

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = x^3 + 3x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 2: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-2}$ là đường thẳng

- A. $y = 3$. B. $x = 2$. C. $x = 3$. D. $y = 2$.

Câu 3: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x - \frac{1}{\sin^2 x}$ là

- A. $\sin x + \cot x + C$ B. $-\sin x + \cot x + C$ C. $\sin x - \cot x + C$ D. $-\sin x - \cot x + C$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - z + 1 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $M(-1; 0; 0)$ B. $N(0; -2; 0)$ C. $P(1; -2; 1)$ D. $Q(1; 2; -1)$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{1}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_2 = (2; 1; 1)$. B. $\vec{u}_4 = (1; 2; -3)$. C. $\vec{u}_3 = (-1; 2; 1)$. D. $\vec{u}_1 = (2; 1; -3)$.

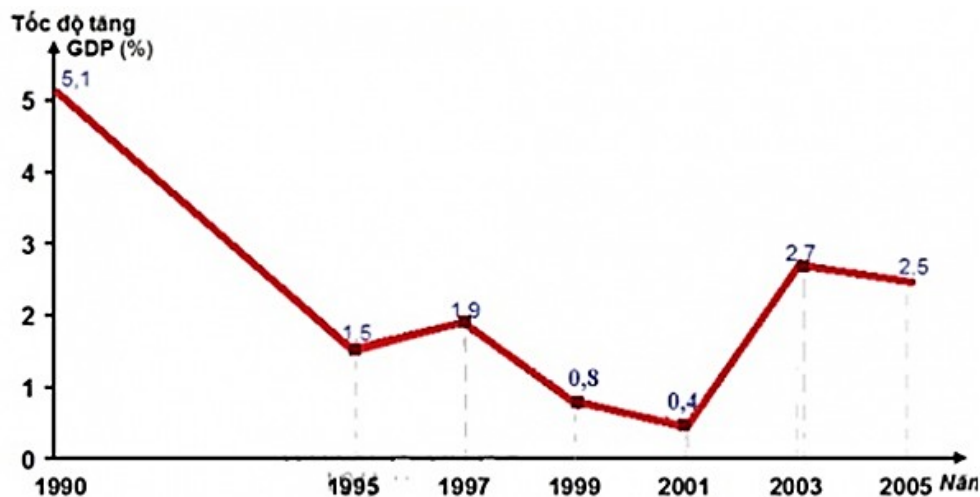
Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$. bán kính của mặt cầu đã cho bằng

- A. $\sqrt{7}$. B. 9. C. 3. D. $\sqrt{15}$.

Câu 7: Cho hai biến cố A, B với $P(B) = 0,6; P(A|B) = 0,7$ và $P(\overline{A}|\overline{B}) = 0,4$. Khi đó $P(A)$ bằng

- A. 0,7. B. 0,4. C. 0,58. D. 0,52.

Câu 8: Biểu đồ sau biểu diễn tốc độ tăng trưởng GDP của Nhật Bản trong giai đoạn 1990 đến 2005. Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu đó.



A. 5,1

B. 5,5

C. 0,4

D. 4,7.

Câu 9: Nhiệt độ trung bình hàng tháng trong một năm được ghi lại trong bảng sau:

Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nhiệt độ	16	20	24	28	30	30	29	25	25	20	18	16

Tìm khoảng tứ phân vị của bảng số liệu trên.

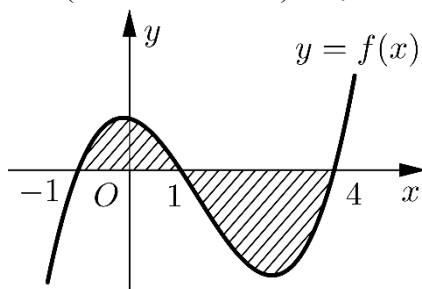
A. 19,5

B. 9,5

C. 24,5

D. 19.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1; 4]$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = -1$ và $x = 4$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



A. $S = - \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx$

B. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx$

C. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx$

D. $S = - \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx$

Câu 11: Đo chiều cao (tính bằng cm) của 500 học sinh trong một trường THPT ta thu được kết quả như sau:

