

**PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.**

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = e^x + 2$ . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A.  $\int f(x)dx = e^{x^2} + C$

B.  $\int f(x)dx = e^x + 2x + C$

C.  $\int f(x)dx = e^x + C$

D.  $\int f(x)dx = e^x - 2x + C$

**Câu 2.** Hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên khoảng  $K$  nếu

A.  $F'(x) = -f(x), \forall x \in K.$

B.  $f'(x) = F(x), \forall x \in K.$

C.  $F'(x) = f(x), \forall x \in K.$

D.  $f'(x) = -F(x), \forall x \in K.$

**Câu 3.** Cho  $f$  là hàm số liên tục trên đoạn  $[1; 2]$ . Biết  $F$  là nguyên hàm của  $f$  trên đoạn  $[1; 2]$  thỏa mãn

$F(1) = -2$  và  $F(2) = 3$ . Khi đó  $\int_1^2 f(x)dx$  bằng

A.  $-5$ .

B.  $1$ .

C.  $-1$ .

D.  $5$ .

**Câu 4.** Nếu  $\int_{-1}^2 f(x)dx = 2$  và  $\int_2^5 f(x)dx = -5$  thì  $\int_{-1}^5 f(x)dx$  bằng

A.  $-7$ .

B.  $-3$ .

C.  $4$ .

D.  $7$ .

**Câu 5.** Cho hai hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  liên tục trên  $[a; b]$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  và các đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  bằng

A.  $\left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$

B.  $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx$

C.  $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$

D.  $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$

**Câu 6.** Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = e^{2x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$  và  $x = 1$ . Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh  $Ox$  bằng

A.  $\pi \int_0^1 e^{4x} dx$

B.  $\int_0^1 e^{2x} dx$

C.  $\pi \int_0^1 e^{2x} dx$

D.  $\int_0^1 e^{4x} dx$

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , một vector pháp tuyến của mặt phẳng  $(P): 2x - 3y + 4z - 1 = 0$  là:

A.  $\vec{n}_4 = (-1; 2; -3)$

B.  $\vec{n}_3 = (-3; 4; -1)$

C.  $\vec{n}_2 = (2; -3; 4)$

D.  $\vec{n}_1 = (2; 3; 4)$

- Câu 8.** Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{-1}$
- A.  $(-2; 1; -3)$       B.  $(-3; 2; 1)$       C.  $(3; -2; 1)$       D.  $(2; 1; 3)$
- Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$  có bán kính bằng
- A. 3.      B. 81.      C. 9.      D. 6.
- Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z - 3 = 0$ . Tọa độ tâm  $I$  của mặt cầu  $(S)$  là:
- A.  $(-1; 2; 1)$       B.  $(2; -4; -2)$       C.  $(1; -2; -1)$       D.  $(-2; 4; 2)$
- Câu 11.** Cho hai biến cố xung khắc A, B với  $P(A) = 0,2$ ;  $P(B) = 0,4$ . Khi đó,  $P(A | B)$  bằng
- A. 0,5.      B. 0,2.      C. 0,4.      D. 0.
- Câu 12.** Cho A, B là hai biến cố ngẫu nhiên thỏa  $P(A) > 0$  và  $0 < P(B) < 1$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})}$       B.  $P(B|A) = \frac{P(A) \cdot P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})}$

C.  $P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(B|A)}{P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})}$       D.  $P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)P(A|B) + P(\bar{A})P(A|\bar{B})}$

## PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

### Câu 1.

a)  $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{3}{2}x^2 + \ln|x| + C$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^3 - 3x + \frac{1}{x}$ .

b)  $F(x) = \frac{(5x+3)^6}{6} + C$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x) = (5x+3)^5$ .

c)  $F(x) = \frac{3}{2}x\sqrt{x} + \frac{4}{3}x^3\sqrt{x} + \frac{5}{4}x^4\sqrt{x} + C$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x}$  trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

d)  $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2024x + C$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x^3 - 2024x}{x}$ .

