, mỗi sản phẩm II bán lãi 400 nghìn đồng. Để sản xuất được một sản phẩm I thì Chiến phải làm việc trong 3 giờ, Bình phải làm việc trong 1 giờ. Để sản xuất được một sản phẩm II thì Chiến phải làm việc trong 2 giờ, Bình phải làm việc trong 6 giờ. Một người không thể làm được đồng thời hai sản phẩm. Biết rằng trong một tháng Chiến không thể làm việc quá 180 giờ và Bình không thể làm việc quá 220 giờ.

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số sản phẩm loại I và loại II được sản xuất ra. Điều kiện x, y nguyên dương.

Ta có hệ bất phương trình sau: $\begin{cases} 3x+2y\le 180 \\ x+6y\le 220 \\ x>0 \\ y>0 \end{cases}$



Tiền lãi trong một tháng của xưởng là $T=0,5x+0,4y$ (triệu đồng).

Ta thấy T đạt giá trị lớn nhất chỉ có thể tại các điểm A, B, C. Vì C có tọa độ không nguyên nên loại.

Tại $A(60;0)$ thì $T=30$ triệu đồng.

Tại $B(40;30)$ thì $T=32$ triệu đồng.

Vậy tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng là 32 triệu đồng.

Ví dụ 2.6.

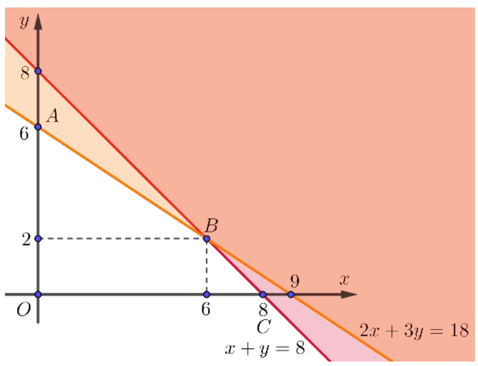
Một hộ nông dân định trồng đậu và cà trên diện tích 800 m². Nếu trồng đậu thì cần 20 công và thu $3.000.000$ đồng trên 100 m² nếu trồng cà thì cần 30 công và thu $4.000.000$ đồng trên 100 m². Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên diện tích là bao nhiêu để thu được nhiều tiền nhất khi tổng số công không quá 180.

Lời giải

Gọi x là số $x00$ m² đất trồng đậu, y là số $y00$ m² đất trồng cà. Điều kiện $x\ge 0$, $y\ge 0$.

Số tiền thu được là $T=3x+4y$ triệu đồng.

Theo bài ra ta có $\begin{cases} x+y\le 8 \\ 20x+30y\le 180 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y\le 8 \\ 2x+3y\le 18 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{cases}$



Dựa đồ thị ta có tọa độ các đỉnh $A(0;6)$, $B(6;2)$, $C(8;0)$, $O(0;0)$.

C Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» Câu 1. Trong các cặp số sau, cặp nào **không** là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x+y-2\le 0 \\ 2x-3y+2>0 \end{cases}$ là

A. $(0;0)$. **B.** $(1;1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-1;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta thay cặp số $(-1;1)$ vào hệ ta thấy không thỏa mãn.

» Câu 2. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}-1\ge 0 \\ 2(x-1)+\dfrac{3y}{2}\le 4 \\ x\ge 0 \end{cases}$ là phần mặt phẳng chứa điểm

A. $(2;1)$. **B.** $(0;0)$. **C.** $(1;1)$. **D.** $(3;4)$.

Lời giải

Chọn A

Nhận xét: chỉ có điểm $(2;1)$ thỏa mãn hệ.

» Câu 3. Điểm nào sau đây **không** thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x+3y-1>0 \\ 5x-y+4<0 \end{cases}$?

A. $(-1;4)$. **B.** $(-2;4)$. **C.** $(0;0)$. **D.** $(-3;4)$.

Lời giải

Chọn C

Nhận xét: chỉ có điểm $(0;0)$ không thỏa mãn hệ.

» Câu 4. Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x-5y-1>0 \\ 2x+y+5>0 \\ x+y+1<0 \end{cases}$?

A. $(0;0)$. **B.** $(1;0)$. **C.** $(0;-2)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn C

Nhận xét: chỉ có điểm $(0;-2)$ thỏa mãn hệ.

» **Câu 5.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x-y>0 \\ x-3y+3<0 \\ x+y-5>0 \end{cases}$ là phần mặt phẳng chứa điểm

A. $(5;3)$. **B.** $(0;0)$. **C.** $(1;-1)$. **D.** $(-2;2)$.

Lời giải

Chọn A

Nhận xét: chỉ có điểm $(5;3)$ thỏa mãn hệ.

» **Câu 6.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x+y\ge 9 \\ x\ge y-3 \\ 2y\ge 8-x \\ y\le 6 \end{cases}$ là phần mặt phẳng chứa điểm

A. $(0;0)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(2;1)$. **D.** $(8;4)$.

Lời giải

Chọn D

Nhận xét: chỉ có cặp số $(8;4)$ thỏa bất phương trình $3x+y\ge 9$.

» **Câu 7.** Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x+y>0 \\ 2x+5y<0 \end{cases}$ có tập nghiệm là S. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $(1;1)\in S$. **B.** $(-1;-1)\in S$. **C.** $\left(1;-\frac{1}{2}\right)\in S$. **D.** $\left(-\frac{1}{2};\frac{2}{5}\right)\in S$.

Lời giải

Chọn C

Thế đáp án, chỉ có $x=1;y=-\frac{1}{2}$ thỏa mãn hệ bất phương trình $\Rightarrow$ chọn C

» **Câu 8.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x+y\ge 6 \\ x\ge y-3 \\ 2y\ge 8-x \\ y\le 4 \end{cases}$ là phần mặt phẳng chứa điểm:

A. $(2;1)$. **B.** $(6;4)$. **C.** $(0;0)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

Chọn A

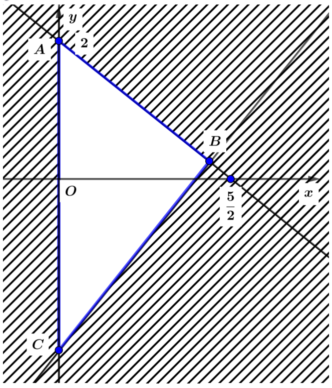
Nhận xét: Miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho là miền mặt phẳng chứa tất cả các điểm có toạ độ thoả mãn tất cả các bất phương trình trong hệ.

Thế $x=6;y=4$ vào từng bất phương trình trong hệ, ta lần lượt có các mệnh đề đúng: $22\ge 6;\ 6\ge 1;\ 8\ge 2;\ 4\le 4$. Vậy ta chọn đáp án B.

Đáp án A có toạ độ không thoả bất phương trình thứ 3.

Đáp án C, D có toạ độ không thoả bất phương trình thứ 1 và 3.

» **Câu 9.** Miền tam giác ABC kể cả ba cạnh sau đây là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ bất phương trình dưới đây?



A. $\begin{cases} y \geq 0 \\ 5x-4y \geq 10 \\ 5x+4y \leq 10 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x > 0 \\ 5x-4y \leq 10 \\ 4x+5y \leq 10 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x \geq 0 \\ 4x-5y \leq 10 \\ 5x+4y \leq 10 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x \geq 0 \\ 5x-4y \leq 10 \\ 4x+5y \leq 10 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Cạnh AC có phương trình $x=0$ và cạnh AC nằm trong miền nghiệm nên $x \geq 0$ là một bất phương trình của hệ.

Cạnh AB qua hai điểm $\left(\frac{5}{2};0\right)$ và $(0;2)$ nên có phương trình:

$\frac{x}{\frac{5}{2}}+\frac{y}{2}=1 \Leftrightarrow 4x+5y=10$.

Vậy hệ bất phương trình cần tìm là $\begin{cases} x \geq 0 \\ 5x-4y \leq 10 \\ 4x+5y \leq 10 \end{cases}$.

» Câu 10. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x > 0 \\ x+\sqrt{3}y+1 \leq 0 \end{cases}$ có tập nghiệm là S. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $(1;-1) \in S$. **B.** $(1;-\sqrt{3}) \in S$. **C.** $(-1;\sqrt{5}) \notin S$. **D.** $(-4;\sqrt{3}) \in S$.

Lời giải

Chọn C

Ta thấy $(-1;\sqrt{5}) \notin S$ vì $-1<0$.

» Câu 11. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x > 0 \\ x+\sqrt{3}y+1 > 0 \end{cases}$ có tập nghiệm là S. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $(-1;2) \in S$. **B.** $(\sqrt{2};0) \notin S$. **C.** $(1;-\sqrt{3}) \in S$. **D.** $(\sqrt{3};0) \in S$.

Lời giải

Chọn D

Ta thấy $(\sqrt{3};0) \in S$ vì $\begin{cases} \sqrt{3} > 0 \\ \sqrt{3}+\sqrt{3}.0+1 > 0 \end{cases}$.

» **Câu 12.** Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x-y>3 \\ 1-\frac{1}{2}x+y>0 \end{cases}$ có tập nghiệm S. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. $(1;-2)\in S$. **B.** $(2;1)\in S$. **C.** $(5;-6)\in S$. **D.** $S=\emptyset$.

Lời giải

Chọn D

Vì không có điểm nào thỏa hệ bất phương trình.

» **Câu 13.** Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x-\frac{3}{2}y\ge 1 \\ 4x-3y\le 2 \end{cases}$ có tập nghiệm S. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. $\left(-\frac{1}{4};-1\right)\notin S$.

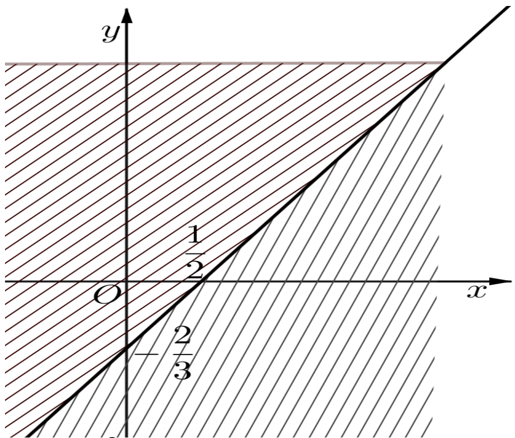
B. $S=\left\{(x;y)\,|\,4x-3y=2\right\}$.

C. Biểu diễn hình học của S là nửa mặt phẳng chứa gốc tọa độ và kể cả bờ d, với d là là đường thẳng $4x-3y=2$.

D. Biểu diễn hình học của S là nửa mặt phẳng không chứa gốc tọa độ và kể cả bờ d, với d là là đường thẳng $4x-3y=2$.

Lời giải

Chọn B



Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng:

$(d_1): 2x-\frac{3}{2}y=1$

$(d_2): 4x-3y=2$

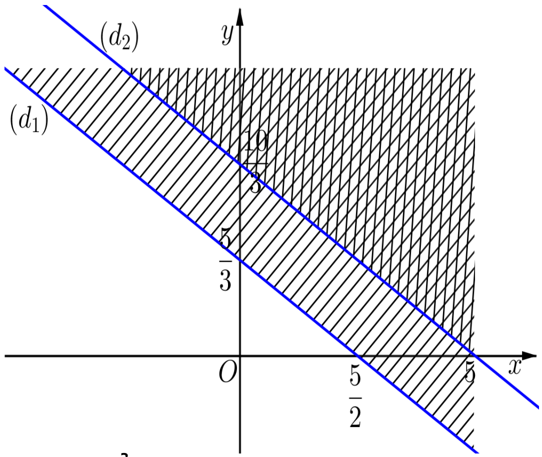
Thử trực tiếp ta thấy $(0\,;0)$ là nghiệm của phương trình (2) nhưng không phải là nghiệm của phương trình (1). Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, tập hợp nghiệm của bất phương trình chính là các điểm thuộc đường thẳng $(d): 4x-3y=2.$

» Câu 14. Cho hệ $\begin{cases} 2x+3y<5 \ (1) \\ x+\frac{3}{2}y<5 \ (2) \end{cases}$. Gọi S_1 là tập nghiệm của bất phương trình (1), S_2 là tập nghiệm của bất phương trình (2) và S là tập nghiệm của hệ thì

A. $S_1 \subset S_2$. **B.** $S_2 \subset S_1$. **C.** $S_2 = S$. **D.** $S_1 \neq S$.

✍ ***Lời giải***

Chọn B



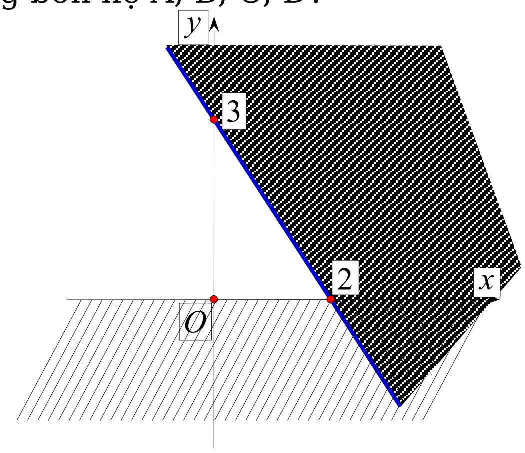
Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng:

$(d_1): 2x+3y=5$

$(d_2): x+\frac{3}{2}y=5$

Ta thấy $(0\ ;\ 0)$ là nghiệm của cả hai bất phương trình. Điều đó có nghĩa gốc tọa độ thuộc cả hai miền nghiệm của hai bất phương trình. Say khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

» Câu 15. Phần không gạch chéo ở hình sau đây là biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ A, B, C, D?