Chiều cao	[150;154)	[154;158)	[158;162)	[162;166)	[166;170)
Tần số	25	50	200	175	50

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là

A. $s_x = 161,4$

B. $s_x = 14,48$

C. $s_x = 8,2$

D. $s_x = 3,85$

- Câu 12:** Mức cường độ âm L (đơn vị dB) được tính bởi công thức $L = 10 \log \frac{I}{10^{-12}}$, trong đó I (đơn vị: W / m^2) là cường độ của âm (Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus 10e Cengage). Một người đứng giữa hai loa A và B. Khi loa A bật thì người đó nghe được âm có mức cường độ 80 dB. Khi loa B bật thì nghe được âm có mức cường độ 90 dB. Nếu bật cả hai loa thì cường độ âm tác động vào tai người bằng tổng cường độ âm của hai loa đó. Khi bật cả hai loa thì người đó nghe được âm có mức cường độ là
- A. 170. B. 85. C. 80,6. D. 90,4.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1:** Trong không gian O_{xyz} , cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2024}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2025}{-2}$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 1 = 0$. Xét các vector $u = (2; 1; -2)$, $n = (2; 2; -1)$.

a) u là một vector chỉ phương của đường thẳng Δ .

b) n là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

c) $\cos(\Delta, (P)) = \frac{8}{9}$.

d) Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) bằng khoảng 63° (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

- Câu 2:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0
$f(x)$	142	8	38	14

- a) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(8; 14)$.
- b) Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng 8.
- c) Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 38.

d) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(8;38)$.

Câu 3: Một vật chuyển động với gia tốc $a(t) = 2 \cos t \text{ (m/s}^2\text{)}$.

a) Tại thời điểm bắt đầu chuyển động, vật có vận tốc bằng 0 . Khi đó, vận tốc của vật được biểu diễn bởi hàm số $v(t) = 2 \sin t \text{ (m/s)}$.

b) Vận tốc của vật tại thời điểm $t = \frac{\pi}{2}$ là 1 m/s .

c) Quãng đường vật đi được từ thời điểm $t = 0 \text{ (s)}$ đến thời điểm $t = \pi \text{ (s)}$ là 4 m .

d) Quãng đường vật đi được từ thời điểm $t = \frac{\pi}{2} \text{ (s)}$ đến thời điểm $t = \frac{3\pi}{4} \text{ (s)}$ là 2 m .

Câu 4: Để nghiên cứu sự phát triển của một loại cây, người ta trồng hạt giống của loại cây đó trên hai lô đất thí nghiệm M, N khác nhau. Xác suất phát triển bình thường của cây đó trên các lô đất M và N lần lượt là $0,56$ và $0,62$. Lập lại thí nghiệm trên với đầy đủ các điều kiện tương đồng. Xét các biến cố:

A : “Cây phát triển bình thường trên lô đất M ”;

B : “Cây phát triển bình thường trên lô đất N ”.

a) Các cặp biến cố $\overline{A}$ và B , A và $\overline{B}$ là độc lập.

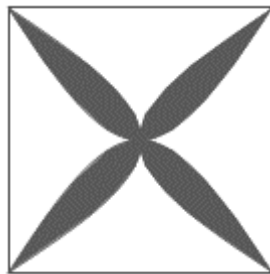
b) Hai biến cố $C = \overline{A} \cap B$ và $D = A \cap \overline{B}$ không là hai biến cố xung khắc.

c) $P(\overline{A}) = 0,56$; $P(\overline{B}) = 0,62$.

d) Xác suất để cây chỉ phát triển bình thường trên một lô đất là $0,4856$.

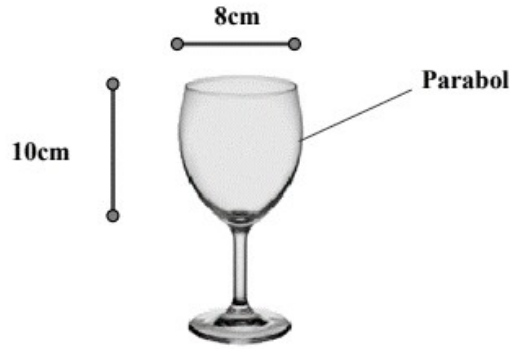
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40 cm . Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô đen như hình vẽ dưới).