**Câu 2.** Một ô tô đang chạy với tốc độ 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50m. Người lái xe phản ứng 1 giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ  $v(t) = -10t + 20(m/s)$ , trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi s(t) là quãng đường ô tô đi được trong t giây kể từ lúc đạp phanh.

- Quãng đường s(t) mà xe ô tô đi được trong thời gian t giây là một nguyên hàm của hàm số v(t).
- $s(t) = -5t^2 + 20t$ .
- Thời gian kể từ lúc tài xế đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.
- Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

**Câu 3.** Trong không gian tọa độ Oxyz, cho đường thẳng  $d: \frac{x-2}{5} = \frac{y-1}{12} = \frac{z-6}{-13}$  và mặt phẳng (Q):  $x - 2y - 2z - 2025 = 0$ .

- Vector  $u = (2; 1; 6)$  là một vector chỉ phương của đường thẳng d.
- Vector  $n = (1; 2; -2)$  là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (Q).
- Cosin của góc giữa hai vector  $a = (5; 12; -13)$  và  $a = (5; 12; -13)$  bằng  $\frac{7\sqrt{2}}{78}$ .
- Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (Q) (làm tròn đến hàng đơn vị của độ) bằng  $83^0$ .

**Câu 4.** Cho hai biến cố A và B, với  $P(\bar{A}) = 0,4$ ,  $P(B) = 0,8$ ,  $P(A \cap B) = 0,4$ .

- $P(A) = 0,6$  và  $P(\bar{B}) = 0,2$ .
- $P(A|B) = \frac{1}{2}$ .
- $P(\bar{B}|A) = \frac{2}{3}$ .
- $P(\bar{A} \cap B) = \frac{3}{5}$ .

### PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi  $h(t)$  là thể tích nước bơm được sau t phút.

$h'(t) = 3at^2 + bt$  và ban đầu bể không có nước; sau 5 phút thì thể tích nước trong bể là  $150m^3$ ; sau 10 phút thì thể tích nước trong bể là  $1100m^3$ . Hỏi sau khi bơm được 20 phút thì thể tích nước trong bể là bao nhiêu mét khối?

**Câu 2.** Một thùng chứa rượu bằng gỗ là một hình tròn xoay có hai mặt đáy là hai hình tròn bằng nhau, khoảng cách giữa hai đáy là 8 dm; đường cong mặt bên của thùng là một phần của đường elip có độ dài trục lớn bằng 10 dm, độ dài trục bé bằng 6 dm.

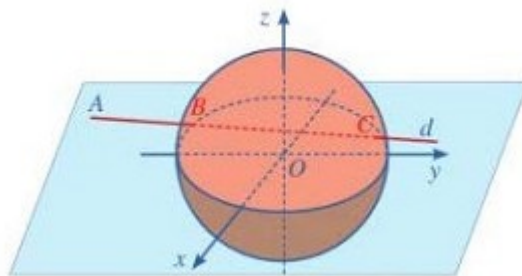


Một đại lý bán loại rượu này được chiết khấu mỗi lít 10 nghìn đồng. Hỏi số tiền chiết khấu mà đại lý này nhận được khi bán hết một thùng đầy rượu là bao nhiêu nghìn đồng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

**Câu 3.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz (đơn vị trên mỗi trục là 1 km), đài kiểm soát không lưu Cam Ranh - Khánh Hòa ở vị trí  $O(0;0;0)$  và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa 600 km. Một máy

bay của hãng Việt Nam Airlines đang chuyển động theo đường thẳng  $d$  có phương trình và hướng về đài kiểm soát không lưu (hình vẽ).

$$\begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -200 + 80t \\ z = 10 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$



Hỏi quãng đường mà máy bay nhận được tín hiệu của đài kiểm soát không lưu dài bao nhiêu hectômét?

**Câu 4.** Khi đặt hệ tọa độ Oxyz vào không gian với đơn vị trên trục tính theo kilômét, người ta thấy rằng một không gian phủ sóng điện thoại có dạng một hình cầu (S). Biết mặt cầu (S) có phương trình

$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$ . Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng là bao nhiêu mét?