A. $\begin{cases} y>0 \\ 3x+2y<6 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} y>0 \\ 3x+2y<-6 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x>0 \\ 3x+2y<6 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x>0 \\ 3x+2y>-6 \end{cases}$.

✍ ***Lời giải***

Chọn A

Dựa vào hình vẽ ta thấy đồ thị gồm hai đường thẳng $(d_1): y=0$ và đường thẳng $(d_2): 3x+2y=6$.

Miền nghiệm gồm phần y nhận giá trị dương.

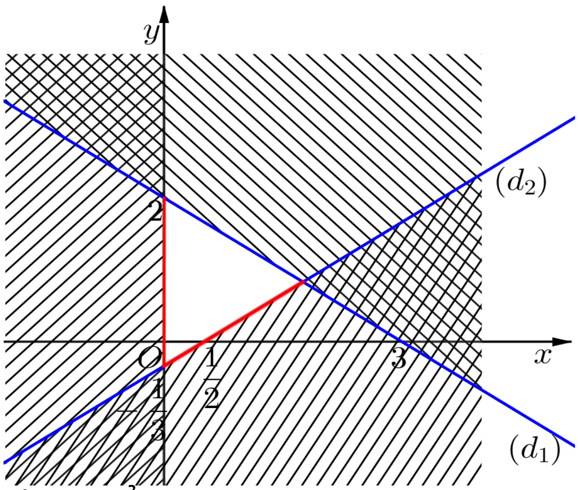
Lại có $(0\,;0)$ thỏa mãn bất phương trình $3x+2y<6.$

» **Câu 16.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases}2x+3y-6<0\\x\ge 0\\2x-3y-1\le 0\end{cases}$ chứa điểm nào sau đây?

A. $A(1\,;2).$ **B.** $B(0\,;2)$. **C.** $C(-1\,;3)$. **D.** $D\left(0\,;-\dfrac{1}{3}\right).$

✍ Lời giải

Chọn D



Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

$(d_1): 2x+3y-6=0$

$(d_2): x=0$

$(d_3): 2x-3y-1=0$

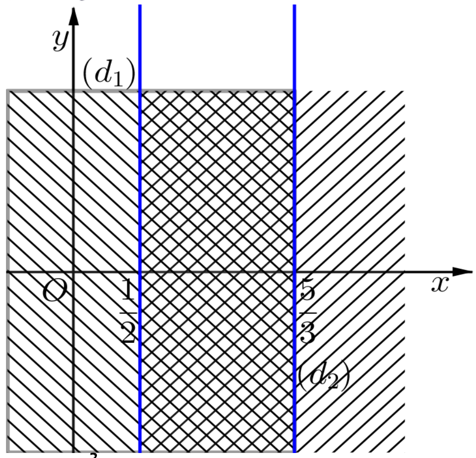
Ta thấy $(1\,;1)$ là nghiệm của các ba bất phương trình. Điều này có nghĩa là điểm $(1\,;1)$ thuộc cả ba miền nghiệm của ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

» **Câu 17.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases}2x-1\le 0\\-3x+5\le 0\end{cases}$ chứa điểm nào sau đây?

A. Không có. **B.** $B\left(\dfrac{5}{3}\,;2\right).$ **C.** $C(-3\,;1).$ **D.** $D\left(\dfrac{1}{2}\,;10\right).$

✍ Lời giải

Chọn A



Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng:

$(d_1): 2x - 1 = 0$

$(d_2): -3x + 5 = 0$

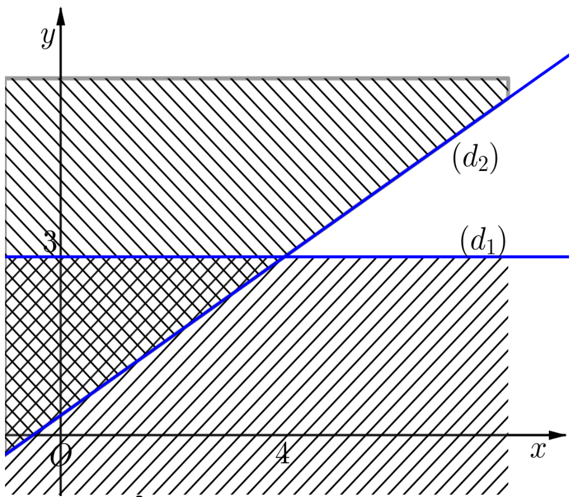
Ta thấy $(1\,;\,0)$ là không nghiệm của cả hai bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm $(1\,;\,0)$ không thuộc cả hai miền nghiệm của hai bất phương trình. Vậy không có điểm nằm trên mặt phẳng tọa độ thỏa mãn hệ bất phương trình.

» Câu 18. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3 - y < 0 \\ 2x - 3y + 1 > 0 \end{cases}$ chứa điểm nào sau đây?

A. $A(3\,;\,4)$. **B.** $B(4\,;\,3)$. **C.** $C(7\,;\,4)$. **D.** $D(4\,;\,4)$.

Lời giải

Chọn C



Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng:

$(d_1): 3 - y = 0$

$(d_2): 2x - 3y + 1 = 0$

Ta thấy $(6\,;\,4)$ là nghiệm của hai bất phương trình.

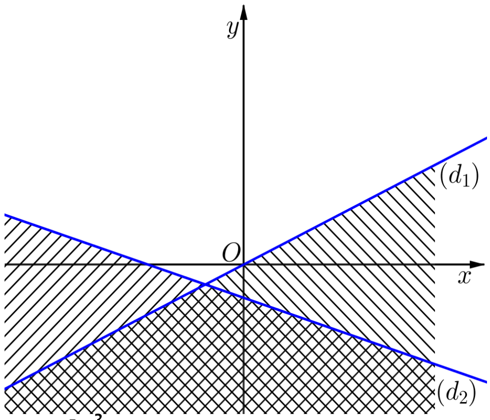
Điều đó có nghĩa điểm $(6\,;\,4)$ thuộc cả hai miền nghiệm của hai bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

» Câu 19. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x-2y<0 \\ x+3y>-2 \end{cases}$ không chứa điểm nào sau đây?

A. $A(-1;0)$. **B.** $B(1;0)$. **C.** $C(-3;4)$. **D.** $D(0;3)$.

Lời giải

Chọn B



Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng:

$(d_1): x-2y=0$

$(d_2): x+3y=-2$

Ta thấy $(0;1)$ là nghiệm của hai bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm $(0;1)$ thuộc cả hai miền nghiệm của hai bất phương trình. Sau khi gạch bỏ phần không thích hợp, phần không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

» Câu 20. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x-2y-6\ge 0 \\ 2(x-1)+\dfrac{3y}{2}\le 4 \\ x\ge 0 \end{cases}$ không chứa điểm nào sau đây?

A. $A(2;-2)$. **B.** $B(3;0)$. **C.** $C(1;-1)$. **D.** $D(2;-3)$.

Lời giải

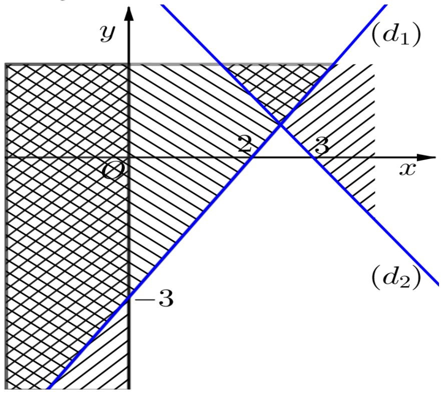
Chọn C

Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

$(d_1): 3x-2y-6=0$

$(d_2): 4x+3y-12=0$

$(d_3): x=0$



Ta thấy $(2\,;\,-1)$ là nghiệm của cả ba bất phương trình.

Điều đó có nghĩa điểm $(2\,;\,-1)$ thuộc cả ba miền nghiệm của ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

» Câu 21. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x-y>0 \\ x-3y\le -3 \\ x+y>5 \end{cases}$ không chứa điểm nào sau đây?

A. $A(3\,;\,2)$. **B.** $B(6\,;\,3)$. **C.** $C(6\,;\,4)$. **D.** $D(5\,;\,4)$.

Lời giải

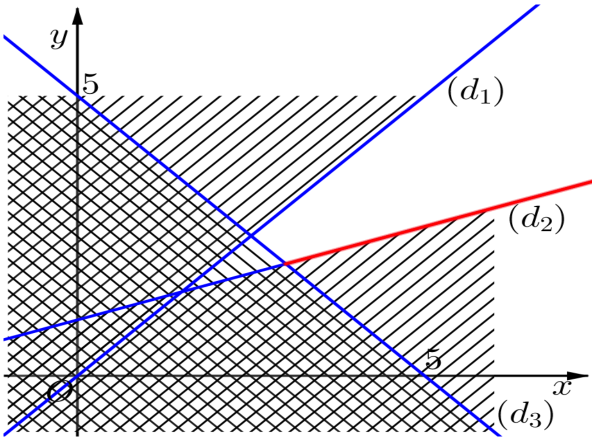
Chọn A

Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

$(d_1): x-y=0$

$(d_2): x-3y=-3$

$(d_3): x+y=5$



Ta thấy $(5\,;\,3)$ là nghiệm của cả ba bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm $(5\,;\,3)$ thuộc cả ba miền nghiệm của ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

» Câu 22. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x-3y<0 \\ x+2y>-3 \\ y+x<2 \end{cases}$ không chứa điểm nào sau đây?

A. $A(0\,;1)$. **B.** $B(-1\,;1)$. **C.** $C(-3\,;0)$. **D.** $D(-3\,;1)$.

Lời giải

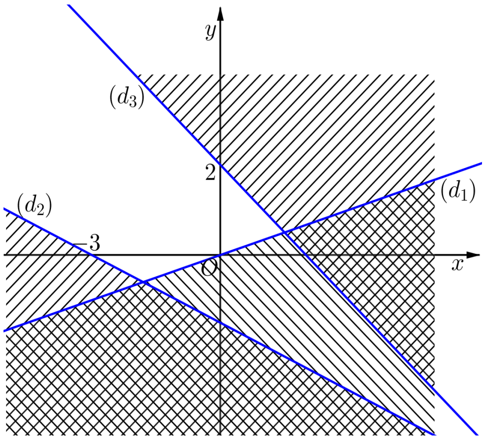
Chọn C

Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

$(d_1): x-3y=0$

$(d_2): x+2y=-3$

$(d_3): x+y=2$



Ta thấy $(-1\,;0)$ là nghiệm của cả ba bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm $(-1\,;0)$ thuộc cả ba miền nghiệm của ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

» Câu 23. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F=y-x$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases} y-2x\le 2\\ 2y-x\ge 4\\ x+y\le 5\end{cases}$ là

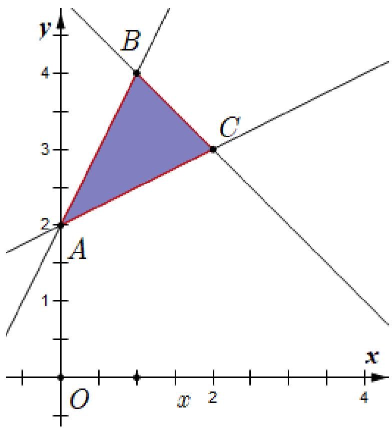
A. $\min F=1$ khi $x=2$, $y=3$. **B.** $\min F=2$ khi $x=0$, $y=2$.