Diện tích mỗi cánh hoa của viên gạch bằng (đơn vị cm^2 , kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

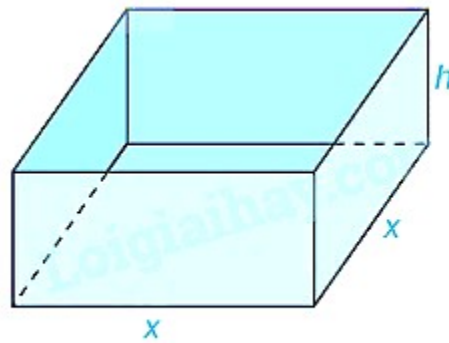
Câu 2: Một cốc rượu có hình dạng tròn xoay và kích thước như hình vẽ, thiết diện dọc của cốc (bổ dọc cốc thành 2 phần bằng nhau) là một đường Parabol. Tính thể tích tối đa mà cốc có thể chứa được (đơn vị cm^3 , kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Câu 3: Trong một khung lưới ô vuông gồm các hình lập phương, xét các đường thẳng đi qua hai nút lưới (mỗi nút lưới là đỉnh của hình lập phương), người ta đưa ra một cách kiểm tra độ lệch về phương của hai đường thẳng bằng cách gắn hệ tọa độ $Oxyz$ vào khung lưới ô vuông và tìm vector chỉ phương của hai đường thẳng đó. Giả sử, đường thẳng a đi qua hai nút lưới $M(1;1;2)$ và $N(0;3;0)$, đường thẳng b đi qua hai nút lưới $P(1;0;3)$ và $Q(3;3;9)$. Sau khi làm tròn đến hàng đơn vị của độ thì góc giữa hai đường thẳng a và b bằng n° (n là số tự nhiên). Giá trị của n bằng bao nhiêu

Câu 4: Giả sử tỉ lệ người dân của tỉnh Khánh Hòa nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Hỏi khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh Khánh Hòa thì khả năng mà đó bị bệnh phổi là bao nhiêu %?

Câu 5: Một nhà sản xuất muốn thiết kế một chiếc hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp, có đáy là hình vuông và diện tích bề mặt bằng 108 cm^2 như Hình 1.17. Tìm diện tích đáy của chiếc hộp khi thể tích của chiếc hộp là lớn nhất.



Hình 1.17

Câu 6: Trong một thí nghiệm y học, người ta cấy 1000 vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng. Bằng thực nghiệm, người ta xác định được số lượng vi khuẩn thay đổi theo thời gian bởi công thức:

$$N(t) = 1000 + \frac{100t}{100+t^2} \text{ (con)}$$
 trong đó t là thời gian tính bằng giây. Tính số lượng vi khuẩn lớn nhất kể từ khi thực hiện cấy vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng.

ĐÁP ÁN ĐỀ MẪU

PHẦN I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	B	A	A	C	C	C	D	B	B	D	D

PHẦN II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- ✧ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- ✧ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- ✧ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- ✧ Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1:	Câu 2:	Câu 3:	Câu 4:
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) Đ	b) Đ	b) S	b) S
c) S	c) S	c) Đ	c) S
d) Đ	d) Đ	d) S	d) Đ

PHẦN III. (Mỗi câu trả lời Đúng thí sinh Được 0,5 Điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	133	251	68	26	36	1005

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Cho hàm số $y = x^3 + 3x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3x^2 + 3 > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$ suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Từ đồ thị suy ra điểm cực tiểu của hàm số đã cho là $x = 1$.

Câu 2: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-2}$ là đường thẳng

A. $y = 3$.

B. $x = 2$.

C. $x = 3$.

D. $y = 2$.

Lời giải

Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty$.

Suy ra tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x = 2$.

Câu 3: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x - \frac{1}{\sin^2 x}$ là

A. $\sin x + \cot x + C$

B. $-\sin x + \cot x + C$

C. $\sin x - \cot x + C$

D.