**Bài 5.** Có ba hộp A, B, C đựng các lọ thuốc. Hộp A có 10 lọ tốt và 5 lọ hỏng, hộp B có 6 lọ tốt và 4 lọ hỏng, hộp C có 5 lọ tốt và 5 lọ hỏng. Lấy ngẫu nhiên một hộp rồi từ hộp đó lấy ra 3 lọ thuốc thì được 1 lọ tốt và 2 lọ hỏng. Tính xác suất để hộp A đã được chọn (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

**Câu 6.** Giả sử trong một nhóm người có 2 người nhiễm bệnh, 58 người còn lại là không nhiễm bệnh. Để phát hiện ra người nhiễm bệnh, người ta tiến hành xét nghiệm tất cả mọi người của nhóm đó. Biết rằng đối với người nhiễm bệnh thì xác suất xét nghiệm có kết quả dương tính là 85%, nhưng đối với người không nhiễm bệnh thì xác suất

xét nghiệm có phản ứng dương tính là 7%. Giả sử X là một người trong nhóm bị xét nghiệm có kết quả dương tính. Tính xác suất để X là người nhiễm bệnh (làm tròn đến hàng phần trăm).

-----

## ĐÁP ÁN

### PHẦN I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	C	D	B	C	A	C	B	A	A	D	A

### PHẦN II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- ☞ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- ☞ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- ☞ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- ☞ Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1:	Câu 2:	Câu 3:	Câu 4:
a) Đ	a) Đ	a) S	a) Đ
b) S	b) Đ	b) S	b) Đ
c) S	c) S	c) Đ	c) S
d) Đ	d) Đ	d) S	d) S

PHẦN III. (Mỗi câu trả lời Đúng thí sinh Được 0,5 Điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	8400	1779	7490	6000	0,23	0,30

## LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số  $f(x) = e^x + 2$ . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A.  $\int f(x)dx = e^{x^2} + C$

B.  $\int f(x)dx = e^x + 2x + C$

C.  $\int f(x)dx = e^x + C$

D.  $\int f(x)dx = e^x - 2x + C$

Lời giải

Chọn B



Theo lý thuyết thì diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của các đường  $y=f(x)$ ,  $y=g(x)$ ,

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

$x=a$ ,  $x=b$  được tính theo công thức

**Câu 6.** Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y=e^{2x}$ ,  $y=0$ ,  $x=0$  và  $x=1$ . Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh  $Ox$  bằng

- A.  $\pi \int_0^1 e^{4x} dx$       B.  $\int_0^1 e^{2x} dx$       C.  $\pi \int_0^1 e^{2x} dx$       D.  $\int_0^1 e^{4x} dx$

**Lời giải**

**Chọn A**

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh  $Ox$  là  $V = \pi \int_0^1 (e^{2x})^2 dx = \pi \int_0^1 e^{4x} dx$

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , một vector pháp tuyến của mặt phẳng  $(P): 2x - 3y + 4z - 1 = 0$  là:

- A.  $\vec{n}_4 = (-1; 2; -3)$       B.  $\vec{n}_3 = (-3; 4; -1)$       C.  $\vec{n}_2 = (2; -3; 4)$       D.  $\vec{n}_1 = (2; 3; 4)$

**Lời giải**

**Chọn C**

Mặt phẳng  $(P): 2x - 3y + 4z - 1 = 0$  có một vector pháp tuyến là  $\vec{n}_2 = (2; -3; 4)$

**Câu 8.** Vector nào sau đây là một vector chỉ phương của đường thẳng  $\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{-1}$

A.  $(-2; 1; -3)$       B.  $(-3; 2; 1)$       C.  $(3; -2; 1)$       D.  $(2; 1; 3)$

**Lời giải**

Vector chỉ phương của đường thẳng là  $u = (3; -2; -1) = -1(-3; 2; 1)$  nên  $u_1 = (-3; 2; 1)$  cũng là một vector chỉ phương của đường thẳng.

**Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$  có bán kính bằng

- A. 3      B. 81      C. 9      D. 6

**Lời giải**

**Chọn A**

Bán kính của mặt cầu  $(S)$  là  $R = \sqrt{9} = 3$ .

**Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z - 3 = 0$ . Tọa độ tâm  $I$  của mặt cầu  $(S)$  là:

- A.  $(-1; 2; 1)$       B.  $(2; -4; -2)$       C.  $(1; -2; -1)$       D.  $(-2; 4; 2)$

**Lời giải**



Ta có:  $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z - 3 = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$

Từ đó suy ra mặt cầu  $(S)$  có tâm là:  $(-1; 2; 1)$

**Câu 11.** Cho hai biến cố xung khắc A, B với  $P(A) = 0,2$ ;  $P(B) = 0,4$ . Khi đó,  $P(A | B)$  bằng  
**A.** 0,5.                      **B.** 0,2.                      **C.** 0,4.                      **D.** 0.

**Lời giải:**

**Chọn D**

Vì A và B là hai biến cố xung khắc nên  $A \cap B = \emptyset$ , do đó  $P(A \cap B) = 0$ .

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 0.$$

**Câu 12.** Cho A, B là hai biến cố ngẫu nhiên thỏa  $P(A) > 0$  và  $0 < P(B) < 1$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- |  |  |
|--|--|
| <p><b>A.</b> <math display="block">P(B A) = \frac{P(B) \cdot P(A B)}{P(B)P(A B) + P(\bar{B})P(A \bar{B})}</math></p> | <p><b>B.</b> <math display="block">P(B A) = \frac{P(A) \cdot P(A B)}{P(B)P(A B) + P(\bar{B})P(A \bar{B})}</math></p> |
| <p><b>C.</b> <math display="block">P(B A) = \frac{P(B) \cdot P(B A)}{P(B)P(A B) + P(\bar{B})P(A \bar{B})}</math></p> | <p><b>D.</b> <math display="block">P(B A) = \frac{P(B) \cdot P(A B)}{P(A)P(A B) + P(\bar{A})P(A \bar{B})}</math></p> |

**PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai.**

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.**

a)  $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{3}{2}x^2 + \ln|x| + C$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^3 - 3x + \frac{1}{x}$ .

b)  $F(x) = \frac{(5x+3)^6}{6} + C$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x) = (5x+3)^5$ .

c)  $F(x) = \frac{3}{2}x\sqrt{x} + \frac{4}{3}x^3\sqrt{x} + \frac{5}{4}x^4\sqrt{x} + C$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x}$  trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

d)  $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2024x + C$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x^3 - 2024x}{x}$ .

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	SAI	ĐÚNG

$$f(x) = x^3 - 3x + \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow F(x) = \int f(x) dx = \int (x^3 - 3x + \frac{1}{x}) dx = \int x^3 dx - 3 \int x dx + \int \frac{1}{x} dx = \frac{x^4}{4} - \frac{3}{2}x^2 + \ln|x| + C$$

$$f(x) = (5x+3)^5 \Rightarrow F(x) = \int f(x) dx = \int (5x+3)^5 dx = \int (5x+3)^5 \frac{d(5x+3)}{5} = \frac{(5x+3)^6}{30} + C$$

$$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x}$$

$$\Rightarrow F(x) = \int (\sqrt{x} + \sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x}) dx = \int \left( x^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{1}{4}} \right) dx = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + \frac{4}{5}x^{\frac{5}{4}} + C = \frac{2}{3}x\sqrt{x} + \frac{3}{4}x\sqrt[3]{x} + \frac{4}{5}x\sqrt[4]{x} + C$$

$$f(x) = \frac{x^3 - 2024x}{x} \Rightarrow F(x) = \int \frac{x^3 - 2024x}{x} dx = \int (x^2 - 2024) dx = \frac{1}{3}x^3 - 2024x + C$$