C. $\min F=3$ khi $x=1$, $y=4$. **D.** $\min F=0$ khi $x=0$, $y=0$.

Lời giải

Chọn A

Miền nghiệm của hệ $\begin{cases} y-2x\le 2\\ 2y-x\ge 4\\ x+y\le 5\end{cases}$ là miền trong của tam giác ABC kể cả biên (như hình)



Ta thấy $F=y-x$ đạt giá trị nhỏ nhất chỉ có thể tại các điểm A, B, C.

Tại $A(0;2)$ thì $F=2$.

Tại $B(1;4)$ thì $F=3$

Tại $A(2;3)$ thì $F=1$.

Vậy $\min F=1$ khi $x=2$, $y=3$.

» Câu 24. Giá trị lớn nhất của biết thức $F(x;y)=x+2y$ với điều kiện $\begin{cases} 0\le y\le 4 \\ x\ge 0 \\ x-y-1\le 0 \\ x+2y-10\le 0 \end{cases}$ là

A. 6. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 12.

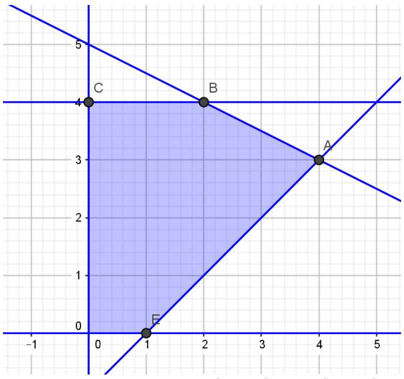
Lời giải

Chọn C

Vẽ đường thẳng $d_1: x-y-1=0$, đường thẳng d_1 qua hai điểm $(0;-1)$ và $(1;0)$.

Vẽ đường thẳng $d_2: x+2y-10=0$, đường thẳng d_2 qua hai điểm $(0;5)$ và $(2;4)$.

Vẽ đường thẳng $d_3: y=4$.



Miền nghiệm là ngũ giác $ABCOE$ với $A(4;3), B(2;4), C(0;4), E(1;0)$.

Ta có: $F(4;3)=10$, $F(2;4)=10$, $F(0;4)=8$, $F(1;0)=1$, $F(0;0)=0$.

Vậy giá trị lớn nhất của biết thức $F(x;y)=x+2y$ bằng 10.

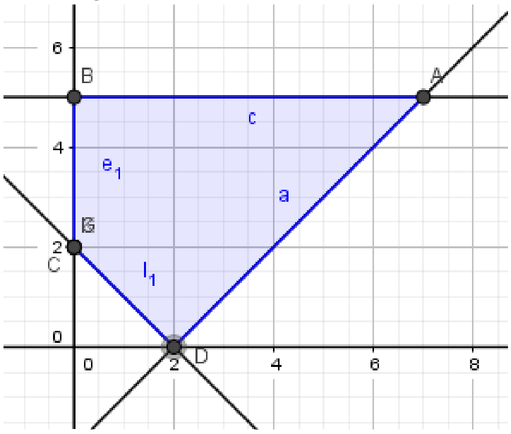
» Câu 25. Giá trị nhỏ nhất của biết thức $F(x;y)=x-2y$ với điều kiện $\begin{cases} 0\le y\le 5 \\ x\ge 0 \\ x+y-2\ge 0 \\ x-y-2\le 0 \end{cases}$ là

A. -10. **B.** 12. **C.** -8. **D.** -6.

Lời giải

Chọn A

Biểu diễn miền ngiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 0\le y\le 5 \\ x\ge 0 \\ x+y-2\ge 0 \\ x-y-2\le 0 \end{cases}$ trên hệ trục tọa độ như dưới đây:.



Nhận thấy biết thức $F=y-x$ chỉ đạt giá trị nhỏ nhất tại các điểm A,B,C hoặc D.

Ta có: $F(A)=7-2\times5=-3;F(B)=-2\times5=-10$.

$F(C)=-2\times2=-4,F(D)=2-2\times0=2$.

Vậy $\min F=-10$ khi $x=0,y=5$.

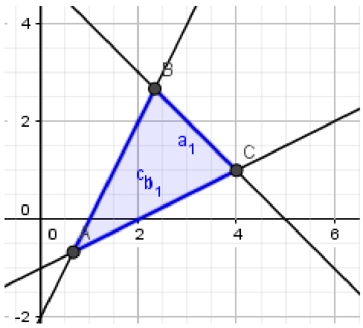
» Câu 26. Biểu thức $F=y-x$ đạt giá trị nhỏ nhất với điều kiện $\begin{cases}-2x+y\le-2\\x-2y\le2\\x+y\le5\\x\ge0\end{cases}$ tại điểm $S(x;y)$ có toạ độ là

A. $(4;1)$. **B.** $(3;1)$. **C.** $(2;1)$. **D.** $(1;1)$.

Lời giải

Chọn A

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases}-2x+y\le-2\\x-2y\le2\\x+y\le5\\x\ge0\end{cases}$ trên hệ trục tọa độ như dưới đây:



Nhận thấy biết thức $F=y-x$ chỉ đạt giá trị nhỏ nhất tại các điểm A,B hoặc C.

Chỉ $C(4;1)$ có tọa độ nguyên nên thỏa mãn.

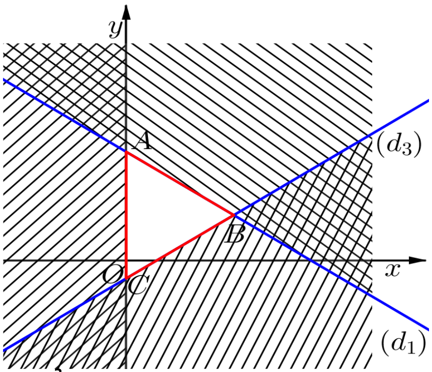
Vậy $\min F=-3$ khi $x=4,y=1$.

» Câu 27. Biểu thức $L=y-x$, với x và y thõa mãn hệ bất phương trình $\begin{cases}2x+3y-6\le 0\\ x\ge 0\\ 2x-3y-1\le 0\end{cases}$, đạt giá trị lớn nhất là a và đạt giá trị nhỏ nhất là b. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau:

A. $a=\frac{25}{8}$ và $b=-2$. **B.** $a=2$ và $b=-\frac{11}{12}$. **C.** $a=3$ và $b=0$. **D.** $a=3$ và $b=\frac{-9}{8}$.

Lời giải

Chọn B



Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

$(d_1): 2x+3y-6=0$

$(d_2): x=0$

$(d_3): 2x-3y-1=0$

Ta thấy $(0\,;0)$ là nghiệm của cả ba bất phương trình. Điều đó có nghĩa gốc tọa độ thuộc cả ba miền nghiệm của cả ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ (kể cả biên).

Miền nghiệm là hình tam giác ABC (kể cả biên), với $A(0\,;2)$, $B\left(\frac{7}{4};\frac{5}{6}\right)$, $C\left(0\,;-\frac{1}{3}\right)$.

Vậy ta có $a=2-0=2$, $b=\frac{5}{6}-\frac{7}{4}=-\frac{11}{12}$.

» Câu 28. Trong một cuộc thi pha chế, hai đội A, B được sử dụng tối đa $24g$ hương liệu, 9 lít nước và 210g đường để pha chế nước cam và nước táo. Để pha chế 1 lít nước cam cần 30g đường, 1 lít nước và 1g hương liệu; pha chế 1 lít nước táo cần 10g đường, 1 lít nước và 4g hương liệu. Mỗi lít nước cam nhận được 60 điểm thưởng, mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm thưởng. Đội A pha chế được a lít nước cam và b lít nước táo và dành được điểm thưởng cao nhất. Hiệu số $a-b$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** -1. **D.** -6.

Lời giải

Chọn C

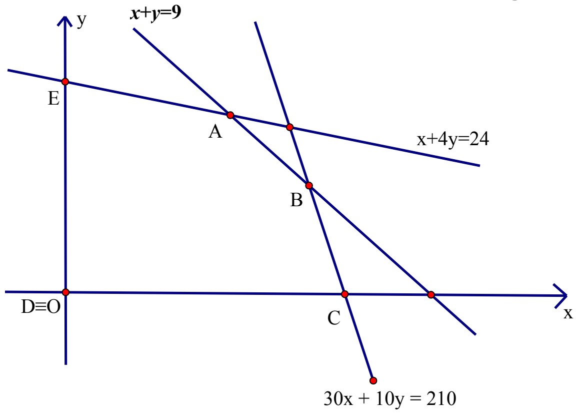
Gọi x,y lần lượt là số lít nước cam và nước táo mà mỗi đội cần pha chế $(x\ge 0;\, y\ge 0)$.

Để pha chế x lít nước cam cần $30x$ g đường, x lít nước và x g hương liệu.
Để pha chế y lít nước táo cần $10y$ g đường, y lít nước và $4y$ g hương liệu.
Theo bài ra ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 30x+10y\le 210 \\ x+y\le 9 \\ x+4y\le 24 \\ x\ge 0;\, y\ge 0 \end{cases} \quad (*).$$

Số điểm đạt được khi pha x lít nước cam và y lít nước táo là $M(x,y)=60x+80y$. Bài toán trở thành tìm x,y để $M(x,y)$ đạt giá trị lớn nhất.

Ta biểu diễn miền nghiệm của hệ $(*)$ trên mặt phẳng tọa độ như sau:



Miền nghiệm là ngũ giác $ABCDE$.

Tọa độ các điểm: $A(4;5)$, $B(6;3)$, $C(7;0)$, $D(0;0)$, $E(0;6)$.

$M(x,y)$ sẽ đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất tại các đỉnh của miền nghiệm nên thay tọa độ các điểm vào biểu thức $M(x,y)$ ta được:

$M(4;5)=640$; $M(6;3)=600$, $M(7;0)=420$, $M(0;0)=0$, $M(0;6)=480$.

Vậy giá trị lớn nhất của $M(x;y)$ bằng 640 khi $x=4;\, y=5 \Rightarrow a=4; b=5 \Rightarrow a-b=-1$.

» Câu 29. Một hộ nông dân định trồng đậu và cà trên diện tích $800\,m^2$. Nếu trồng đậu trên diện tích $100\,m^2$ thì cần 20 công làm và thu được 3000000 đồng. Nếu trồng cà thì trên diện tích $100\,m^2$ cần 30 công làm và thu được 4000000 đồng. Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên diện tích là bao nhiêu để thu được nhiều tiền nhất khi tổng số công làm không quá 180 công. Hãy chọn phương án đúng nhất trong các phương án sau:

A. Trồng $600\,m^2$ đậu; $200\,m^2$ cà. **B.** Trồng $500\,m^2$ đậu; $300\,m^2$ cà.

C. Trồng $400\,m^2$ đậu; $200\,m^2$ cà. **D.** Trồng $200\,m^2$ đậu; $600\,m^2$ cà.

Lời giải

Chọn A

Giả sử diện tích trồng đậu là x(trăm m^2);suy ra diện tích trồng cà là $8-x$ (trăm m^2)

Ta có thu nhập thu được là $S(x)=[3x+4(8-x)].10000=10000(-x+32)$ đồng.

Tổng số công là $20x+30(8-x)=-10x+240$

Theo giả thiết có $-10x+240\le 180 \Leftrightarrow x\ge 6$

Mà hàm số $S(x)$ là hàm nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên $S(x)$ đạt giá trị lớn nhất khi $x=6$.