$-\sin x - \cot x + C$

Lời giải

Ta có $F(x) = \int f(x) dx = \int \left(\cos x - \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx = \sin x + \cot x + C$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - z + 1 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(-1; 0; 0)$

B. $N(0; -2; 0)$

C. $P(1; -2; 1)$

D. $Q(1; 2; -1)$

Lời giải

Thay từng đáp án vào $(\alpha): x + 2y - z + 1 = 0$, ta có;

Thay $M(-1; 0; 0)$ vào $(\alpha): x + 2y - z + 1 = 0$, ta được: $-1 + 1 = 0$

Vậy ta có: $M(-1; 0; 0) \in (\alpha): x + 2y - z + 1 = 0$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{1}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

A. $\vec{u}_2 = (2; 1; 1)$.

B. $\vec{u}_4 = (1; 2; -3)$.

C. $\vec{u}_3 = (-1; 2; 1)$.

D. $\vec{u}_1 = (2; 1; -3)$.

Lời giải

Chọn C

Vector chỉ phương của d là: $\vec{u}_3 = (-1; 2; 1)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$. bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. $\sqrt{7}$.

B. 9.

C. 3.

D. $\sqrt{15}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 9 \Leftrightarrow (x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 3^2$$

Suy ra bán kính của mặt cầu đã cho bằng $R = 3$.

Câu 7: Cho hai biến cố A, B với $P(B) = 0,6; P(A|B) = 0,7$ và $P(A|\bar{B}) = 0,4$. Khi đó $P(A)$ bằng:

A. 0,7.

B. 0,4.

C. 0,58.

D. 0,52.

Lời giải

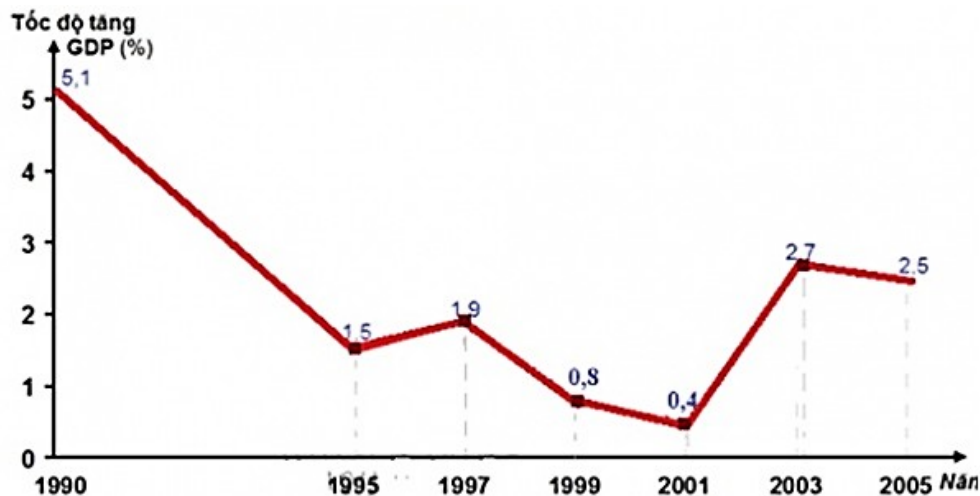
Chọn C

Ta có: $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,6 = 0,4$

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,6.0,7 + 0,4.0,4 = 0,58$$

Câu 8: Biểu đồ sau biểu diễn tốc độ tăng trưởng GDP của Nhật Bản trong giai đoạn 1990 đến 2005. Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu đó.



A. 5,1

B. 5,5

C. 0,4

D. 4,7.

Lời giải

Chọn D

Ta có giá trị lớn nhất của mẫu số liệu là 5,1 và giá trị nhỏ nhất của mẫu số liệu là 0,4

$$\Rightarrow R = 5,1 - 0,4 = 4,7.$$

Câu 9: Nhiệt độ trung bình hàng tháng trong một năm được ghi lại trong bảng sau:

Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nhiệt độ	16	20	24	28	30	30	29	25	25	20	18	16

Tìm khoảng tứ phân vị của bảng số liệu trên.

