|  |  |
| --- | --- |
| **CHỦ ĐỀ****8** | **MỘT SỐ BÀI TOÁN** **VỀ DAO ĐỘNG NHIỀU VẬT** |

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 1: (Minh họa – 2018)** Hai con lắc lò xo giống hệt nhau được treo vào hai điểm ở cùng độ cao, cách nhau 3 cm. Kích thích cho hai con lắc dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với phương trình lần lượt x1 = 3cosωt cm và cm. Trong quá trình dao động, khoảng cách lớn nhất giữa hai vật nhỏ của các con lắc bằng **A.** 9 cm. **B.** 6 cm. **C.** 5,2 cm. **D.** 8,5 cm. |  |

**Hướng dẫn:**

|  |  |
| --- | --- |
| + Khoảng cách lớn nhất giữa hai con lắc theo phương Ox (thẳng đứng).cm.→ cm. |  |

* **Đáp án B**

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 2: (Chuyên Lê Quý Đôn – 2018)** Trên mặt phẳng nằm ngang nhẵn có hai con lắc lò xo. Các lò xo có cùng độ cứng k = 50 N/m. Các vật nhỏ A và B có khối lượng lần lượt là m và 4m. Ban đầu, A và B được giữ ở hai vị trí sao cho hai lò xo đều bị giãn 8 cm. Đồng thời thả nhẹ để hai vật dao động điều hòa trên hai đường thẳng vuông góc với nhau đi qua giá I cố định (hình vẽ). Trong quá trình dao động, lực đàn hồi tác dụng lên giá I có độ lớn nhỏ nhất là: **A.** 1,0 N. **B.** 2,6 N. **C.** 1,8 N. **D.** 2,0 N.  |  |

**Hướng dẫn:**

+ Lực đàn hồi tổng hợp tác dụng lên I là tổng hợp của hai lực đàn hồi thành phần do mỗi lò xo gây ra .

Với vuông góc với → 

→ Biến đổi toán học

Đặt → 

+ Để F nhỏ nhất thì y nhỏ nhất y′ = 8x – 3 = 0 → → 

→ Vậy N

* **Đáp án B**

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 3:** Vật A chuyển động tròn đều với bán kính quỹ đạo 8 cm và chu kì 0,2 s. Vật B có khối lượng 100 g dao động điều hoà theo phương thẳng đứng với biên độ 10 cm và tần số 5 Hz. Tâm I quỹ đạo tròn của vật A cao hơn vị trí cân bằng O của vật B là 1 cm (hình vẽ). Mốc tính thời gian lúc hai vật ở thấp nhất, lấy π2 ≈ 10. Khi hai vật ở ngang nhau lần thứ 5 kể từ thời điểm ban đầu thì lực đàn hồi của lò xo có độ lớn **A.** 5 N và hướng lên. **B.** 4 N và hướng xuống. **C.** 4 N và hướng lên. **D.** 5 N và  |  |

**Hướng dẫn:**

+ Chọn gốc tọa độ tại vị trí I của vật chuyển động tròn, chiều dương hướng xuống.

→ Phương trình dao động của B và của hình chiếu A lên trục Ox là: .

+ Khi A và B đi ngang qua nhau thì ↔ → ↔ .

→ Thời điểm A, B đi qua nhau lần thứ 5 ứng với s.

+ Khi đó lực đàn hồi của lò xo N.

* **Đáp án B**

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 4: (Sp Hà Nội – 2018)** Cho hai con lắc lò xo nằm ngang (k1, m1) và (k2, m2) như hình vẽ, trong đó k1 và k2 là độ cứng của hai lò xo thỏa mãn k2 = 9k1, m1 và m2 là khối lượng của hai vật nhỏ thỏa mãn m2 = 4m1. Vị trí cân bằng O1, O2 của hai vật cùng nằm trên đường thẳng đứng đi qua O. Thời điểm ban đầu (t = 0), giữ lò xo k1 dãn một đoạn A, lò xo k2 nén một đoạn A rồi thả nhẹ để hai vật dao động điều hòa. Biết chu kì dao động của con lắc lò xo (k1, m1) là 0,25 s. Bỏ qua mọi ma sát. Kể từ lúc t = 0, thời điểm hai vật có cùng li độ lần thứ 2018 là  **A.** 168,25 s **B.** 201,75 s **C.** 201,70 s **D.** 168,15 s |  |

**Hướng dẫn:**

+ Ta có  → s → rad/s.