Do đó trồng $600\,m^2$ đậu, $200\,m^2$ cà.

» Câu 30. Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kilogam thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipit. Mỗi kilogam thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn. Giá tiền một kg thịt bò là 160 nghìn đồng, 1 kg thịt lợn là 110 nghìn đồng. Gọi x,y lần lượt là số kg thịt bò và thịt lợn mà gia đình đó cần mua để tổng số tiền họ phải trả là ít nhất mà vẫn đảm bảo lượng protein và lipit trong thức ăn. Tính x^2+y^2

A. $x^2+y^2=1,3$. **B.** $x^2+y^2=2,6$.

C. $x^2+y^2=1,09$. **D.** $x^2+y^2=0,58$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $0\le x\le 1,6$; $0\le y\le 1,1$

Khi đó số protein có được là $800x+600y$ và số lipit có được là $200x+400y$

Vì gia đình đó cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày nên điều kiện tương ứng là: $800x+600y\ge 900$ và $200x+400y\ge 400$

$\Leftrightarrow 8x+6y\ge 9$ và $x+2y\ge 2$ $\begin{cases} 0\le x\le 1,6\\ 0\le y\le 1,1\\ 8x+6y\ge 9\\ x+2y\ge 2\end{cases}$

Miền nghiệm của hệ trên là miền nghiệm của tứ giác ABCD (kể cả biên)

Chi phí để mua x kg thịt bò và y kg thịt lợn là $T=160x+110y$

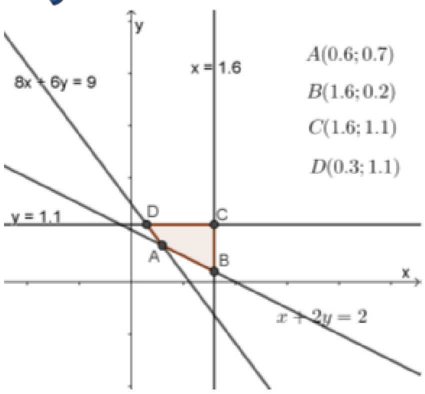
Biết T đạt giá trị nhỏ nhất tại một trong các đỉnh của tứ giác ABCD

Tại A: $T=160.0,6+110.0,7=173$ (nghìn)

Tại B: $T=160.1,6+110.0,2=278$ (nghìn)

Tại C: $T=160.1,6+110.1,1=377$ (nghìn)

Tại D: $T=160.0,3+110.1,1=169$ (nghìn)



Vậy T đạt GTNN khi $x=0,3\ ;\ y=1,1\ \Rightarrow x^2+y^2=0,3^2+1,1^2=1,3$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

» **Câu 31.** Cho hệ bất phương trình: $\begin{cases} x+2y\le 30 \\ y>5 \\ -2x+6y>40 \end{cases}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hệ trên là một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn		
(b)	$(-2;8)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình trên		
(c)	$(3;1)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình trên		
(d)	$(-2;-1)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình trên		

✍ Lời giải

(a) *Hệ trên là một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn*

Hệ đã cho là một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

» **Chọn** ĐÚNG.

(b) $(-2;8)$ *là một nghiệm của hệ bất phương trình trên*

Thay $(-2;8)$ vào hệ bất phương trình ta được:

$\begin{cases} -2+2.8\le 30 \\ 8>5 \\ -2.(-2)+6.8>40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 14\le 30 \\ 8>5 \\ 52>40 \end{cases}$ (đúng).

Vậy $(-2;8)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình đó.

» **Chọn** ĐÚNG.

(c) $(3;1)$ *là một nghiệm của hệ bất phương trình trên*

Thay $(3;1)$ vào hệ bất phương trình ta được: $\begin{cases} 3+2.1\le 30 \\ 1>5\ (Vo\,ly) \\ -2.3+6.1>40\ (Vo\,ly) \end{cases}$

Vậy $(3;1)$ không là một nghiệm của hệ bất phương trình đó.

» **Chọn** SAI.

(d) $(-2;-1)$ *là một nghiệm của hệ bất phương trình trên*

Thay $(-2;-1)$ vào hệ bất phương trình ta được: $\begin{cases} -2+2.(-1)\le 30 \\ -1>5 (Vo\,ly) \\ -2.(-2)+6.(-1)>40\ (Vo\,ly) \end{cases}$

Vậy $(-2;-1)$ không là một nghiệm của hệ bất phương trình đó.

» Chọn SAI.

» Câu 32. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x+7y>4 \\ x<5 \\ -x-y\ge -3 \end{cases}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$(-1;-1)$ không là một nghiệm của hệ bất phương trình		
(b)	$(-2;5)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình		
(c)	$(3;-1)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình		
(d)	$(-1;2)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình		

Lời giải

(a) $(-1;-1)$ *không là một nghiệm của hệ bất phương trình.*

Thay $(-1;-1)$ vào hệ bất phương trình $\begin{cases} x+7y>4 \\ x<5 \\ -x-y\ge -3 \end{cases}$ ta được:

$$\begin{cases} -1+7(-1)>4 \\ -1<5 \\ -(-1)-(-1)\ge -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -8>4 \\ -1<5 \text{ (vô lí).} \\ 2\ge -3 \end{cases}$$

Vậy $(-1;-1)$ không là một nghiệm của hệ bất phương trình.

» Chọn ĐÚNG.

(b) $(-2;5)$ *là một nghiệm của hệ bất phương trình.*

Thay $(-2;5)$ vào hệ bất phương trình $\begin{cases} x+7y>4 \\ x<5 \\ -x-y\ge -3 \end{cases}$ ta được:

$$\begin{cases} -2+7.5>4 \\ -2<5 \\ -(-2)-5\ge -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 33>4 \\ -2<5 \\ -3\ge -3 \end{cases}$$ (đúng).

Vậy $(-2;5)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình.

» Chọn ĐÚNG.

(c) $(3;-1)$ *là một nghiệm của hệ bất phương trình.*

$(3;-1)$ không là một nghiệm của hệ bất phương trình.

» Chọn SAI.

(d) $(-1;2)$ *là một nghiệm của hệ bất phương trình.*

$(-1;2)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình.

» Chọn ĐÚNG.

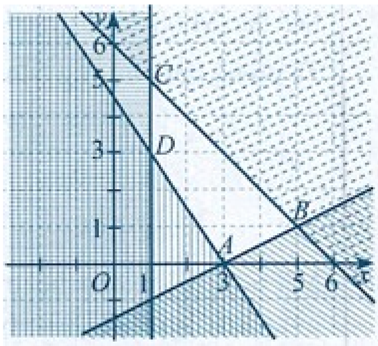
» Câu 33. Cho hệ bất phương trình: $\begin{cases} 3x+2y\ge 9 \\ x-2y\le 3 \\ x+y\le 6 \\ x\quad \ge 1 \end{cases} (I)$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tam giác		
(b)	$(3;2)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình		
(c)	$x=1,y=3$ là nghiệm của hệ bất phương trình (I) sao cho $F=3x-y$ đạt giá trị lớn nhất		
(d)	$x=1,y=5$ là nghiệm của hệ bất phương trình (I) sao cho $F=3x-y$ đạt giá trị nhỏ nhất		

✍ Lời giải

(a) *Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tam giác*

Miền nghiệm của hệ (I) là miền tứ giác $ABCD$ với $A(3;0),B(5;1),C(1;5),D(1;3)$ (Hình).



» Chọn SAI.

(b) $(3;2)$ *là một nghiệm của hệ bất phương trình*

$(3;2)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình

» Chọn ĐÚNG.

(c) $x=1,y=3$ *là nghiệm của hệ bất phương trình (I) sao cho* $F=3x-y$ *đạt giá trị lớn nhất*

Tính giá trị của $F=3x-y$ tại các cặp số $(x;y)$ là toạ độ của các đỉnh tứ giác $ABCD$ rồi so sánh các giá trị đó, ta được F đạt giá trị lớn nhất bằng 14 tại $x=5,y=1$

» **Chọn** SAI.

(d) *$x=1,y=5$ là nghiệm của hệ bất phương trình (I) sao cho $F=3x-y$ đạt giá trị nhỏ nhất*

F đạt giá trị nhỏ nhất bằng -2 tại $x=1,y=5$.

» **Chọn** ĐÚNG.

» Câu 34. Bác Minh có kế hoạch đầu tư không quá 240 triệu đồng vào hai khoản X và khoản Y. Để đạt được lợi nhuận thì khoản Y phải đầu tư ít nhất 40 triệu đồng và số tiền đầu tư cho khoản X phải ít nhất gấp ba lần số tiền cho khoản Y. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Gọi x,y (đơn vị: triệu đồng) tiền bác Minh đầu tư vào kho ta có hệ bất phương trình: $\begin{cases} x+y\le 240 \\ y\ge 40 \\ x\ge 3y \end{cases}$		
(b)	Miền nghiệm của hệ bất phương trình tiền bác Minh đầu tư vào kho là một tứ giác		
(c)	Điểm $C(200;40)$ không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình tiền bác Minh đầu tư vào kho		
(d)	Điểm $A(180;60)$ là điểm có tung độ lớn nhất thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình tiền bác Minh đầu tư vào kho		

Lời giải

(a) *Gọi x,y (đơn vị: triệu đồng) tiền bác Minh đầu tư vào kho ta có hệ bất phương trình:* $\begin{cases} x+y\le 240 \\ y\ge 40 \\ x\ge 3y \end{cases}$

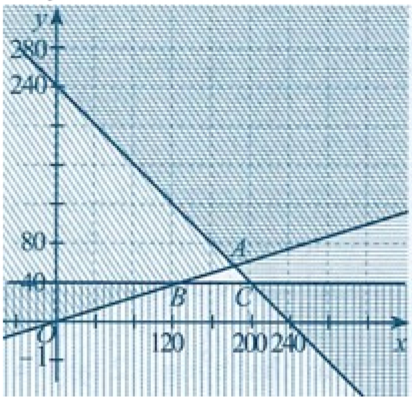
Gọi x,y (đơn vị: triệu đồng) tiền bác Minh đầu tư vào kho

Ta có hệ bất phương trình: $\begin{cases} x+y\le 240 \\ y\ge 40 \\ x\ge 3y \end{cases}$

» **Chọn** ĐÚNG.

(b) *Miền nghiệm của hệ bất phương trình tiền bác Minh đầu tư vào kho là một tứ giác*

Miền nghiệm của hệ trên là miền tam giác ABC với $A(180;60),B(120;40)$, $C(200;40)$ ở hình:



» Chọn SAI.

(c) *Điểm $C(200;40)$ không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình tiền bác Minh đầu tư vào kho*

Điểm $C(200;40)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình tiền bác Minh đầu tư vào kho

» Chọn SAI.

(d) *Điểm $A(180;60)$ là điểm có tung độ lớn nhất thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình tiền bác Minh đầu tư vào kho*

Điểm $A(180;60)$ là điểm có tung độ lớn nhất thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình tiền bác Minh đầu tư vào kho

» Chọn ĐÚNG.

» Câu 35. Trong 1 lạng thịt bò chứa $26\,g$ protein, 1 lạng cá chứa $22\,g$ protein. Trung bình trong một ngày, một người đàn ông cần từ 56 đến $91\,g$ protein. Theo lời khuyên của bác sĩ, để tốt cho sức khỏe thì không nên ăn thịt nhiều hơn cá. Gọi x,y lần lượt là số lạng thịt bò, lạng cá mà một người đàn ông ăn trong một ngày. Khi đó:

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
(a)	Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x,y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một người đàn ông là $\begin{cases}26x+22y\geq 56\\26x+22y\leq 91\\x\leq y\\x\geq 0\\y\geq 0\end{cases}$		
(b)	Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x,y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một người đàn ông là một ngũ giác		
(c)	$(1;2)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x,y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một người đàn ông		
(d)	Điểm $B\left(\frac{91}{48};\frac{91}{48}\right)$ là điểm có hoành độ bé nhất thuộc miền		

	nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x,y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một người đàn ông		

Lời giải

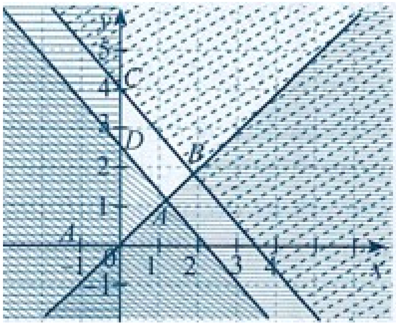
(a) *Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x,y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một người đàn ông là* $\begin{cases} 26x+22y\ge 56 \\ 26x+22y\le 91 \\ x\le y \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{cases}$

Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x,y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một người đàn ông là: $\begin{cases} 26x+22y\ge 56 \\ 26x+22y\le 91 \\ x\le y \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{cases}$

» Chọn ĐÚNG.