**Câu 2.** Một ô tô đang chạy với tốc độ 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50m. Người lái xe phản ứng 1 giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ  $v(t) = -10t + 20 (m/s)$ , trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi s(t) là quãng đường ô tô đi được trong t giây kể từ lúc đạp phanh.

e) Quãng đường s(t) mà xe ô tô đi được trong thời gian t giây là một nguyên hàm của hàm số v(t).

f)  $s(t) = -5t^2 + 20t$ .

g) Thời gian kể từ lúc tài xế đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.

h) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

**Giải**

a) Do  $v(t) = s'(t)$  nên  $s(t)$  là một nguyên hàm của  $v(t)$ . Vậy a) Đúng.

b)  $\int v(t) dt = \int (-10t + 20) dt = -5t^2 + 20t + C \Rightarrow s(t) = -5t^2 + 20t + C_0$ .

Do  $s(0) = 0$  nên  $C_0 = 0 \Rightarrow s(t) = -5t^2 + 20t$ . Vậy b) Đúng.

c) Xe ô tô dừng hẳn khi  $v(t) = 0 \Leftrightarrow -10t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 2 (s)$ . Vậy c) Sai.

d) Quãng đường ô tô đi được từ lúc tài xế đạp phanh đến khi dừng hẳn là  $s(2) = -5.2^2 + 20.2 = 20 (m)$ .

Vận tốc của ô tô là 65 km/h hay  $\frac{65000}{3600} = \frac{650}{36} m/s$ .

Quãng đường ô tô đi được từ lúc tài xế phát hiện chướng ngại vật đến khi ô tô dừng hẳn là

$$\frac{650}{36} + 20 = \frac{685}{18} \approx 38,1 (m) < 50$$

nên xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường. Vậy d)

Đúng.

**Câu 3.** Trong không gian tọa độ Oxyz, cho đường thẳng  $d: \frac{x-2}{5} = \frac{y-1}{12} = \frac{z-6}{-13}$  và mặt phẳng  $(Q): x - 2y - 2z - 2025 = 0$ .

- e) Vector  $u = (2; 1; 6)$  là một vector chỉ phương của đường thẳng d.  
 f) Vector  $n = (1; 2; -2)$  là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (Q).  
 g) Cosin của góc giữa hai vector  $a = (5; 12; -13)$  và  $a = (5; 12; -13)$  bằng  $\frac{7\sqrt{2}}{78}$ .  
 h) Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (Q) (làm tròn đến hàng đơn vị của độ) bằng  $83^0$ .

Giải

- a) S b) S c) Đúng d) S

**Câu 4.** Cho hai biến cố A và B, với  $P(\bar{A}) = 0,4$ ,  $P(B) = 0,8$ ,  $P(A \cap B) = 0,4$ .

- a)  $P(A) = 0,6$  và  $P(\bar{B}) = 0,2$ .  
 b)  $P(A|B) = \frac{1}{2}$   
 c)  $P(\bar{B}|A) = \frac{2}{3}$   
 d)  $P(\bar{A} \cap B) = \frac{3}{5}$

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	SAI

a) Ta có:

$$P(\bar{A}) = 0,4 \Rightarrow P(A) = 1 - 0,4 = 0,6$$

$$P(B) = 0,8 \Rightarrow P(\bar{B}) = 1 - 0,8 = 0,2$$

$$P(A \cap B) = 0,4$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,4}{0,8} = \frac{1}{2}$$

b) Ta có:

$$P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 1 - \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = 1 - \frac{0,4}{0,6} = \frac{1}{3}$$

c) Ta có:

d)

Cách 1:

Ta có:  $P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A} | B) \cdot P(B)$

Mà  $P(\bar{A} | B) = 1 - P(A | B) = 1 - \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 1 - \frac{0,4}{0,8} = \frac{1}{2}$

Do đó  $P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A} | B) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \cdot 0,8 = \frac{2}{5}$

Cách 2:  $P(\bar{A} \cap B) + P(A \cap B) = P(B) \Rightarrow P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0,8 - 0,4 = \frac{2}{5}$

### PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi  $h(t)$  là thể tích nước bơm được sau  $t$  phút.

$h'(t) = 3at^2 + bt$  và ban đầu bể không có nước; sau 5 phút thì thể tích nước trong bể là  $150m^3$ ; sau 10 phút thì thể tích nước trong bể là  $1100m^3$ . Hỏi sau khi bơm được 20 phút thì thể tích nước trong bể là bao nhiêu mét khối?