Phương trình dao động của hai vật cm.

+ Hai dao động có cùng li độ → x1 = x2 ↔ cos(12πt) = cos(8πt + π).

→  dễ thấy rằng họ nghiệm thứ nhất cho giá trị âm của thời gian → loại.

+ Với hệ nghiệm thứ 2 ta có , hai dao động có cùng li độ lần thứ 2018 ứng với k = 2018 → t = 201,75 s.

* **Đáp án B**

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu** **5: (Sp Hà Nôi – 2018)** Trên mặt phẳng ngang nhẵn có một điểm sáng S chuyển động tròn đều trên đường tròn tâm O bán kính 5 cm với tốc độ góc 10π (rad/s). Cũng trên mặt phẳng đó, một con lắc lò xo dao động điều hoà theo phương ngang sao cho trục của lò xo trùng với một đường kính của đường tròn tâm O. Vị trí cân bằng của vật nhỏ của con lắc trùng với tâm O của đường tròn. Biết lò xo có độ cứng k = 100 N/m, vật nhỏ có khối lượng m = 100 g. Tại một thời điểm nào đó, điểm sáng S đang đi qua vị trí như trên hình vẽ, còn vật nhỏ m đang có tốc độ cực đại V­max = 50π cm/s. Khoảng cách lớn nhất giữa điểm sáng S và vật nhỏ m trong quá trình chuyển động **xấp xỉ** bằng  **A.** 6,3 cm **B.** 9,7 cm **C.** 7,4 cm **D.** 8,1 cm  |  |

**Hướng dẫn:**

+ Tần số góc dao động của con lắc lò xo rad/s.

|  |  |
| --- | --- |
| → Biên độ dao động của con lắc lò xo cm.Chọn gốc thời gian là khi trạng thái dao động của hệ như hình vẽ → phương trình dao động của vật và hình chiếu của S theo phương ngang Ox là:cm.Phương trình dao động của hình chiếu S lên phương Oy: cm. |  |

→ Khoảng cách giữa vật m và s theo phương Ox: cm.

→ Khoảng cách giữa hai vật .

+ Với → .

Khai triển hằng đẳng thức → .

→ Dễ thấy rằng dmax khi ymax. Với → dmax ≈ 8,1 cm.

* **Đáp án D**

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 6: (Phan Bội Châu** – **2018)** Hai con lắc lò xo giống nhau cùng có độ cứng k = 100 N/m, vật nhỏ có khối lượng m được treo thẳng đứng sát nhau trên cùng một giá nằm ngang. Lấy g = 10 = π2 m/s2. Kích thích cho hai con lắc dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với phương trình lần lượt là  cm và  cm. Trong quá trình dao động lực cực đại tác dụng lên giá treo con lắc bằng **A.** 13 N. **B.** 10 N. **C.** 11 N. **D.** 14 N. |  |

**Hướng dẫn:**

Độ biến dạng của lò xo tại vị trí cân bằng m.

+ Dao động tổng hợp của hai con lắc x = x1 + x2 = 10cos10πt cm.

→ Fmax = k(A + Δl0) = 100.(0,1 + 0,01) = 12 N.

* **Đáp án C**

**Câu 7: (Sở Bình Thuận – 2018)** Hai chất điểm M và N dao động điều hòa cạnh nhau, dọc theo trục Ox. Vị trí cân bằng của hai chất điểm ở cùng gốc tọa độ O. Phương trình dao động của chúng lần lượt là  cm,  cm. Biết  Tại thời điểm t nào đó, chất điểm M có li độ x = –3 cm và vận tốc  cm/s. Khi đó, độ lớn vận tốc tương đối của chất điểm này so với chất điểm kia xấp xỉ bằng:

