**HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN CHỨA THAM SỐ**

**A. Tóm tắt lý thuyết**

Cho hệ phương trình bậc nhất hai ẩn 

1. Để giải hệ phương trình (\*) ta thường dùng phương pháp thế hoặc cộng đại số

2. Từ 2 phương trinh của hệ phương trình (\*), sau khi dùng phương pháp thế hoặc cộng đại số, ta thu được một phương trình mới (một ẩn). Khi đó số nghiệm của phương trình mới bằng số nghiệm của hệ phương trình đã cho

3. Chú ý: Cách biện luận số nghiệm phương trình bậc nhất một ẩn 

- Nếu  thì phương trình có nghiệm 

- Nếu  ta được: 

+) Nếu  thì phương trình có vô số nghiệm

+) Nếu  thì phương trình vô nghiệm

**B. Bài tập và các dạng toán**

**Dạng 1: Giải và biện luận hệ phương trình**

**Cách giải:** Để giải và biện luận hệ phương trình (\*) ta làm như sau

**Bước 1:** Từ hai phương trình (\*), sau khi dùng phương pháp thế hoặc cộng đại số, ta thu được một phương trình mới (chỉ còn một ẩn )

**Bước 2:** Giải và biện luận phương trình mới, từ đó đi đến kết luận về giải và biện luận hệ phương trình đã cho.

**Bài 1:**

Cho hệ phương trình  ( là tham số)

1. Tìm các giá trị của  để hệ phương trình:

a. Có nghiệm duy nhất, tìm nghiệm duy nhất đó

b. Vô nghiệm

c. Vô số nghiệm

2. Trong trường hợp hệ phương trình có nghiệm duy nhất 

d. Hãy tìm các giá trị m nguyên để  cùng nguyên

e. Tìm hệ thức liên hệ giữa  không phụ thuộc vào tham số 

**Lời giải**

1. Từ (1) có: , thay vào phương trình còn lại 

Số nghiệm của hệ phương trình bằng số nghiệm của phương trình (\*)

a. hệ phương trình có nghiệm duy nhất 

b. Vô nghiệm 

c. Vô số nghiệm 

2. Với 

d. Ta có: 

e. Hệ thức không phụ thuộc vào  là 

**Bài 2:**

Cho hệ phương trình  ( là tham số)

1. Giải và biện luận hệ phương trình đã cho theo 

2. Trong trường hợp hệ phương trình có nghiệm duy nhất 

a) Tìm hệ thức liên hệ giữa  và  không phụ thuộc vào 

b) Tìm giá trị của  để 

**Lời giải**

1) Ta xét các trường hợp sau

- Xét  hệ phương trình có nghiệm duy nhất 

- Xét 

+) Với  hệ phương trình có nghiệm duy nhất 

+) Với  hệ phương trình vô số nghiệm

+) Với  hệ phương trình vô nghiệm

2) a) Với  hệ phương trình có nghiệm duy nhất 

b) 

**Bài 3:**

Cho hệ phương trình  ( là tham số)

1. Giải và biện luận hệ phương trình đã cho theo .

2. Trong trường hợp hệ phương trình có nghiệm duy nhất 

a. Chứng minh rằng  với mọi giá trị của 

b. Tìm giá trị của  để 

**Lời giải**

1.  hệ phương trình có nghiệm duy nhất 

+) Với  thì hệ vô nghiệm

+) Với  thì hệ phương trình vô số nghiệm

2. Với 

a. Thay  vào  (thỏa mãn)

b. 

**Bài 4:**

Cho hệ phương trình  ( là tham số)

1. Giải và biện luận hệ phương trình đã cho theo .

2. Trong trường hợp hệ phương trình có nghiệm duy nhất 

a. Tìm hệ thức liên hệ giữa  và  không phụ thuộc vào 

b. Tìm điều kiện của  để  và 

**Lời giải**

1. Với  , hệ phương trình có nghiệm duy nhất 

+)  hệ phương trình vô nghiệm

2.

a) Hệ thức cần tìm là 

b) 

**Dạng 2: Tìm điều kiện của tham số để hệ phương trình thỏa mãn điều kiện cho trước**

**Cách giải:** Một số bài toán thường gặp của dạng này là

Bài toán 1: Tìm điều kiện nguyên của tham số để hệ phương trình có nghiệm  trong đó  và  cùng là những số nguyên.

Bài toán 2: Tìm điều kiện của tham số để hệ phương trình có nghiệm duy nhất  thỏa mãn hệ thức cho trước

**Bài 1:**

Cho hệ phương trình 

1. Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

2. Tìm m nguyên để nghiệm duy nhất  sao cho  và  cùng nguyên.

**Lời giải**

1. Từ phương trình thứ nhất ta có:  thay vào phương trình còn lại ta được:



+) Với  vô nghiệm  hệ phương trình vô nghiệm.

