

Người làm: Hoàng Thị Ngọc Trà
Zalo: Ngọc Trà - số đt zalo: 0888578889
Email: hoangtraht@gmail.com

CD4: CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP CHỨNG MINH CHIA HẾT

Dạng 1. Chứng minh chia hết

A. Trắc nghiệm (nếu có)

Câu 1. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Thái Bình, trường Nguyễn Tông Quai, 2022 - 2023)

Một số tự nhiên a , sao cho a chia cho 3 dư 2, chia cho 5 dư 3, chia cho 7 dư 4. Khi a chia cho 105 có số dư là:

- A.** 100 **B.** 53 **C.** 52 **D.** 10

Lời giải

Đáp án : B

Vì a chia cho 3 dư 2, chia cho 5 dư 3, chia cho 7 dư 4 nên

$$\begin{cases} a - 2 : 3 \\ a - 3 : 5 \\ a - 4 : 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a - 2 - 51 : 3 \\ a - 3 - 50 : 5 \\ a - 4 - 49 : 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a - 53 : 3 \\ a - 53 : 5 \\ a - 53 : 7 \end{cases}$$

$\Rightarrow a - 53$ là bội của 105

hay a chia 105 có số dư là 53.

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Thái Bình, trường Trần Thủ Độ 2022 - 2023)

Cho $A = 16(1 + 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2020}) + 4$. Chứng minh: $A : 100$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Đặt } B &= 1 + 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2020} \\ \Rightarrow 5B &= 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + \dots + 5^{2021} \\ \Rightarrow 5B - B &= 5^{2021} - 1 \\ \Rightarrow B &= \frac{5^{2021} - 1}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 16B + 4 &= 4 \cdot 5^{2021} \\ \Rightarrow 16B &= 4 \cdot 5^{2021} - 4 \\ \Rightarrow A &= 4 \cdot 5^{2021} = 100 \cdot 5^{2019} : 100 \end{aligned}$$

Vậy $A : 100$

Câu 2. (HSG 7 huyện Kim Sơn, tỉnh Ninh Bình, 2022 - 2023)

Chứng minh rằng: $2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + \dots + 2^{99} + 2^{100}$ chia hết cho 31 .

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Đặt } D &= 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + \dots + 2^{99} + 2^{100} \text{ (có 100 số hạng)} \\ D &= (2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5) + (2^6 + 2^7 + 2^8 + 2^9 + 2^{10}) + \dots + (2^{96} + 2^{97} + 2^{98} + 2^{99} + 2^{100}) \\ &\text{(có 20 nhóm)} \end{aligned}$$

$$D = 2 \cdot (1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4) + 2^6 \cdot (1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4) + \dots + 2^{96} \cdot (1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4)$$

$$D = 2 \cdot 31 + 2^6 \cdot 31 + \dots + 2^{96} \cdot 31 = 31 \cdot (2 + 2^6 + \dots + 2^{96})$$

chia hết cho 31 .

Câu 3. (HSG 7 huyện Trục Ninh, tỉnh Ninh Bình, 2021 - 2022)

Chứng minh rằng $\frac{10^{2021} + 539}{9}$ có giá trị là một số tự nhiên.

Lời giải

Ta có :
$$\frac{10^{2021} + 539}{9} = \frac{100\dots00000 + 539}{9} = \frac{100\dots00539}{9}$$

Trong đó số $100\dots00539$ là số có tổng các chữ số chia hết cho 9 nên số đó chia hết cho 9 .

$$\frac{10^{2021} + 539}{9}$$

Vậy $\frac{10^{2021} + 539}{9}$ có giá trị là một số tự nhiên.

Câu 4. (HSG 7 huyện Quan Hóa, tỉnh Thanh Hóa, 2021 - 2022)

Cho các số nguyên dương n thỏa mãn $n+1$ và $2n+1$ đều là số chính phương. Chứng minh rằng $n : 24$

Lời giải

Đặt $n+1 = k^2$; $2n+1 = m^2$, $k, m \in \mathbb{N}$

Vì $2n+1$ là số lẻ nên m là số lẻ. Đặt $m = 2t+1 (t \in \mathbb{N})$ ta có:

$$2n+1 = (2t+1)^2 \Rightarrow n = 2t(t+1)$$

$$\Rightarrow n \text{ là số chẵn} \Rightarrow k \text{ là số lẻ.}$$

$$\Rightarrow n = k^2 - 1 = (k-1) \cdot (k+1) \text{ là tích của hai số chẵn liên tiếp}$$

$$\Rightarrow n : 8$$

Mặt khác: $(n+1) + (2n+1) = 3n+2 = k^2 + m^2$ là số chia 3 dư 2

Mà số chính phương khi chia cho 3 chỉ dư 0 hoặc 1

$$\Rightarrow k^2 \text{ và } m^2 \text{ chia } 3 \text{ dư } 1 \Rightarrow m^2 - k^2 = (2n+1) - (n+1) = n : 3$$

Vì $(3, 8) = 1$ nên $n : 24$ (đpcm).

Câu 5. (HSG 7 huyện Thị xã An Nhơn, 2021 - 2022)

Chứng minh rằng: Với mọi n nguyên dương thì $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ chia hết cho 10 .

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} & 3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n \\ &= (3^{n+2} + 3^n) - (2^{n+2} + 2^n) \\ &= 3^n (9+1) - 2^n (4+1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 3^n \cdot 10 - 2^{n-1} \cdot 2.5 \\ &= 3^n \cdot 10 - 2^{n-1} \cdot 10 \\ &= 10 \cdot (3^n - 2^{n-1}) : 10 \end{aligned}$$

Dạng 2.1 Tìm chữ số tận cùng

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>