 **A.** 40 cm/s. **B.** 92 cm/s. **C.** 66 cm/s. **D.** 12 cm/s.

**Hướng dẫn:**

|  |  |
| --- | --- |
| + Từ phương trình  ↔ → cm → + Biểu diễn tương ứng hai dao động vuông pha trên đường tròn.→ Từ hình vẽ, ta có → → ω = 10 rad/s.+ Dao động thứ hai chậm pha hơn dao động thứ nhất một góc 900.→ Từ hình vẽ, ta có cm/s.→ cm/s. |  |

* **Đáp án D**

**Câu 8:** Ba chất điểm dao động điều hòa cùng phương, có biên độ lần lượt là 10 cm, 12 cm, 15 cm, với tần số lần lượt là f1, f2, f3. Biết rằng tại mọi thời điểm, li độ, vận tốc và tần số của các chất điểm liên hệ với nhau bởi biểu thức  . Tại thời điểm t, li độ của các chất điểm là x1 = 6 cm, x2 = 8 cm, x3 = x0. Giá trị x0 **gần** **nhất** với giá trị nào sau đây?

 **A.** 13,3 cm. **B.** 9,0 cm. **C.**12,88 cm. **D.** 8,77 cm.

**Hướng dẫn:**

+ Ta có .

Kết hợp với → 

+ Đạo hàm hai vế phương trình của bài toán, ta thu được:

cm.

* **Đáp án D**

**Câu 9: (Sở Thanh Hóa – 2018)** Một vật thực hiện đồng thời ba dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số, gọi tương ứng là (1), (2) và (3). Dao động (1) ngược pha và có năng lượng gấp đôi dao động (2). Dao động tổng hợp (1 và 3) có năng lượng là 3W. Dao động tổng hợp (2 và 3) có năng lượng W và vuông pha với dao động (1). Dao động tổng hợp của vật có năng lượng **gần nhất** với giá trị nào sau đây ?

 **A.** 2,3W **B.** 2,7W **C.** 1,7W **D.** 3,3W

**Câu 37:**

|  |  |
| --- | --- |
| + Ta có: → Để đơn giản, ta chọn A2 = 1 → → Từ hình vẽ → →  + Vì  nên biên độ của dao động tổng hợp của vật là→ Ta có  |  |

* **Đáp án C**

**Câu 10:** Cho D1, D2 và D3 là ba dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số. Dao động tổng hợp của D1 và D2 có phương trình . Dao động tổng hợp của D2 và D3 có phương trình  cm. Dao động D3 ngược pha với dao động D1. Biên độ của dao động D2 có giá trị nhỏ nhất là

 **A.** 1,732 cm **B.** 1,834 cm **C.** 2,033 cm **D.** 2,144 cm

**Hướng dẫn:**

|  |  |
| --- | --- |
| Biễu diễn vecto các dao động, để ý rằn D12 vuông pha với D23.→ Từ giản đồ vecto ta thấy rằng biên độ D2 là nhỏ nhất khi nó là đường vuông góc.→ Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có:→ cm. |  |

* **Đáp án A**

**Câu 11:** Ba con lắc lò xo A, B, C hoàn toàn giống nhau có cùng chu kì riêng T, được treo trên cùng một giá nằm ngang, các điểm treo cách đều nhau. Bỏ qua ma sát và lực cản của không khí. Nâng các vật A, B, C theo phương thẳng đứng lên khỏi vị trí cân bằng của chúng các khoảng lần lượt lA = 10 cm, lB, lC =  cm. Lúc t = 0 thả nhẹ con lắc A, lúc t = t1 thả nhẹ con lắc B, lúc  thả nhẹ con lắc C. Trong quá trình dao động điều hòa ba vật nhỏ A, B, C luôn nằm trên một đường thẳng. Giá trị của lB và t1 lần lượt là

 **A.** lB = 7,9 cm và t1 =  **B.** lB = 6,8 cm và t1 = 

 **C.** lB = 7,9 cm và t1 =  **D.** lB = 8,2 cm và t1 = 

**Hướng dẫn:**

Chọn gốc tọa tọa độ tại vị trí cân bằng, chiều dương hướng lên.

→ Phương trình dao động của các vật cm.

+ Để trong quá trình dao động ba vật luôn thẳng hàng thì xB = 0,5(xA + xC).

→ Phức hóa, ta được → cm.