(b) *Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x,y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một người đàn ông là một ngũ giác*

Miền nghiệm của hệ trên là miền tứ giác $ABCD$ với $A\left(\frac{7}{6};\frac{7}{6}\right), B\left(\frac{91}{48};\frac{91}{48}\right)$, $C\left(0;\frac{91}{22}\right), D\left(0;\frac{28}{11}\right)$ ở hình:



» Chọn SAI.

(c) $(1;2)$ *thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x,y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một người đàn ông*

Một nghiệm $(x_0;y_0)$ của hệ bất phương trình với x_0,y_0 là $(x_0;y_0)=(1;2)$.

» Chọn ĐÚNG.

(d) *Điểm $B\left(\frac{91}{48};\frac{91}{48}\right)$ là điểm có hoành độ bé nhất thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x,y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một người đàn ông*

Điểm $B\left(\frac{91}{48};\frac{91}{48}\right)$ là điểm có hoành độ lớn nhất

» Chọn SAI.

» Câu 36. Bà Lan được tư vấn bổ sung chế độ ăn kiêng đặc biệt bằng cách sử dụng hai loại thực phẩm khác nhau là X và Y. Mỗi gói thực phẩm X chứa 20 đơn vị canxi, 20 đơn vị sắt và 10 đơn vị vitamin B. Mỗi gói thực phẩm Y chứa 20 đơn vị canxi, 10 đơn vị sắt và 20 đơn vị vitamin B. Yêu cầu hằng ngày tối thiểu trong chế độ ăn uống là 240 đơn vị canxi, 160 đơn vị sắt và 140 đơn vị vitamin B. Mỗi ngày không được dùng quá 12 gói mỗi loại. Khi đó:

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
(a)	Hệ bất phương mô tả số gói thực phẩm X và thực phẩm Y mà bà Lan cần dùng mỗi ngày trong chế độ ăn kiêng để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin Blà $\begin{cases} x+y\ge 12 \\ 2x+y\ge 16 \\ x+2y\ge 14 \\ 0\le x\le 12 \\ 0\le y\le 12 \end{cases}$		
(b)	Miền nghiệm của hệ bất phương mô tả số gói thực phẩm X và thực phẩm Y mà bà Lan cần dùng mỗi ngày trong chế độ ăn kiêng để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin Blà một ngũ giác		
(c)	Biết 1 gói thực phẩm loại X giá 20000 đồng, 1 gói thực phẩm loại Y giá 25000 đồng. Bà Lan cần dùng 10 gói thực phẩm loại X và 2 gói thực phẩm loại Y để chi phí mua là ít nhất		
(d)	Điểm $(10;8)$ không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương mô tả số gói thực phẩm X và thực phẩm Y mà bà Lan cần dùng mỗi ngày trong chế độ ăn kiêng để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin B		

✍ *Lời giải*

(a) *Hệ bất phương mô tả số gói thực phẩm X và thực phẩm Y mà bà Lan cần dùng mỗi ngày trong chế độ ăn kiêng để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin Blà* $\begin{cases} x+y\ge 12 \\ 2x+y\ge 16 \\ x+2y\ge 14 \\ 0\le x\le 12 \\ 0\le y\le 12 \end{cases}$

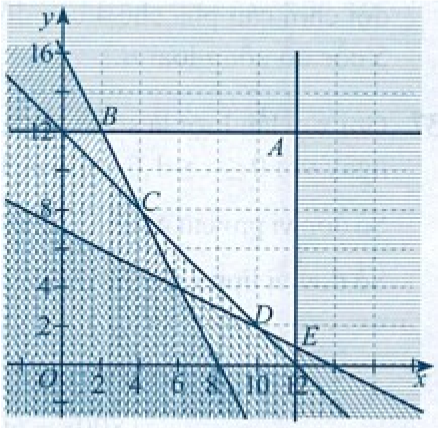
Gọi x,y lần lượt là số gói thực phẩm loại X, loại Y mà bà Lan cần dùng trong một ngày. Ta có: $0\le x\le 12, 0\le y\le 12$.

Số đơn vị canxi được cung cấp là: $20x+20y$. Ta có: $20x+20y\ge 240$ hay $x+y\ge 12$.

Số đơn vị sắt được cung cấp là: $20x+10y$. Ta có: $20x+10y\ge 160$ hay $2x+y\ge 16$.

Số đơn vị vitamin B được cung cấp là: $10x+20y$. Ta có: $10x+20y\ge 140$ hay $x+2y\ge 14$

Ta có hệ bất phương trình: $\begin{cases} x+y\ge 12 \\ 2x+y\ge 16 \\ x+2y\ge 14 \\ 0\le x\le 12 \\ 0\le y\le 12 \end{cases}$



» Chọn ĐÚNG.

(b) *Miền nghiệm của hệ bất phương mô tả số gói thực phẩm X và thực phẩm Y mà bà Lan cần dùng mỗi ngày trong chế độ ăn kiêng để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin Blà một ngũ giác*

Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền ngũ giác $ABCDE$ với $A(12;12)$, $B(2;12),C(4;8),D(10;2),E(12;1)$

» Chọn ĐÚNG.

(c) *Biết 1 gói thực phẩm loại X giá 20000 đồng, 1 gói thực phẩm loại Y giá 25000 đồng. Bà Lan cần dùng 10 gói thực phẩm loại X và 2 gói thực phẩm loại Y để chi phí mua là ít nhất*

Số tiền bà Lan dùng để mua các gói thực phẩm X,Y trong một ngày là: $T=20x+25y$ (nghìn đồng).

Tính giá trị của T tại các cặp số $(x;y)$ là toạ độ các đỉnh trên rồi so sánh các giá trị đó, ta được T đạt giá trị nhỏ nhất bằng 250 nghìn đồng tại $x=10;y=2$.

Vậy để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin B nhưng với chi phí thấp nhất thì mỗi ngày bà Lan cần dùng 10 gói thực phẩm loại X và 2 gói thực phẩm loại Y.

» Chọn ĐÚNG.

(d) *Điểm $(10;8)$ không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương mô tả số gói thực phẩm X và thực phẩm Y mà bà Lan cần dùng mỗi ngày trong chế độ ăn kiêng để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin B*

Điểm $(10;8)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình mô tả số gói thực phẩm X và thực phẩm Y mà bà Lan cần dùng mỗi ngày trong chế độ ăn kiêng để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin B

» Chọn SAI.

» Câu 37. Cho các hệ bất phương trình sau: $\begin{cases} x-2y\le 0 \\ 5x-y\ge -4 \\ x+2y\le 5 \end{cases}$, $\begin{cases} -x-y<4 \\ -x+2y>-2 \\ x+y<8 \\ x\ge -6 \\ y\le 6 \end{cases}$. Khi đó:

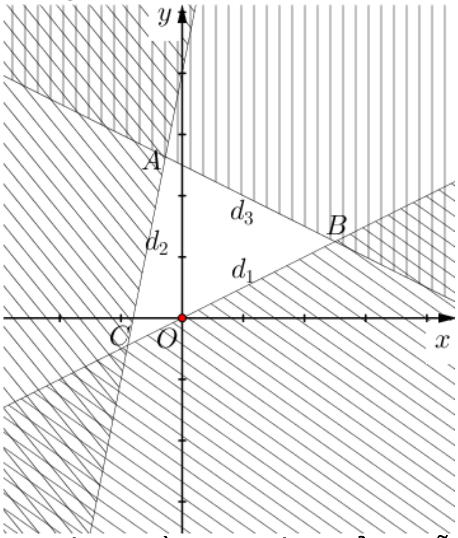
	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x-2y\le 0 \\ 5x-y\ge -4 \\ x+2y\le 5 \end{cases}$ là tam giác.		
(b)	Điểm $M(1;1)$ thỏa mãn miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x-2y\le 0 \\ 5x-y\ge -4 \\ x+2y\le 5 \end{cases}$.		
(c)	Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} -x-y<4 \\ -x+2y>-2 \\ x+y<8 \\ x\ge -6 \\ y\le 6 \end{cases}$ là tứ giác.		
(d)	Điểm $O(0;0)$ không thỏa mãn miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} -x-y<4 \\ -x+2y>-2 \\ x+y<8 \\ x\ge -6 \\ y\le 6 \end{cases}$.		

Lời giải

(a) *Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x-2y\le 0 \\ 5x-y\ge -4 \\ x+2y\le 5 \end{cases}$ là tam giác.*

» $\begin{cases} x-2y\le 0 \\ 5x-y\ge -4 \\ x+2y\le 5 \end{cases}$

Vẽ các đường thẳng $d_1: x-2y=0, d_2: 5x-y=-4$, $d_3: x+2y=5$.



Gạch bỏ các phần không thuộc miền nghiệm của mỗi bất phương trình (nửa mặt phẳng có bờ là các đường d_1, d_2, d_3 và không chứa điểm M).
Khi đó, miền nghiệm của bất phương trình chính là miền của tam giác ABC (kể cả ba cạnh của nó), trong đó $A\left(-\frac{3}{11};\frac{29}{11}\right), B\left(\frac{5}{2};\frac{5}{4}\right), C\left(-\frac{8}{9};-\frac{4}{9}\right)$.

» Chọn ĐÚNG.

(b) *Điểm* $M(1;1)$ *thỏa mãn miền nghiệm của hệ bất phương trình* $\begin{cases} x-2y\le 0 \\ 5x-y\ge -4 \\ x+2y\le 5 \end{cases}$.

Ta thấy điểm $M(1;1)$ thỏa mãn miền nghiệm của hệ bất phương trình vì khi thay $x=1, y=1$ vào hệ, ta có: $\begin{cases} 1-2.1\le 0 \\ 5.1-1\ge -4 \\ 1+2.1\le 5 \end{cases}$ (đúng)

» Chọn ĐÚNG.

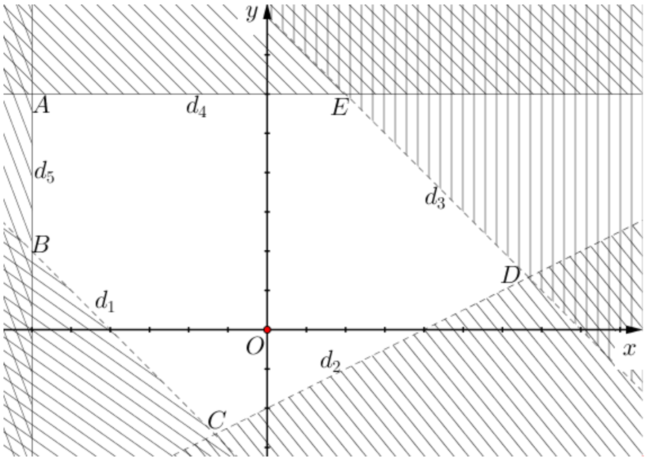
(c) *Miền nghiệm của hệ bất phương trình* $\begin{cases} -x-y<4 \\ -x+2y>-2 \\ x+y<8 \\ x\ge -6 \\ y\le 6 \end{cases}$ *là tứ giác.*

» $\begin{cases} -x-y<4 \\ -x+2y>-2 \\ x+y<8 \\ x\ge -6 \\ y\le 6 \end{cases}$

Vẽ các đường thẳng $d_1: -x-y=4, d_2: -x+2y=-2, d_3: x+y=8, d_4: x=-6, d_5: y=6$

Gạch bỏ các phần không thuộc miền nghiệm của mỗi bất phương trình trong hệ (nửa mặt phẳng có bờ là các đường thẳng d_1, d_2, d_3, d_4, d_5 và không chứa điểm O).