+) Với  Hệ phương trình  Hệ phương trình vô nghiệm.

+) Với , hệ phương trình có nghiệm duy nhất 

Khi đó 

**Bài 2:**

Cho hệ phương trình  ( là tham số)

Tìm điều kiện của tham số  để hệ phương tình có nghiệm  thỏa mãn điều kiện .

**Lời giải**

Từ  thay vào phương trình  ta được:



+) Với  hệ phương trình vô nghiệm

+) Với  hệ phương trình có dạng  mà  hệ phương trình vô nghiệm.

+) Với  hệ phương trình có nghiệm duy nhất 

Khi đó 

**Bài 3:**

Cho hệ phương trình  ( là tham số)

Tìm điều kiện của tham số  để hệ phương tình có nghiệm  sao cho biểu thức đạt giá trị nhỏ nhất.

**Lời giải**

\*) Với  Hệ phương trình có nghiệm duy nhất .

Khi đó 

**Bài 4:**

Cho hệ phương trình  ( là tham số)

a) Giải hệ phương trình khi 

b) Tìm các giá trị của tham số  để hệ phương trình có nghiệm  thỏa mãn 

**Lời giải**

a) Với  hệ phương trình trở thành: 

Vậy với  hệ phương trình có nghiệm duy nhất 

b) Ta tìm được 

**Bài 5:**

Cho hệ phương trình  ( là tham số)

a. Giải hệ phương trình khi 

b. Tìm  nguyên sao cho hệ có nghiệm 

c. Với giá trị nào của m thì ba đường thẳng  và  đồng quy.

**Lời giải**

a. Với  ta giải được: 

b. Hệ phương trình 



c. Xét hệ phương trình: 

Ba đường thẳng đã cho đồng quy thì y = 2x – m đi qua , nghĩa là: 

**Bài 6:**

Cho hệ phương trình  ( là tham số)

a. Giải hệ phương trình khi 

b. Chứng minh rằng hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất với mọi .

c. Tìm  để hai đường thẳng của hệ cắt nhau tại 1 điểm nằm trong góc phần tư thứ IV trên mặt phẳng tọa độ

d. Với giá trị nào của m hệ có nghiệm  thỏa mãn 

**Lời giải**

b. 

Ta có: m2 + 6 > 0 với mọi 

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất với mọi 



c. 

d. 

**Bài 7:**

Cho hệ phương trình  ( là tham số)

Giả sử hệ có nghiệm duy nhất 

a. Tìm đẳng thức liên hệ giữa  và  không phụ thuộc vào 

b. Tìm giá trị của m thỏa mãn 

c. Tìm  để biểu thức  nhận giá trị nguyên.

**Lời giải**

Từ (1)  thay vào (2) ta được:



Hệ có nghiệm duy nhất 

a.  là hệ thức cần tìm.

b. Ta có: do đó: 

+) Với 

+) Với 

Vậy  là giá trị cần tìm

c. Ta có: 

**BÀI TẬP VỀ NHÀ**

**Bài 1:**

Cho hệ phương trình  ( là tham số)

a. Giải và biện luận hệ phương trình đã cho

b. Trong trường hợp hệ phương trình có nghiệm duy nhất , gọi  là điểm tương ướng với nghiệm  của hệ phương trình

- Chứng minh  luôn nằm trên đường thẳng cố định khi  thay đổi

- Tìm các giá trị của  để  thuộc góc phần tư thứ nhất

- Xác định giá trị của  để  thuộc đường tròn có tâm là gốc tọa độ và bán kính bằng 

**Hướng dẫn giải**

a. Với  thì hệ phương trình có nghiệm duy nhất 

+) Với  thì hệ phương trình vô nghiệm

+) Với  thì hệ phương trình có vô số nghiệm  với mọi  thuộc 

b) Ta tìm được hệ thức liên hệ giữa  không phụ thuộc  là .

Vậy  chạy trên đường thẳng có phương trình: 

-  thuộc góc phần tư thứ nhất khi . Vậy 

- 

**Bài 2:**

Cho hệ phương trình $ $( là tham số)

a. Giải hệ phương trình với 

b. Tìm  để hệ phương trình  có nghiệm duy nhất  thỏa mãn 

c. Tìm  để hệ phương trình  có nghiệm duy nhất  sao cho  đạt giá trị nhỏ nhất

d. Tìm  để hệ phương trình  có nghiệm duy nhất  sao cho 

e. Tìm  nguyên để hệ phương trình  có nghiệm duy nhất  sao cho  nguyên.

f. Khi hệ phương trình  có nghiệm duy nhất  hãy tìm một hệ thức liên hệ giữa  và  mà không phụ thuộc vào giá trị của 

**Hướng dẫn giải**

a) Với  hệ phương trình trở thành 

b) Từ: 



- Với  hệ phương trình có vô số nghiệm

- Với  hệ phương trình vô nghiệm

- Với 

Để 