* **Đáp án B**

**Câu 12: (Hàn Thuyên – 2018)** Hai chất điểm M và N dao động điều hòa dọc theo hai đường thẳng song song và coi như ở sát với nhau và coi như cùng gốc tọa độ O. Phương trình dao động của chúng lần lượt là  cm và cm. Biết rằng . Tại thời điểm t nào đó, chất điểm M có li độ  cm và vận tốc cm/s. Khi đó vận tốc tương đối giữa hai chất điểm có độ lớn bằng:

 **A.**cm/s. **B.** v2 = 53,7 cm/s. **C.** v2 = 233,4 cm/s. **D.** cm/s.

**Hướng dẫn:**

|  |  |
| --- | --- |
| + Hai dao động vuông pha , so sánh với  → cm.+ Tại thời điểm t, dao động thứ nhất có li độ x1 và vận tốc v1, dao động thứ hai chậm pha hơn dao động thứ nhất một góc 0,5π. Biễu diễn các vị trí tương ứng trên đường tròn. + Từ hình vẽ ta thấy rằng  cm/s.Vận tốc tương đối giữa hai dao động  cm/s. |  |

* **Đáp án D**

**Câu 13: (Lục Nam – 2018)** Ba vật nhỏ có khối lượng lần lượt là m­1, m2 và m3 với m1 = m2 = 0,5m3 = 100 g được treo vào ba lò xo lí tưởng có độ cứng lần lượt k1, k2 và k3 với k1 = k2 = 0,5k3 = 40 N/m. Tại vị trí cân bằng ba vật cùng nằm trên một đường thẳng nằm ngang cách đều nhau . Kích thích đồng thời cho ba vật dao động điều hòa theo các cách khác nhau. Từ vị trí cân bằng truyền cho vật m1 vận tốc 60 cm/s hướng thẳng đứng lên trên; m2 được thả nhẹ nhàng từ một điểm phía dưới vị trí cân bằng, cách vị trí cân bằng một đoạn 1,5 cm. Chọn trục Ox hướng thẳng đứng xuống dưới, gốc O tại vị trí cân bằng, gốc thời gian (t = 0) lúc vật bắt đầu dao động. Viết phương trình dao động của vật m3 để trong suốt quá trình dao động ba vật luôn nằm trên một đường thẳng:

 **A.** cm. **B.** cm.

 **C.**  cm. **D.** cm.

**Hướng dẫn:**

+ Tần số góc dao động của ba con lắc  rad/s.

+ Biên độ của các dao động cm.

Tại thời điểm t = 0 để ba dao động này thẳng hàng thì  → cm → dễ thấy rằng chỉ có A và B là phù hợp.

+ Tương tự như vậy, sau khoảng thời gian 0,25T, m1 đến biên, m2 trở vè vị trí cân bằng. Để ba vật thẳng hàng thì

 → x­3 = 3 cm.

Tại thời điểm t = 0 vật có li độ x3 = 3 cm sau đó 0,25T vật vẫn có li độ x3 = 3 cm → tại t = 0 vật chuyển động theo chiều dương → φ0 = 0,25π.

Vậy cm.

* **Đáp án A**

**Câu 14: (Chuyên Vĩnh Phúc – 2018)** Hai điểm sáng 1 và 2 cùng dao động điều hòa trên trục Ox với phương trình dao động là x1 = A1cos(ω1t + ϕ) cm, x2 = A2cos(ω2t + ϕ) cm (với A1 < A2, ω1 > ω2 và 0 < ϕ < 0,5π). Tại thời điểm ban đầu t = 0 khoảng cách giữa hai điểm sáng là . Tại thời điểm t = Δt hai điểm sáng cách nhau là 2a, đồng thời chúng vuông pha. Đến thời điểm t = 2Δt thì điểm sáng 1 trở lại vị trí đầu tiên và khi đó hai điểm sáng cách nhau . Tỉ số  bằng

 **A.** 4,0. **B.** 3,5. **C.** 2,5. **D.** 3,0.

**Hướng dẫn:**

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

+ Với giả thuyết sau khoảng thời gian 2Δt dao động 1 quay trở về vị trí ban đầu → có hai trường hợp hoặc 2Δt = T khi đó 1 đi đúng 1 vòng, hoặc 2Δt ≠ T.