Khi đó miền nghiệm của hệ bất phương trình chính là miền của ngũ giác $ABCDE$ (không kể các cạnh BC, CD, DE) với $A(-6;6)$, $B(-6;2)$, $C(-2;-2)$, $D(6;2)$, $E(2;6)$.



» Chọn SAI.

(d) *Điểm* $O(0;0)$ *không thỏa mãn miền nghiệm của hệ bất phương trình* $\begin{cases} -x-y<4 \\ -x+2y>-2 \\ x+y<8 \\ x\ge -6 \\ y\le 6 \end{cases}$.

Ta có điểm $O(0;0)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình

Vì khi thay $x=0, y=0$ vào hệ, ta được:

$0<4$, $0>-2$, $0<8$, $0\ge -6$, $0\le 6$ (đúng)

» Chọn SAI.

» Câu 38. Một gia đình cần ít nhất $900\,g$ chất protein và $400\,g$ chất lipit trong thức ăn mỗi ngày. Biết rằng thịt bò chứa 80% protein và 20% lipit. Thịt lợn chứa 60% protein và 40% lipit. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất là $1600\,g$ thịt bò, $1100\,g$ thịt lợn, giá tiền $1\,kg$ thịt bò là 45000 đồng, $1\,kg$ thịt lợn là 35000 đồng. Giả sử gia đình mua x kg thịt bò và y kg thịt lợn. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\begin{cases} 0\le x\le 1,6 \\ 0\le y\le 1,1 \\ 4x+3y\ge 4,5 \\ x+2y\ge 2 \end{cases}$ là hệ bất phương trình biểu thị các điều kiện của bài toán		
(b)	Miền nghiệm của hệ trên là miền của tam giác		
(c)	Gọi T (nghìn đồng) là số tiền phải trả cho x (kilogam) thịt bò và y (kilogam) thịt lợn. Khi đó, chi phí để mua $x(kg)$ thịt bò và $y(kg)$ thịt lợn là: $T=35x+45y$ (nghìn đồng).		
(d)	Gia đình đó mua $0,6\,kg$ thịt bò và $0,7\,kg$ thịt lợn thì chi phí là		

) | ít nhất.

Lời giải

(a) $\begin{cases} 0 \le x \le 1,6 \\ 0 \le y \le 1,1 \\ 4x+3y \ge 4,5 \\ x+2y \ge 2 \end{cases}$ *là hệ bất phương trình biểu thị các điều kiện của bài toán*

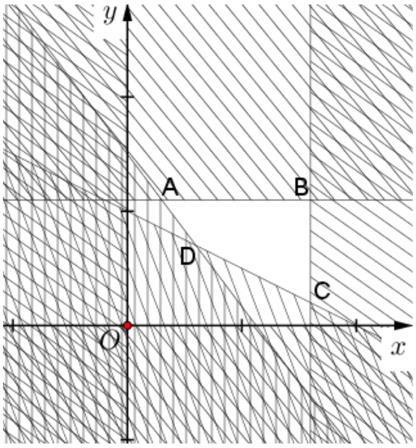
Giả sử gia đình đó mua $x(kg)$ thịt bò và $y(kg)$ thịt lợn.

Điều kiện: $0 \le x \le 1,6; 0 \le y \le 1,1$.

Khi đó lượng protein có được là $80\%x + 60\%y$ và lượng lipit có được là $20\%x + 40\%y$.

Vì gia đình đó cần ít nhất $0,9\,kg$ protein và $0,4\,kg$ lipit trong thức ăn mỗi ngày nên điều kiện tương ứng là: $80\%x + 60\%y \ge 0,9$; $20\%x + 40\%y \ge 0,4$.

Ta có hệ bất phương trình: $\begin{cases} 0 \le x \le 1,6 \\ 0 \le y \le 1,1 \\ 4x+3y \ge 4,5 \\ x+2y \ge 2 \end{cases}$.



» **Chọn** ĐÚNG.

(b) *Miền nghiệm của hệ trên là miền của tam giác*

Miền nghiệm của hệ trên là miền của tứ giác lồi $ABCD$ (kể cả biên) được mô tả ở hình bên.

» **Chọn** SAI.

(c) *Gọi T (nghìn đồng) là số tiền phải trả cho x (kilogam) thịt bò và y (kilogam) thịt lợn. Khi đó, chi phí để mua $x(kg)$ thịt bò và $y(kg)$ thịt lợn là: $T = 35x + 45y$ (nghìn đồng).*

Chi phí để mua $x(kg)$ thịt bò và $y(kg)$ thịt lợn là: $T = 45x + 35y$ (nghìn đồng).

» **Chọn** SAI.

(d) *Gia đình đó mua $0,6\,kg$ thịt bò và $0,7\,kg$ thịt lợn thì chi phí là ít nhất.*

Ta đã biết T đạt giá trị nhỏ nhất tại một trong các đỉnh tứ giác $ABCD$ trong đó $A(0,3;1,1), B(1,6;1,1), C(1,6;0,2), D(0,6;0,7)$.

Xét $A(0,3;1,1)$, ta có $T = 45.0,3 + 35.1,1 = 52$;

Xét $B(1,6;1,1)$, ta có $T=45.1,6+35.1,1=110,5$;

Xét $C(1,6;0,2)$, ta có $T=45.1,6+35.0,2=79$;

Xét $D(0,6;0,7)$, ta có $T=45.0,6+35.0,7=51,5$.

So sánh các giá trị trên, ta thấy được T đạt giá trị nhỏ nhất bằng 51,5 (nghìn đồng), khi đó $\begin{cases} x=0,6 \\ y=0,7 \end{cases}$ (tức là gia đình đó mua $0,6\,kg$ thịt bò và $0,7\,kg$ thịt lợn thì chi phí là ít nhất).

» Chọn ĐÚNG.

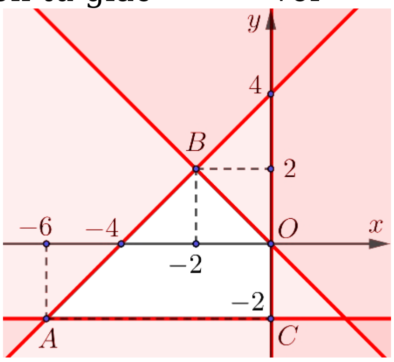
C. *Câu hỏi – Trả lời ngắn*

» Câu 39. Cho hệ bất phương trình: $\begin{cases} x-y+4\ge 0 \\ x+y\le 0 \\ x\le 0 \\ y+2\ge 0 \end{cases}$. Miền nghiệm của hệ tạo thành đa giác có *n* cạnh, với *n* là số tự nhiên. Xác định *n*

Lời giải

✓Trả lời: 4

Miền nghiệm của hệ là miền tứ giác $ABOC$ với $A(-6;-2), B(-2;2)$ và $C(0;-2)$



» Câu 40. Cho biểu thức $T=3x-2y-4$ với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình: $\begin{cases} x-y-1\le 0 \\ x+4y+9\ge 0 \\ x-2y+3\ge 0 \end{cases}$.

Biết T đạt giá trị nhỏ nhất khi $x=x_0$ và $y=y_0$. Tính $x_0^2+y_0^2$.

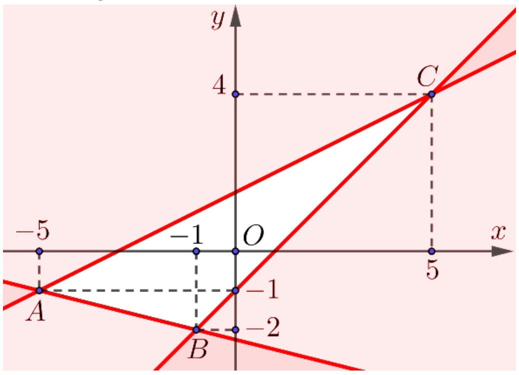
Lời giải

✓Trả lời: 26

Miền nghiệm của hệ là miền tam giác ABC với $A(-5;-1)$; $B(-1;-2)$ và $C(5;4)$.

Lập bảng:

Đỉnh	$A(-5;-1)$	$B(-1;-2)$	$C(5;4)$
T	-17	-3	3



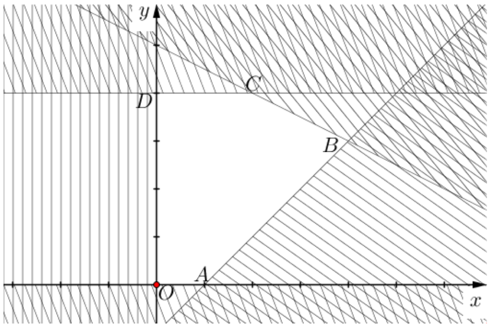
Vậy T đạt giá trị nhỏ nhất bằng -17 khi $x=-5$ và $y=-1$.

Do đó $x_0=-5$ và $y_0=-1 \Rightarrow x_0^2+y_0^2=26$.

» Câu 41. Tìm GTLN của $f(x,y)=x+2y$ với điều kiện $\begin{cases} 0 \le y \le 4 & (d_1) \\ 0 \le x & (d_2) \\ x-y-1 \le 0 & (d_3) \\ x+2y-10 \le 0 & (d_4) \end{cases}$

Lời giải

✓Trả lời: 10



$\{M(x;y)\}$ thoả mãn (I) là miền bên trong đa giác $OABCD$

Tìm toạ độ A,B,C,D bằng phương pháp đồ thị hay phương trình hoành độ giao điểm.

Thay toạ độ O,A,B,C,D vào $f(x;y)=x+2y$ ta có

	0	*A*	*B*	*C*	*D*
$f(x;y)$	0	1	10	10	8

$\Rightarrow \max(f(x;y))=10$

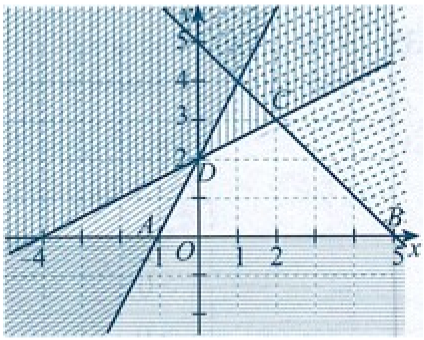
» Câu 42. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong $[-20;20]$ để $m \le -x+y$ với mọi cặp số $(x;y)$ thoả mãn hệ bất phương trình sau: $\begin{cases} -2x+y \le 2 \\ -x+2y \le 4 \\ x+y \le 5 \\ y \ge 0 \end{cases}$

Lời giải

✓Trả lời: 16

Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tứ giác $ABCD$ với $A(-1;0)B(5;0),C(2;3)$, $D(0;2)$.

Ta có: $x-y+m\ge 0\Leftrightarrow m\ge -x+y$.



Đặt $F=-x+y$.

Tính giá trị của $F=-x+y$ tại các cặp số $(x;y)$ là toạ độ của các đỉnh tứ giác $ABCD$ rồi so sánh bằng -5 tại $x=5,y=0$.

Để $m\le -x+y$ với mọi x,y thoả mãn hệ bất phương trình đã cho thì $m\le \text{Min}F$ trên miền nghiệm của hệ bất phương trình đó hay $m\le -5$.

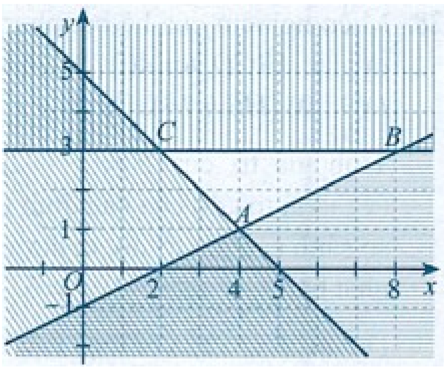
Vậy trong đoạn $[-20;20]$ thì $m\in\{-20;-19;...;-5\}$ có 16 giá trị nguyên.

» Câu 43. Cho hệ bất phương trình: $\begin{cases} x+y\ge 5\\ x-2y\le 2 \quad (II)\\ y\le 3.\end{cases}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong $[-20;20]$ để bất phương trình $2x-5y+m\ge 0$ nghiệm đúng với mọi cặp số $(x;y)$ thoả mãn hệ bất phương trình (II).