**ĐS:** 8400

Ta có  $\int h'(t) dt = \int (3at^2 + bt) dt = at^3 + \frac{bt^2}{2} + C \Rightarrow h(t) = at^3 + \frac{bt^2}{2} + C_0$

Do ban đầu hồ không có nước nên  $h(0) = 0 \Rightarrow C_0 = 0 \Rightarrow h(t) = at^3 + \frac{bt^2}{2}$ .

Thể tích nước trong bể sau khi bơm 5 phút là  $h(5) = 150 \Rightarrow 125a + \frac{25}{2}b = 150$ .

Thể tích nước trong bể sau khi bơm 10 phút là  $h(10) = 1100 \Rightarrow 1000a + 50b = 1100$ .

Suy ra  $a = 1, b = 2 \Rightarrow h(t) = t^3 + t^2 \Rightarrow h(20) = 20^3 + 20^2 = 8400 (m^3)$

Vậy sau khi bơm được 20 phút thì thể tích nước trong bể là  $8400 (m^3)$ .

**Câu 2.** Một thùng chứa rượu bằng gỗ là một hình tròn xoay có hai mặt đáy là hai hình tròn bằng nhau, khoảng cách giữa hai đáy là 8 dm; đường cong mặt bên của thùng là một phần của đường elip có độ dài trục lớn bằng 10 dm, độ dài trục bé bằng 6 dm.

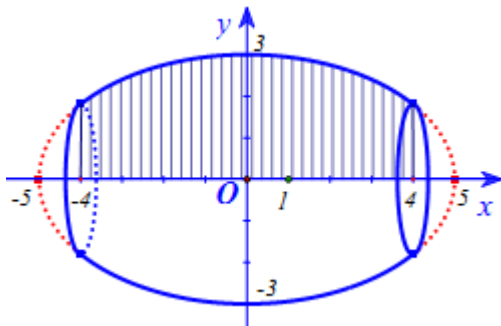


Một đại lý bán loại rượu này được chiết khấu mỗi lít 10 nghìn đồng. Hỏi số tiền chiết khấu mà đại lý này nhận được khi bán hết một thùng đầy rượu là bao nhiêu nghìn đồng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

ĐS: 1779

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Khi đó đường elip có phương trình là  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ .

Vì thùng rượu là khối tròn xoay tạo nên khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \frac{3}{5}\sqrt{25 - x^2}$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 4, x = -4$  nên thể tích của thùng rượu là



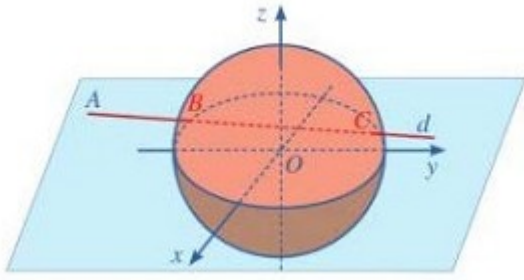
$$V = \pi \int_{-4}^4 \frac{9}{25} (25 - x^2) dx = \frac{1416\pi}{25} (dm^3) = \frac{1416\pi}{25} (lit)$$

Số tiền chiết khấu mà đại lý nhận được khi bán hết 1 thùng rượu là  $\frac{14160\pi}{25} \approx 1779$  (nghìn đồng)

**Câu 3.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz (đơn vị trên mỗi trục là 1 km), đài kiểm soát không lưu Cam Ranh – Khánh Hòa ở vị trí  $O(0;0;0)$  và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa 600 km. Một máy

$$\begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -200 + 80t \\ z = 10 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

bay của hãng Việt Nam Airlines đang chuyển động theo đường thẳng d có phương trình và hướng về đài kiểm soát không lưu (hình vẽ).