A. 19,5

B. 9,5

C. 24,5

D. 19.

Lời giải

Chọn B

Mẫu số liệu trên được sắp xếp theo thứ tự tăng dần như sau:

16 16 18 20 20 24 25 25 28 29 30 30

Trung vị của mẫu số liệu trên là: $\frac{24+25}{2}=24,5 \Rightarrow Q_2=24,5$

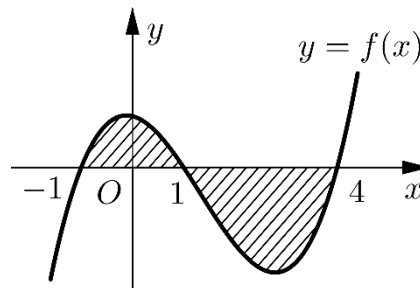
Nửa dãy phía dưới số 24,5 (nghĩa là những số nhỏ hơn 24,5) gồm: 16 16 18 20 20 24 có trung vị là $\frac{18+20}{2}=19 \Rightarrow Q_1=19$.

Nửa dãy phía trên số 24,5 (nghĩa là những số lớn hơn 24,5) gồm: 25 25 28 29 30 30 có trung vị là $\frac{28+29}{2}=28,5 \Rightarrow Q_3=28,5$.

Do đó, tứ phân vị của mẫu số liệu: $Q_1=19; Q_2=24,5; Q_3=28,5$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là: $\Delta_Q=Q_3-Q_1=28,5-19=9,5$

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1; 4]$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x), y=0, x=-1$ và $x=4$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



A. $S = - \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx$

B. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx$

C. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx$

D. $S = - \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx$

Lời giải

Chọn B

Ta có
$$S = \int_{-1}^4 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 |f(x)| dx + \int_1^4 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx$$

Câu 11: Đo chiều cao (tính bằng cm) của 500 học sinh trong một trường THPT ta thu được kết quả như sau:

Chiều cao	[150;154)	[154;158)	[158;162)	[162;166)	[166;170)
Tần số	25	50	200	175	50

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là

- A. $s_x = 161,4$ B. $s_x = 14,48$ C. $s_x = 8,2$ D. $s_x = 3,85$

Lời giải

Chọn D

Ta có bảng sau

Lớp chiều cao	Giá trị đại diện	Tần số
[150;154)	152	25
[154;158)	156	50
[158;162)	160	200
[162;166)	164	175
[166;170)	168	50

Ta có chiều cao trung bình:

$$\bar{x} = \frac{1}{500} (152 \cdot 25 + 156 \cdot 50 + 160 \cdot 200 + 164 \cdot 175 + 168 \cdot 50) = 161,4$$

Phương sai của mẫu số liệu:

$$\begin{aligned} s_x^2 &= f_1 (c_1 - \bar{x})^2 + f_2 (c_2 - \bar{x})^2 + \dots + f_k (c_k - \bar{x})^2 \\ &= \frac{1}{500} [25(152 - 161,4)^2 + 50(156 - 161,4)^2 + 200(160 - 161,4)^2 + 175(164 - 161,4)^2 + 50(168 - 161,4)^2] = 14,84 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{Độ lệch chuẩn: } s_x = \sqrt{s_x^2} = \sqrt{14,84} = 3,85$$

Câu 12: Mức cường độ âm L (đơn vị dB) được tính bởi công thức $L = 10 \log \frac{I}{10^{-12}}$, trong đó I (đơn vị: W / m^2) là cường độ của âm (Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus 10e Cengage). Một người đứng giữa hai loa A và B. Khi loa A bật thì người đó nghe được âm có mức cường độ 80 dB. Khi loa B bật thì nghe được âm có mức cường độ 90 dB. Nếu bật cả hai loa thì cường độ âm tác động vào tai người bằng tổng cường độ âm của hai loa đó. Khi bật cả hai loa thì người đó nghe được âm có mức cường độ là

- A. 170 B. 85 C. 80,6 D. 90,4

Lời giải

Đặt $L_1 = 80(\text{dB}), L_2 = 90(\text{dB})$ lần lượt là cường độ âm của loa A và loa B . Ta có:

$$L_1 = 10 \log \frac{I_1}{10^{-12}} \Rightarrow I_1 = 10^{\frac{L_1}{10}} \cdot 10^{-12} = 10^8 \cdot 10^{-12}$$

$$L_2 = 10 \log \frac{I_2}{10^{-12}} \Rightarrow I_2 = 10^{\frac{L_2}{10}} \cdot 10^{-12} = 10^9 \cdot 10^{-12}$$