Lời giải

✓Trả lời: 10

Miền nghiệm của hệ bất phương trình (II) là miền tam giác ABC với $A(4;1)$, $B(8;3),C(2;3)$ (Hình).



Ta có: $2x-5y+m\ge 0\Leftrightarrow m\ge -2x+5y$.

Đặt $F=-2x+5y$.

Tính giá trị của $F=-2x+5y$ tại các cặp số $(x;y)$ là toạ độ của các đỉnh tam giác ABC rồi so sánh các giá trị đó, ta được F đạt giá trị lớn nhất bằng 11 tại $x=2,y=3$.

Để bất phương trình $2x-5y+m\geq 0$ nghiệm đúng với mọi x,y thoả mãn hệ bất phương trình đã cho thì $m\geq \text{Max}F$ trên miền nghiệm của hệ bất phương trình đó hay $m\geq 11$.

Vậy trong đoạn $[-20;20]$ thì $m\in\{11;12;...;20\}$ có 10 giá trị nguyên.

» Câu 44. Trong một cuộc thi pha chế đồ uống gồm hai loại là A và B, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa $24\,g$ hương liệu, 9 cốc nước lọc và $210\,g$ đường. Để pha chế 1 cốc đồ uống loại A cần 1 cốc nước lọc, $30\,g$ đường và $1\,g$ hương liệu. Để pha chế 1 cốc đồ uống loại B cần 1 cốc nước lọc, $10\,g$ đường và $4\,g$ hương liệu. Mỗi cốc đồ uống loại A nhận được 6 điểm thương, mỗi cốc đồ uống loại B nhận được 8 điểm thưởng. Để đạt được số điểm thưởng cao nhất, đội chơi cần pha chế x cốc đồ uống loại A và y cốc đồ uống loại B. Tính giá trị $x+y$

✍ Lời giải

✓Trả lời: 9

Gọi x,y lần lượt là số cốc đồ uống loại A, loại B mà đội chơi cần pha chế với $x\geq 0, y\geq 0$

Số cốc nước cần dùng là: $x+y$ (cốc).

Lượng đường cần dùng là: $30x+10y(g)$.

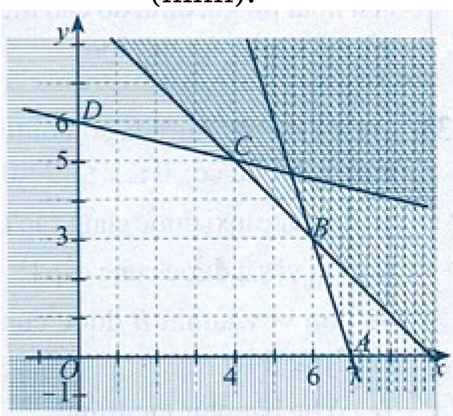
Lượng hương liệu cần dùng là: $x+4y(g)$.

Theo giả thiết, ta có: $\begin{cases} x\geq 0 \\ y\geq 0 \\ x+y\leq 9 \\ 30x+10y\leq 210 \\ x+4y\leq 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 0 \\ y\geq 0 \\ x+y\leq 9 \\ 3x+y\leq 21 \\ x+4y\leq 24 \end{cases}\quad (III)$

Số điểm thưởng nhận được là: $F=6x+8y$.

Ta tìm giá trị lớn nhất trên miền nghiệm của hệ bất phương trình (III).

Miền nghiệm của hệ bất phương trình (III) là miền ngũ giác $OABCD$ với $O(0;0), A(7;0), B(6;3), C(4;5), D(0;6)$ (hình).



Tính giá trị của $F=6x+8y$ tại các cặp số $(x;y)$ là tọa độ của các đỉnh ngũ giác $OABCD$ rồi so sánh các giá trị đó, ta được F đạt giá trị lớn nhất bằng 64 tại $x=4; y=5$.

Vậy để đạt được số điểm thưởng cao nhất, đội chơi cần pha chế 4 cốc đồ uống loại A, 5 cốc đồ uống loại B.

Khi đó $x+y=4+5=9$

» Câu 45. Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi ki-lô-gam thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipit. Mỗi ki-lô-gam thịt lợn (heo) chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất là $1,6\,kg$ thịt bò và $1,1\,kg$ thịt lợn; giá $1\,kg$ thịt bò là 200000 đồng, $1\,kg$ thịt lợn là 160000 đồng. Gia đình đó cần mua m kg thịt bò và n kg thịt lợn để đảm bảo cung cấp đủ lượng protein, lipit cho gia đình và có chi phí là ít nhất. Tính giá trị $m+n$ với $m;n$ là các số hữu tỉ.

Lời giải

✓ Trả lời: 1,3

Gọi x,y lần lượt là số ki-lô-gam thịt bò và thịt lợn mà gia đình đó mua trong một ngày với $0\le x\le 1,6, 0\le y\le 1,1$.

Số đơn vị protein gia đình có là: $800x+600y$.

Số đơn vị lipit gia đình có là: $200x+400y$.

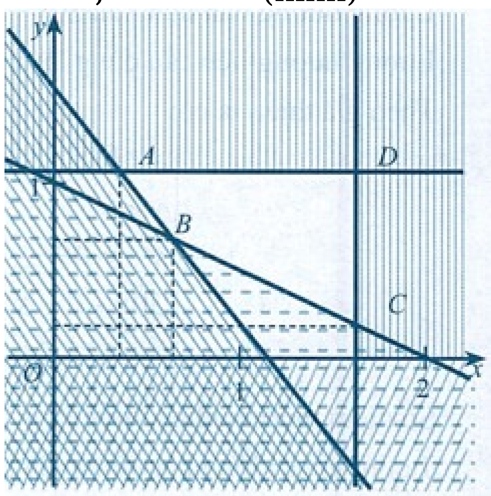
Theo bài ra, ta có: $\begin{cases}0\le x\le 1,6\\ 0\le y\le 1,1\\ 800x+600y\ge 900\\ 200x+400y\ge 400\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0\le x\le 1,6\\ 0\le y\le 1,1\\ 8x+6y\ge 9\\ x+2y\ge 2\end{cases}(IV)$

Số tiền gia đình đã dùng để mua thịt bò và thịt lợn là:
$T=200000x+160000y$ (đồng).

Bài toán đưa về tìm x,y là nghiệm của hệ bất phương trình (IV) để $T=200000x+160000y$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Trước hết, ta biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình (IV).

Miền nghiệm của hệ bất phương trình (IV) là miền tứ giác $ABCD$ với $A(0,3;1,1), B(0,6;0,7), C(1,6;0,2)$, $D(1,6;1,1)$ (hình)



Tính giá trị của T tại các cặp số $(x;y)$ là tọa độ của các đỉnh tứ giác $ABCD$ rồi so sánh các giá trị đó, ta được T đạt giá trị nhỏ nhất bằng 232000 đồng tại $x=0,6; y=0,7$

Vậy để đảm bảo cung cấp đủ lượng protein, lipit cho gia đình và có chi phí là ít nhất thì gia đình đó cần mua thêm $0,6kg$ thịt bò và $0,7kg$ thịt lợn

Khi đó $m+n=0,6+0,7=1,3$

» Câu 46. Nhân dịp tết Trung thu, xí nghiệp sản xuất bánh muốn sản xuất hai loại bánh: bánh nướng và bánh dẻo. Để sản xuất hai loại bánh này, xí nghiệp cần: đường, bột mì, trứng, mứt bí, lạp xưởng,. Xí nghiệp đã nhập về $600\,kg$ bột mì và $240\,kg$ đường, các nguyên liệu khác luôn đáp ứng được số lượng mà xí nghiệp cần. Mỗi chiếc bánh nướng cần $120\,g$ bột mì, $60\,g$ đường. Mỗi chiếc bánh dẻo cần $160\,g$ bột mì và $40\,g$ đường. Theo khảo sát thị trường, lượng bánh dẻo tiêu thụ không vượt quá ba lần lượng bánh nướng và sản phẩm của xí nghiệp sản xuất luôn được tiêu thụ hết. Mỗi chiếc bánh nướng lãi 8000 đồng, mỗi chiếc bánh dẻo lãi 6000 đồng. Để đáp ứng nhu cầu thị trường; đảm bảo lượng bột mì, đường không vượt quá số lượng mà xí nghiệp đã chuẩn bị và vẫn thu được lợi nhuận cao nhất thì xí nghiệp phải sản xuất *m* chiếc bánh nướng và *n* chiếc bánh dẻo, với *m;n* là các số tự nhiên. Tính giá trị $\frac{m+n}{6}$

✍ *Lời giải*

✓ Trả lời: 750

Gọi x,y (chiếc) là số lượng bánh nướng, bánh dẻo mà xí nghiệp cần sản xuất.

Trong đó $0<x,0<y$ với $x,y\in ¥^*$.

Khối lượng bột mỳ cần dùng là: $0,12x+0,16y\ (kg)$.

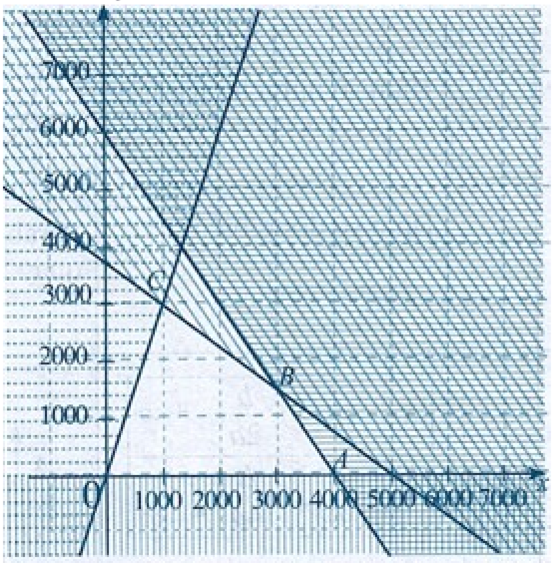
Khối lượng đường cần dùng là: $0,06x+0,04y\ (kg)$.

Ta có: $0,12x+0,16y\le 600$ hay $3x+4y\le 15000$;
$0,06x+0,04y\le 240$ hay $3x+2y\le 12000$.

Số tiền lãi thu được là: $T=8x+6y$ (nghìn đồng). Bài toán đưa về, tìm x,y là nghiệm của hệ bất phương trình: $\begin{cases} 3x+4y\le 15000 \\ 3x+2y\le 1200 \\ y\le 3x \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{cases}\quad (V)$ để $T=8x+6y$ đạt giá trị lớn nhất.

Trước hết, ta biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình (V).

Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tứ giác $OABC$ với $O(0;0),A(4000;0),B(3000;1500),C(1000;3000)$



Tính giá trị của T tại các cặp số $(x;y)$ là toạ độ các đỉnh trên rồi so sánh các giá trị đó, ta được T đạt giá trị lớn nhất bằng 33000 (nghìn đồng) hay 33 triệu đồng tại $x=3000; y=1500$.

Vậy để đạt được tiền lãi cao nhất, xí nghiệp nên sản xuất 3000 chiếc bánh nướng và 1.500 chiếc bánh dẻo.

Khi đó $\frac{m+n}{6}=\frac{3000+1500}{6}=750$

» Câu 47. Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm là sản phẩm loại I và sản phẩm loại II:

» Mỗi kg sản phẩm loại I cần $2kg$ nguyên liệu và 30 giờ, thu lời được 40 nghìn.

» Mỗi kg sản phẩm loại II cần 4 kg nguyên liệu và 15 giờ, thu lời được 30 nghìn.

Xưởng có 200 kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc tối đa. Để có mức lời cao nhất xưởng sẽ sản xuất *m* sản phẩm loại I và *n* sản phẩm loại II, với *m;n* là các số tự nhiên. Tính giá trị $m+2n$

✍ Lời giải

✓ Trả lời: 100

Gọi x, y lần lượt là số kg sản phẩm loại I và loại II mà xưởng sản xuất được.