+ Ta biểu diễn hai trường hợp tương ứng trên đường tròn. Với 2Δt = T dễ dàng thấy rằng ω1 = ω2.

+ Với trường hợp 2Δt ≠ T sau khoảng thời gian Δt vật 1 đến biên, vật 2 khi đó đi qua vị trí cân bằng, khoảng cách giữa hai vật lúc này là 2a → A1 = 2a.

→ Theo giả thuyết bài toán: → α = 300.

Từ đó ta tìm được 

* **Đáp án A**

**Câu 15: (Sở Nam Định – 2018)** Hai chất điểm thực hiện dao động điều hòa cùng tần số trên hai đường thẳng song song (coi như trùng nhau) có gốc tọa độ cùng nằm trên đường vuông góc chung qua O. Gọi x1 cm là li độ của vật 1 và v2 cm/s)là vận tốc của vật 2 thì tại mọi thời điểm chúng liên hệ với nhau theo hê thức: . Biết rằng khoảng thời gian giữa hai lần gặp nhau liên tiếp của hai vật là s. Lấy π2 = 10. Tại thời điểm gia tốc của vật 1 là 40 cm/s2 thì gia tốc của vật 2 là

 **A.** 40 cm/s2. **B.**  cm/s2. **C.**  cm/s2. **D.** 40 cm/s2.

**Hướng dẫn:**

+ Ta để ý rằng tại mỗi thời điểm v luôn vuông pha với x, từ phương trình ↔ → v2 vuông pha với x1 → hai dao động hoặc cùng pha hoặc ngược pha nhau.

Ta có: 

+ Với hai dao động cùng pha thì thời gian để hai dao động gặp nhau là → s → rad/s.

→ → luôn cùng li độ → loại

+ Với hai dao động ngược pha thì thời gian để hai dao động gặp nhau là s → rad/s.

→ → cm/s2.

* **Đáp án D**

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 16:** Hai con lắc lò xo giống nhau được gắn cố định vào tường như hình vẽ. Khối lượng mỗi vật nặng là 100 g. Kích thích cho hai con lắc dao động điều hòa dọc theo trục cùng vuông góc với tường. Trong quá trình dao động, khoảng cách lớn nhất giữa hai vật theo phương ngang là 6 cm. Ở thời điểm t1, vật 1 có tốc độ bằng 0 thì vật 2 cách vị trí cân bằng 3 cm. Ở thời điểm s, vật 2 có tốc độ bằng 0. Ở thời điểm t3, vật 1 có tốc độ lớn nhất thì vật 2 có tốc độ bằng 30 cm/s. Độ lớn cực đại của hợp do hai lò xo tác dụng vào tường là **A.** N. **B.** N. **C.** 0,3 N. **D.** 0,6 N. |  |

**Hướng dẫn:**

+ Tọa độ và tốc độ của hai con lắc tương ứng các thời điểm t1, t2 và t3.

→ Thời điểm t1: ; thời điểm t2: ; thời điểm t3: .

+ Ta để ý rằng tại thời điểm t1 tốc độ của vật 1 bằng 0 (đang ở biên); thời điểm t2, tốc độ của vật 2 cực đại (đang ở vị trí cân bằng) → t3 vuông pha với t1 → (v2)t3 ngược pha với (x3)t3 → → rad/s.

+ Với Δφ12 la độ lệch pha tương ứng giữa hai thời điểm t1 và t2 → rad.

Tại thời điểm t1 thì vật 2 cách vị trí cân bằng 3 cm, đến thời điểm t2 vật hai đến vị trí biên → cm

→ A2 = 6 cm.

+ Tại thời điểm t1 vật 1 đang ở vị trí biên, vật 2 đang ở vị trí → độ lệch pha Δφ giữa hai dao động là .

+ Khoảng cách lớn nhất giữa hai vật  ↔ → A1 = 6 cm.

→ Độ lớn cực đại của hợp lực N.