Do đó, $I_1 + I_2 = (10^8 + 10^9) \cdot 10^{-12}$

Vậy: $L = 10 \log \frac{I_1 + I_2}{10^{-12}} = 10 \log (10^8 + 10^9) \approx 90,4(\text{dB})$

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2024}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2025}{-2}$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 1 = 0$. Xét các vector $u = (2; 1; -2)$, $n = (2; 2; -1)$.

a) u là một vector chỉ phương của đường thẳng Δ .

b) n là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

c) $\cos(\Delta, (P)) = \frac{8}{9}$.

d) Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) bằng khoảng 63° (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

Lời giải

Ý	a)	b)	c)	d)
Kết quả	Đ	Đ	S	Đ

a) Do $\Delta: \frac{x-2024}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2025}{-2}$ nên $u = (2; 1; -2)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng Δ . Suy ra a) Đúng.

b) Do $(P): 2x + 2y - z + 1 = 0$ nên $n = (2; 2; -1)$ là một vector pháp tuyến của đường thẳng (P) . Suy ra b) Đúng.

$$\sin(\Delta, (P)) = \frac{\left| \frac{u \cdot n}{|u| \cdot |n|} \right|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2} \sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = \frac{\left| \frac{2 \cdot 2 + 1 \cdot 2 - 2(-1)}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2} \sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} \right|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2} \sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = \frac{8}{9}$$

c) Ta có

$$\cos^2(\Delta, (P)) = 1 - \sin^2(\Delta, (P)) = 1 - \frac{64}{81} = \frac{17}{81} \Rightarrow \cos(\Delta, (P)) = \frac{\sqrt{17}}{9} . \text{ Suy ra c) Sai}$$

d) Từ ý c) suy ra $(\Delta, (P)) \approx 63^\circ$. Suy ra d) Đúng.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0
$f(x)$	142		38	
		8		
	14			

a) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(8;14)$.

b) Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng 8.

c) Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 38.

d) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(8;38)$.

Lời giải

Ý	a)	b)	c)	d)
Kết quả	Đ	Đ	S	Đ

a) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(8;14)$.

Đúng vì dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ thì hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$. Mà $(8;14) \subset (1; +\infty)$.

b) Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng 8.

Đúng vì dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ thì hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 8 khi $x = -1$.

c) Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 38.

Sai vì dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 142$ nên hàm số $y = f(x)$ không có giá trị lớn nhất. (38 là giá trị cực đại của hàm số.)

d) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(8;38)$.

Sai vì hàm số đã cho chỉ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 3: Một vật chuyển động với gia tốc $a(t) = 2 \cos t \text{ (m/s}^2\text{)}$.

a) Tại thời điểm bắt đầu chuyển động, vật có vận tốc bằng 0. Khi đó, vận tốc của vật được biểu diễn bởi hàm số $v(t) = 2 \sin t \text{ (m/s)}$.

b) Vận tốc của vật tại thời điểm $t = \frac{\pi}{2}$ là 1 m/s .

c) Quãng đường vật đi được từ thời điểm $t = 0 \text{ (s)}$ đến thời điểm $t = \pi \text{ (s)}$ là 4 m .

d) Quãng đường vật đi được từ thời điểm $t = \frac{\pi}{2} \text{ (s)}$ đến thời điểm $t = \frac{3\pi}{4} \text{ (s)}$ là 2 m .

Lời giải

a) Ta có $v(t) = \int a(t) dt = \int 2 \cos t dt = 2 \sin t + C$.

Mà tại thời điểm bắt đầu chuyển động, vật có vận tốc bằng 0 nên ta có $v(0) = 0$ hay $C = 0$. Vậy $v(t) = 2 \sin t$

Suy ra đúng.

b) Vận tốc của vật tại thời điểm $t = \frac{\pi}{2}$ là $v\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \sin \frac{\pi}{2} = 2 \text{ (m/s)}$.

