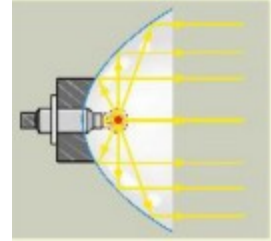


Bài 3. Parabol

Từ khóa: Parabol; Trục đối xứng; Đỉnh; Bán kính qua tiêu; Tâm sai.

Mặt cắt của gương phản chiếu của một đèn pha là một parabol (P) với tim của bóng đèn đặt tại tiêu điểm F . Làm thế nào để tìm khoảng cách từ F đến một điểm trên gương khi biết phương trình chính tắc của (P)?



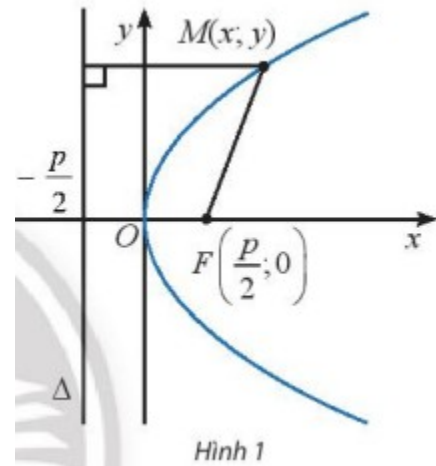
1. Tính đối xứng của đường parabol

Ôn tập về parabol

Ta đã biết parabol (P) với phương trình chính tắc $y^2 = 2px$ có **tiêu điểm** $F\left(\frac{p}{2}; 0\right)$ và có **đường chuẩn** $\Delta: x = -\frac{p}{2}$.

Parabol (P) nhận Ox làm **trục đối xứng**.

Giao điểm của parabol (P) và trục đối xứng của nó gọi là **đỉnh** của parabol.



Chú ý: a) Với mọi điểm $M(x; y)$ thuộc parabol (P): $y^2 = 2px$ (với $p > 0$) ta đều có $x \geq 0$, suy ra (P) thuộc nửa mặt phẳng tọa độ có $x \geq 0$.

b) Vì $-\frac{p}{2} < 0$ nên đường chuẩn của parabol không có điểm chung với parabol đó.



Chúng ta chứng tỏ rằng nếu điểm $M(x_0; y_0)$ nằm trên parabol (P) thì điểm $M(x_0; -y_0)$ cũng nằm trên parabol (P).

Khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn gọi là **tham số** của parabol.

Chú ý: Khác với elip và hypebol, đường parabol chỉ có một trục đối xứng, một đỉnh và không có tâm đối xứng.

Ví dụ 1

Tìm tọa độ tiêu điểm, tọa độ đỉnh, phương trình đường chuẩn và trục đối xứng của parabol (P): $y^2 = 4x$.

Giải

Ta có $2p = 4$, suy ra $p = 2$. Vậy (P) có tiêu điểm $F(1; 0)$, đỉnh $O(0; 0)$, đường chuẩn $\Delta: x = -1$ và nhận trục Ox làm trục đối xứng.



Tìm tọa độ tiêu điểm, tọa độ đỉnh, phương trình đường chuẩn và trục đối xứng của các parabol sau:

a) $(P_1): y^2 = 2x$;

b) $(P_2): y^2 = x$;

c) $(P_3): y^2 = \frac{1}{5}x$.

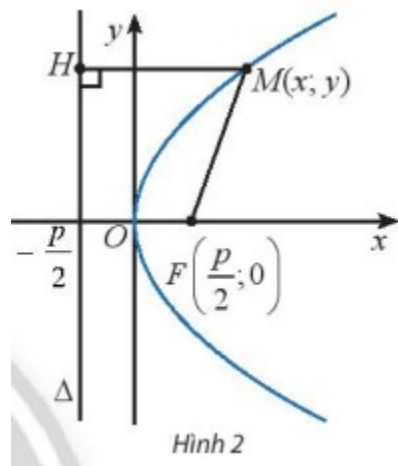


Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(2; 0)$ và đường thẳng $d: x+2=0$. Viết phương trình của đường (L) là tập hợp các tâm $J(x; y)$ của các đường tròn (C) thay đổi nhưng luôn đi qua A và tiếp xúc với d .

2. Bán kính qua tiêu và tâm sai của parabol



Cho điểm $M(x; y)$ trên parabol (P): $y^2 = 2px$ (Hình 2): Tính khoảng cách từ điểm M đến tiêu điểm F của (P).



Cho điểm M trên parabol (P) có tiêu điểm F và đường chuẩn Δ . Ta gọi đoạn FM là **bán kính qua tiêu** của điểm M và gọi tỉ số $e = \frac{FM}{d(M; \Delta)}$ là **tâm sai** của parabol (P).

Mọi parabol đều có tâm sai $e = 1$ và parabol chính tắc (P): $y^2 = 2px$ có độ dài bán kính qua tiêu của điểm $M(x; y)$ là $FM = x + \frac{p}{2}$.

2. Tính bán kính qua tiêu của điểm đã cho trên các parabol sau:

a) Điểm $M_1(3; -6)$ trên $(P_1): y^2 = 12x$;

b) Điểm $M_2(6; 1)$ trên $(P_2): y^2 = \frac{1}{6}x$;

c) Điểm $M_3(\sqrt{3}; \sqrt{3})$ trên $(P_3): y^2 = \sqrt{3}x$.

3. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A\left(\frac{1}{4}; 0\right)$ và đường thẳng $d: x + \frac{1}{4} = 0$. Viết phương trình của đường (P) là tập hợp tâm $M(x; y)$ của các đường tròn (C) di động nhưng luôn luôn đi qua A và tiếp xúc với d .

4. Cho parabol (P) . Trên (P) lấy hai điểm M, N sao cho đoạn thẳng MN đi qua tiêu điểm F của (P) . Chứng minh rằng khoảng cách từ trung điểm I của đoạn thẳng MN đến đường chuẩn Δ của (P) bằng $\frac{1}{2}MN$ và đường tròn đường kính MN tiếp xúc với Δ .

5. Hãy so sánh bán kính qua tiêu của điểm M trên parabol (P) với bán kính của đường tròn tâm M , tiếp xúc với đường chuẩn của (P) .

6. Một sao chổi A chuyển động theo quỹ đạo có dạng một parabol (P) nhận tâm Mặt Trời là tiêu điểm. Cho biết khoảng cách ngắn nhất giữa sao chổi A và tâm Mặt Trời là khoảng 112 km.

a) Viết phương trình chính tắc của parabol (P) .

b) Tính khoảng cách giữa sao chổi A và tâm Mặt Trời khi sao chổi nằm trên đường thẳng đi qua tiêu điểm và vuông góc với trục đối xứng của (P) .

7. Mặt cắt của gương phản chiếu của một đèn pha có dạng một parabol (P) có phương trình chính tắc $y^2 = 6x$. Tính khoảng cách từ điểm $M(1; \sqrt{6})$ trên gương đến tiêu điểm của (P) . (với đơn vị trên hệ trục tọa độ là xentimét).