* **Đáp án A**

**Câu 17:** Dao động của một vật với biên độ A = 10 cm là tổng hợp của hai dao động điều hòa x1 = A1cosωt cm và cm. Thay đổi A1 đến giá trị a thì thấy rằng dao động tổng hợp nhanh pha hơn x1 một góc α. Thay đổi A­1 đến giá trị  thì thấy rằng dao động tổng hợp nhanh pha hơn x1 một góc β sao cho β + 300 = α. a gần nhất giá trị nào sau đây?

 **A.** 7 cm. **B.** 5 cm. **C.** 8 cm. **D.** 6 cm.

**Hướng dẫn:**

|  |  |
| --- | --- |
| Vì x1 vuông pha với x2 và A không đổi nên đầu mút của vecto  luôn nằm trên đường tròn nhận A làm đường kính+ Từ hình vẽ ta thấy rằng→ → β ≈ 170 → Từ đó ta tính được A1 = a ≈ 7 cm. |  |

* **Đáp án A**

**Câu 18:** Một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số, nhưng vuông pha nhau, có biên độ tương ứng là A1 và A2. Biết dao động tổng hợp có phương trình x = 16cosωt cm và lệch pha so với dao động thứ nhất một góc α1. Thay đổi biên độ của hai dao động, trong đó biên độ của dao động thứ hai tăng lên  lần (nhưng vân giữ nguyên pha của hai dao động thành phần) khi đó dao động tổng hợp có biên độ không đổi nhưng lệch pha so với dao động thứ nhất một góc α2, với α1 + α2 = 0,5π. Giá trị ban đầu của biên độ A2là

 **A.** 4 cm **B.** 13 cm **C.** 9 cm **D.** 6 cm

**Hướng dẫn:**

|  |  |
| --- | --- |
| + Vì x1 vuông pha với x2 và A không đổi nên đầu mút của vecto  luôn nằm trên đường tròn nhận A làm đường kính→ Từ hình vẽ ta thấy rằng : cm. |  |

* **Đáp án A**

**Câu 19: (Sở Nghệ An – 2018)** Hai chất điểm dao động điều hòa trên hai trục song song, cách nhau 6 cm. Chọn trục Ox song song với phương dao động của hai chất điểm, phương trình dao động của chúng lần lượt là x1 = 6cos(ωt + π) cm và x2 = 9 + 3cos2ωt cm. Khoảng cách nhỏ nhất giữa hai chất điểm trong quá trình dao động là

 **A.** 7,5 cm. **B.** 6 cm. **C.** 10 cm. **D.** 9 cm.

**Hướng dẫn:**



+ Khoảng cách giữa hai chất điểm theo phương dao động cm.

Biến đổi cos(ωt + π) = –cos(ωt) → cm.

+ Khoảng cách giữa hai chất điểm theo phương dao động có dạng là một tam thức bậc 2 với ẩn cosωt.

→ Δxmin khi  → cm.

→ cm.

* **Đáp án A**

**Câu 20: (Sở Quảng Nam – 2018)** Hai chất điểm (1), (2) dao động điều hòa trên hai trục tọa độ song song, cùng chiều, cạnh nhau, gốc tọa độ nằm trên đường vuông góc chung.Phương trình dao động của hai chất điểm lần lượt là cm và cm.Chất điểm (3) có khối lượng 100 g dao động điều hòa với phương trình x = x1 + x2. Biết rằng, khi li độ của dao động chất điểm (1) x1 = 5 cm thì li độ của dao động của chất điểm (3) x = 2 cm. Lấy π2 = 10 . Cơ năng của chất điểm (3) là

 **A.** 0,045 J. **B.** 0,245 J. **C.** 0,45 J. **D.** 24,5 J.

**Hướng dẫn:**

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| **Trường hợp thứ nhất** | **Trường hợp thứ hai** |

+ Ta để ý rằng x2 sớm pha hơn x1 một góc 600 → khi x1 = 0,5A = 5 cm thì x­2 đang ở vị trí cm.

* Trường hợp thứ nhất x2 = A2 → x = x1 + x2 ↔ 2 = 5 + A2 → A2 < 0 → loại.
* Trường hợp thứ hai → x = x1 + x2 ↔ → cm.

→ Biên độ dao động tổng hợp cm.

+ Cơ năng của vật (3): E = 0,5mω2A2 = 0,245 J.

* **Đáp án B**