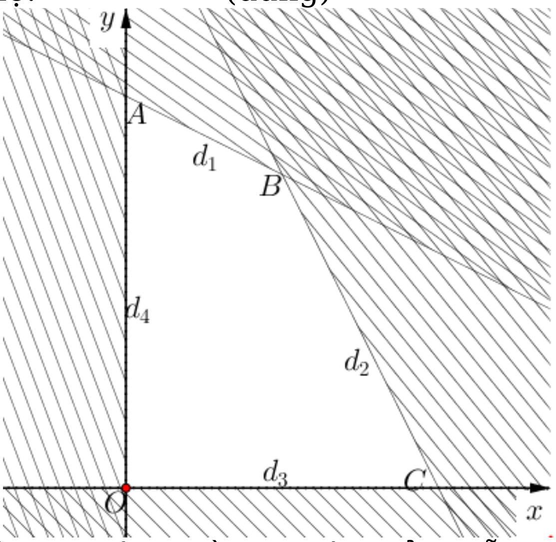
Tổng nguyên liệu được dùng là $2x+4y(kg)$; tổng thời gian sản xuất là $30x+15y$ (giờ); $x, y \ge 0$.

Ta có hệ bất phương trình: $\begin{cases} 2x+4y \le 200 \\ 30x+15y \le 1200 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y \le 100 \\ 2x+y \le 80 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases}$

Vẽ trên cùng hệ trục các đường thẳng

$d_1: x+2y=100, d_2: 2x+y=80, d_3: y=0, d_4: x=0$

Ta có điểm $M(1;1)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình vì khi thay tọa độ điểm này vào hệ: $\begin{cases}1+2.1\le 100\\ 2.1+1\le 80\\ 1\ge 0\\ 1\ge 0\end{cases}$ (đúng)



Gạch bỏ các phần không thuộc miền nghiệm của mỗi bất phương trình trong hệ (nửa mặt phẳng có bờ là các đường thẳng d_1, d_2, d_3, d_4 và không chứa điểm M). Khi đó miền nghiệm của hệ bất phương trình chính là miền của tứ giác $OABC$ (kể cả các cạnh của tứ giác đó) với $O(0;0), A(0;50), B(20;40), C(40;0)$.

Lãi thu về từ việc sản xuất hai sản phẩm: $F(x;y)=40x+30y$ (nghìn đồng).

Tại $O(0;0)$, ta có $F(0;0)=0$;

Tại $A(0;50)$, ta có $F(0;50)=1500$;

Tại $B(20;40)$, ta có $F(20;40)=2000$;

Tại $C(40;0)$, ta có $F(40;0)=1600$.

Vậy lãi suất cao nhất thu được bằng 2000000 đồng, khi đó $x=20, y=40$ (tức là xưởng cần sản xuất ra 20 sản phẩm loại I và 40 sản phẩm loại II).

Khi đó $\begin{cases}m=20\\ n=40\end{cases} \Rightarrow m+2n=20+2.40=100$

» Câu 48. Một hộ nông dân định trồng dứa và củ đậu trên diện tích 8 ha. Trên diện tích mỗi ha, nếu trồng dứa thì cần 20 công và thu 3 triệu đồng, nếu trồng củ đậu thì cần 30 công và thu 4 triệu đồng. Để thu được nhiều tiền nhất hộ nông dân cần trồng m ha dứa và n ha củ đậu, biết rằng $m;n$ là các số tự nhiên và tổng số công không quá 180. Tính giá trị $m+2n$

Lời giải

✓ Trả lời: 10

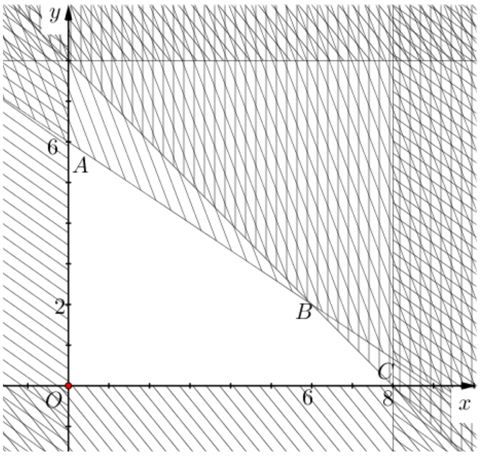
Gọi x, y lần lượt là số ha trồng dứa và củ đậu. Điều kiện: $\begin{cases}0\le x\le 8\\ 0\le y\le 8\end{cases}$.

Tổng diện tích trồng là $x+y$ (ha); tổng số công cần thiết là $20x+30y$ (công).

Số tiền thu được là $T(x,y)=3x+4y$

Ta có hệ bất phương trình $\begin{cases} 0\le x\le 8 \\ 0\le y\le 8 \\ x+y\le 8 \\ 20x+30y\le 180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0\le x\le 8 \\ 0\le y\le 8 \\ x+y\le 8 \\ 2x+3y\le 18 \end{cases} \quad (*)$

Miền nghiệm của hệ $(*)$ là miền tứ giác $OABC$ (kể cả biên) với $O(0;0); A(0;6); B(6;2); C(0;8)$



Khi đó $T(x;y)$ đạt cực đại tại một trong các đỉnh của tứ giác $OABC$.

Ta có: $T(0;0)=0; T(0;6)=24; T(6;2)=26; T(8;0)=24$.

Vậy giá trị lớn nhất của $T(x;y)$ bằng 26 (triệu đồng), khi đó $x=6, y=2$ (tức là hộ nông dân cần trồng $6ha$ dứa và $2ha$ củ đậu để có thể thu lại số tiền nhiều nhất).

Khi đó $\begin{cases} m=6 \\ n=2 \end{cases} \Rightarrow m+2n=6+2.2=10$

» Câu 49. Có ba nhóm máy X,Y,Z dùng để sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II. Để sản xuất một đơn vị sản phẩm mỗi loại lần lượt phải dùng các máy thuộc các nhóm khác nhau. Số máy trong một nhóm và số máy của từng nhóm cần thiết để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm thuộc mỗi loại được dùng cho trong bảng sau:

Nhóm	Số máy trong mỗi nhóm	Số máy trong từng nhóm để sản xuất ra một đơn vị	
		Loại I	Loại II
X	10	2	2
Y	4	0	2
Z	12	2	4

Một đơn vị sản phẩm loại I lãi 3 nghìn đồng, một đơn vị sản phẩm loại II lãi 5 nghìn đồng. Để cho tổng số tiền lãi thu được là cao nhất thì đơn vị phải sản xuất m sản phẩm loại I và n sản phẩm loại II, với $m;n$ là các số tự nhiên. Tính giá trị $m-n$

Lời giải

✓Trả lời: 3

Gọi x là số đơn vị sản phẩm loại I, y là số đơn vị sản phẩm loại II sản xuất ra.

Như vậy tiền lãi có được là $F(x;y)=3x+5y$ (nghìn đồng).

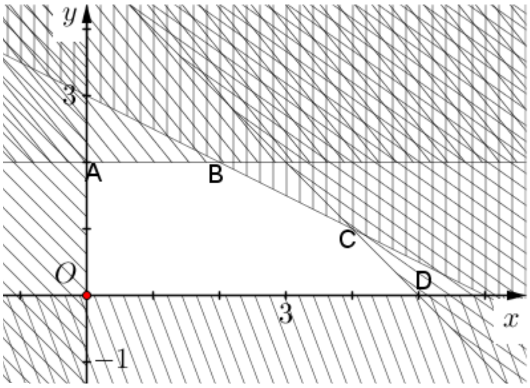
Theo giả thiết:

Số máy cần dùng nhóm X: $2x+2y$ (máy);

Số máy cần dùng ở nhóm Y là $0x+2y$ (máy);

Số máy cần dùng ở nhóm Z là $2x+4y$ (máy).

Ta có hệ bất phương trình $(*):\begin{cases}2x+2y\le 10\\ 2y\le 4\\ 2x+4y\le 12\\ x\ge 0, y\ge 0\end{cases}$.



Miền nghiệm của hệ $(*)$ được biểu diễn là miền của ngũ giác $OABCD$ với $O(0;0), A(0;2), B(2;2), C(4;1), D(5;0)$.

Xét $O(0;0)$, ta có $F(0;0)=3.0+5.0=0$;

Xét $A(0;2)$, ta có $F(0;2)=3.0+5.2=10$;

Xét $B(2;2)$, ta có $F(2;2)=3.2+5.2=16$;

Xét $C(4;1)$, ta có $F(4;1)=3.4+5.1=17$;

Xét $D(5;0)$, ta có $F(5;0)=3.5+5.0=15$.

Từ các kết quả trên, ta thấy khoản lãi lớn nhất ($F(x;y)$ lớn nhất) bằng 17 (ngàn đồng), khi đó người ta cần làm ra 4 sản phẩm loại I và 1 sản phẩm loại II (tức là $x=4, y=1$).

Khi đó $\begin{cases}m=4\\ n=1\end{cases}\Rightarrow m-n=4-1=3$

» Câu 50. Bác Năm dự định trồng ngô và đậu xanh trên một mảnh đất có diện tích 8 hecta (ha). Nếu trồng 1 ha ngô thì cần 20 ngày công và thu được 40 triệu đồng. Nếu trồng 1 ha đậu xanh thì cần 30 ngày công và thu được 50 triệu đồng. Để thu được nhiều tiền nhất thì bác Năm cần trồng *m* ha ngô và *n* ha đậu xanh, với *m;n* là các số tự nhiên. Tính giá trị $m+n$. Biết rằng, bác Năm chỉ có thể sử dụng không quá 180 ngày công cho việc trồng ngô và đậu xanh.

Lời giải

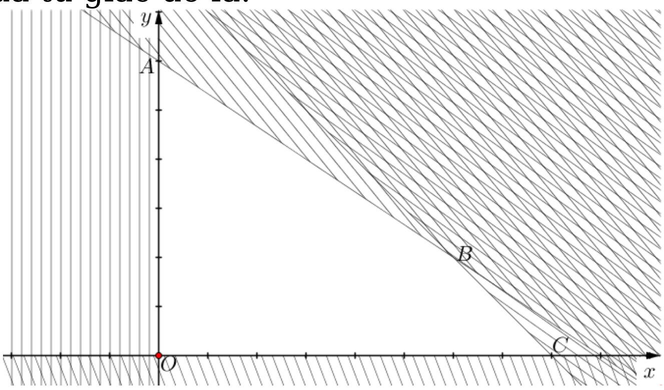
✓Trả lời: 8

Gọi x là số hecta (ha) đất trồng ngô và y là số hecta đất trồng đậu xanh.
Ta có các điều kiện ràng buộc đối với x, y như sau: Hiển nhiên $x \geq 0, y \geq 0$.
- Diện tích canh tác không vượt quá 8 ha nên $x + y \leq 8$.
- Số ngày công sử dụng không vượt quá 180 nên $20x + 30y \leq 180$.
Từ đó, ta có hệ bất phương trình mô tả các điều kiện ràng buộc:

$$\begin{cases} x + y \leq 8 \\ 20x + 30y \leq 180 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình này trên hệ trục toạ độ Oxy, ta được miền tứ giác $OABC$ (Hình).

Toạ độ các đỉnh của tứ giác đó là: $O(0;0); A(0;6); B(6;2); C(8;0)$



Gọi F là số tiền (đơn vị: triệu đồng) bác Năm thu được, ta có: $F = 40x + 50y$.
Ta phải tìm x, y thoả mãn hệ bất phương trình sao cho F đạt giá trị lớn nhất, nghĩa là tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $F = 40x + 50y$ trên miền tứ giác $OABC$.
Tính các giá trị của biểu thức F tại các đỉnh của đa giác, ta có:
Tại $O(0;0): F = 40.0 + 50.0 = 0$
Tại $A(0;6): F = 40.0 + 50.6 = 300$;
Tại $B(6;2): F = 40.6 + 50.2 = 340$;
Tại $C(8;0): F = 40.8 + 50.0 = 320$.
F đạt giá trị lớn nhất bằng 340 tại $B(6;2)$.
Vậy để thu được nhiều tiền nhất, bác Năm cần trồng 6 ha ngô và 2 ha đậu xanh.
Khi đó $\begin{cases} m = 6 \\ n = 2 \end{cases} \Rightarrow m + n = 8$

---------------------------------- Hết ----------------------------------