Suy ra sai.

c) Quãng đường vật đi được từ thời điểm $t = 0 \text{ (s)}$ đến thời điểm $t = \pi \text{ (s)}$ là

$$\int_0^\pi v(t) dt = \int_0^\pi 2 \sin t dt = -2 \cos t \Big|_0^\pi = -2 \cos \pi - (-2 \cos 0) = 4 \text{ (m)}.$$

Suy ra đúng.

d) Quãng đường vật đi được từ thời điểm $t = \frac{\pi}{2} \text{ (s)}$ đến thời điểm $t = \frac{3\pi}{4} \text{ (s)}$ là

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} v(t) dt = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} 2 \sin t dt = -2 \cos t \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} = -2 \cos \frac{3\pi}{4} - \left(-2 \cos \frac{\pi}{2} \right) = \sqrt{2} \text{ (m)}.$$

Suy ra Sai.

Câu 4: Để nghiên cứu sự phát triển của một loại cây, người ta trồng hạt giống của loại cây đó trên hai lô đất thí nghiệm M, N khác nhau. Xác suất phát triển bình thường của cây đó trên các lô đất M và N lần lượt là 0,56 và 0,62. Lập lại thí nghiệm trên với đầy đủ các điều kiện tương đồng. Xét các biến cố:

A : “Cây phát triển bình thường trên lô đất M ”;

B : “Cây phát triển bình thường trên lô đất N ”.

a) Các cặp biến cố $\overline{A}$ và B , A và $\overline{B}$ là độc lập.

b) Hai biến cố $C = \bar{A} \cap B$ và $D = A \cap \bar{B}$ không là hai biến cố xung khắc.

c) $P(\bar{A}) = 0,56$; $P(\bar{B}) = 0,62$.

d) Xác suất để cây chỉ phát triển bình thường trên một lô đất là 0,4856.

Lời giải

a) Do hai lô đất khác nhau. Nên các cặp biến cố $\bar{A}$ và B , A và $\bar{B}$ là độc lập. Suy ra đúng.

b) Do $C \cap D = \bar{A} \cap A \cap B \cap \bar{B} = \emptyset$ nên hai biến cố C, D xung khắc. Suy ra sai.

c) Ta có: $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,56 = 0,44$; $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,62 = 0,38$. Suy ra sai.

d) Xác suất để cây chỉ phát triển bình thường trên một lô đất là:

$$P(C \cup D) = P(C) + P(D) = P(\bar{A}) \cdot P(B) + P(A) \cdot P(\bar{B})$$

$$= 0,44 \cdot 0,62 + 0,56 \cdot 0,38 = 0,4856. \text{ Suy ra đúng.}$$

Đáp án: a) Đ, b) S, c) S, d) Đ.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

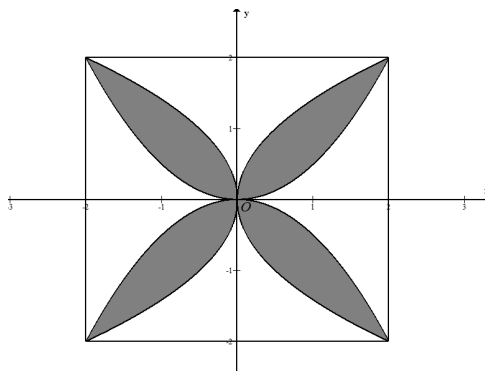
HƯỚNG DẪN GIẢI:

Câu 1: Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40cm. Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô đen như hình vẽ dưới).



Diện tích mỗi cánh hoa của viên gạch bằng (đơn vị cm^2 , kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải



Chọn hệ tọa độ như hình vẽ (1 đơn vị trên trục bằng $10\text{cm} = 1\text{dm}$), các cánh hoa tạo bởi các đường parabol có phương

trình $y = \frac{x^2}{2}$, $y = -\frac{x^2}{2}$, $x = -\frac{y^2}{2}$, $x = \frac{y^2}{2}$.

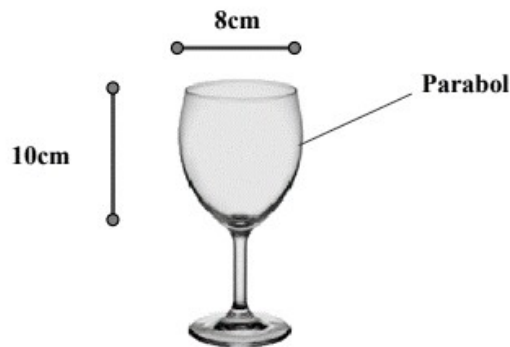
Diện tích một cánh hoa (nằm trong góc phần tư thứ nhất) bằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số

$y = \frac{x^2}{2}$, $y = \sqrt{2x}$ và hai đường thẳng $x = 0$; $x = 2$.