Hỏi quãng đường mà máy bay nhận được tín hiệu của đài kiểm soát không lưu dài bao nhiêu hectômét?

**ĐS: 7490**

Ranh giới vùng phủ sóng của đài kiểm soát không lưu là mặt cầu (S) tâm  $O(0;0;0)$ , bán kính  $R = 600$  km.

Phương trình của mặt cầu (S) là  $x^2 + y^2 + z^2 = 600^2$ .

$$\begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -200 + 80t \\ z = 10 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 600^2 \end{cases}$$

Tọa độ giao điểm của d và (S) là nghiệm của hệ phương trình

$$\Rightarrow 16400t^2 - 232000t + 680100 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t \approx 10 \\ t \approx 4,15 \end{cases}$$

Giao điểm của d và (S) là  $B(0; 600; 10), C(-585; 132; 10)$ .

Quãng đường mà máy bay nhận được tín hiệu của đài kiểm soát không lưu là

$$BC = \sqrt{(-585 - 0)^2 + (132 - 600)^2 + (10 - 10)^2} \approx 749 \text{ km} = 7490 \text{ hm.}$$

**Câu 4.** ĐS: 6000.

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = 3 \\ d = 5 \end{cases} \Rightarrow R = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2 - 5} = 3$$

Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng bằng đường kính của mặt cầu (S)

$\Rightarrow$  Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng là  $6 \text{ km} = 6000 \text{ m}$ .

**Bài 5.** ĐS: 0,23

Gọi  $H_i$  là biến cố “Lấy được hộp i”,  $i \in \{A; B; C\}$ ; X: “Lấy được 2 lọ hỏng và 1 lọ tốt”.

Ta có:  $P(X) = P(H_A)P(X|H_A) + P(H_B)P(X|H_B) + P(H_C)P(X|H_C)$

$$= \frac{1}{3} \frac{C_5^2 C_{10}^1}{C_{15}^3} + \frac{1}{3} \frac{C_4^2 C_6^1}{C_{10}^3} + \frac{1}{3} \frac{C_5^2 C_5^1}{C_{10}^3} = \frac{5113}{16380}$$

Xác suất để hộp A được chọn là  $P(H_A|X) = \frac{P(XH_A)}{P(X)} = \frac{P(H_A)P(X|H_A)}{P(X)} = \frac{1200}{5113} \approx 0,23.$

**Câu 6.** Đs: 0,30

Xét hai biến cố:

A: “Người được chọn ra không nhiễm bệnh”;

B: “Người được chọn ra có phản ứng dương tính”.

Vì trong một nhóm người có 2 người nhiễm bệnh, 58 người còn lại là không nhiễm bệnh nên

$$P(A) = \frac{58}{2+58} = \frac{29}{30}; \quad P(\bar{A}) = \frac{1}{30}$$

Do đối với người không nhiễm bệnh thì xác suất xét nghiệm có phản ứng dương tính là 7% nên

$$P(B|A) = 7\% = 0,07.$$

Vì đối với người nhiễm bệnh thì xác suất xét nghiệm có kết quả dương tính là 85% nên

$$P(B|\bar{A}) = 85\% = 0,85.$$

Ta thấy xác suất nhiễm bệnh của X khi X là một người trong nhóm bị xét nghiệm có kết quả dương tính chính là  $P(\bar{A}|B).$

Áp dụng công thức Bayes, ta có:

$$P(\bar{A}|B) = \frac{P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})}{P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) + P(A) \cdot P(B|A)} = \frac{\frac{1}{30} \cdot 0,85}{\frac{1}{30} \cdot 0,85 + \frac{29}{30} \cdot 0,07} = \frac{85}{288} \approx 0,30.$$

Vậy xác suất để X là người nhiễm bệnh (làm tròn đến hàng phần trăm) là 0,30.

-----