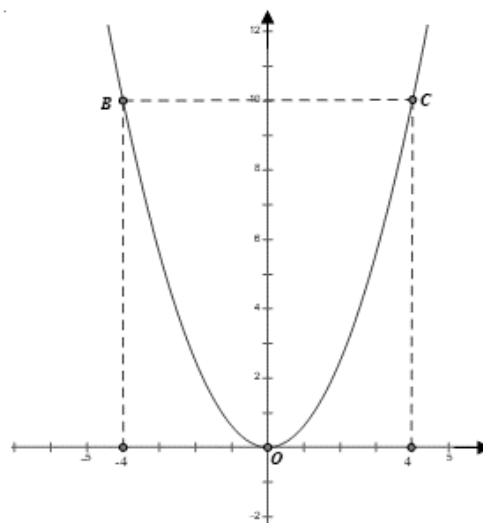
Do đó diện tích một cánh hoa bằng

$$\int_0^2 \left(\sqrt{2x} - \frac{x^2}{2} \right) dx = \left(\frac{2\sqrt{2}}{3} \sqrt{(2x)^3} - \frac{x^3}{6} \right) \Bigg|_0^2 = \frac{4}{3} (\text{dm}^2) = \frac{400}{3} (\text{cm}^2) = \frac{4}{3} (\text{dm}^2) \approx 133 (\text{cm}^2)$$

Câu 2: Một cốc rượu có hình dạng tròn xoay và kích thước như hình vẽ, thiết diện dọc của cốc (bỏ dọc cốc thành 2 phần bằng nhau) là một đường Parabol. Tính thể tích tối đa mà cốc có thể chứa được (đơn vị cm^3 , kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Lời giải



Parabol có phương trình $y = \frac{5}{8}x^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{8}{5}y$

Thể tích tối đa cốc:

$$V = \pi \int_0^{10} \left(\frac{8}{5}y \right) dy \approx 251$$

Câu 3: Trong một khung lưới ô vuông gồm các hình lập phương, xét các đường thẳng đi qua hai nút lưới (mỗi nút lưới là đỉnh của hình lập phương), người ta đưa ra một cách kiểm tra độ lệch về phương của hai đường thẳng bằng cách gắn hệ tọa độ $Oxyz$ vào khung lưới ô vuông và tìm vectơ chỉ phương của hai đường thẳng đó. Giả sử, đường thẳng a đi qua hai nút lưới $M(1;1;2)$ và $N(0;3;0)$, đường thẳng b đi qua hai nút lưới $P(1;0;3)$ và $Q(3;3;9)$. Sau khi làm tròn đến hàng đơn vị của độ thì góc giữa hai đường thẳng a và b bằng n° (n là số tự nhiên). Giá trị của n bằng bao nhiêu

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{MN} = (-1; 2; -2)$, $\overrightarrow{PQ} = (2; 3; 6)$. Khi đó:

$$\cos(a, b) = \frac{|\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{PQ}|}{|\overrightarrow{MN}| \cdot |\overrightarrow{PQ}|} = \frac{8}{21}, \text{ suy ra } (a, b) \approx 68^\circ.$$

Đáp số: **68**.

Câu 4: Giả sử tỉ lệ người dân của tỉnh Khánh Hòa nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Hỏi khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh Khánh Hòa thì khả năng mà đó bị bệnh phổi là bao nhiêu %?

Lời giải

Gọi A là biến cố “người nghiện thuốc lá”, suy ra $\bar{A}$ là biến cố “người không nghiện thuốc lá”

Gọi B là biến cố “người bị bệnh phổi”

Để người mà ta gặp bị bệnh phổi thì người đó nghiện thuốc lá hoặc không nghiện thuốc lá

Ta cần tính $P(B)$

Với $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})$

Ta có

$$P(A) = 0,2$$

$$P(B|A) = 0,7$$

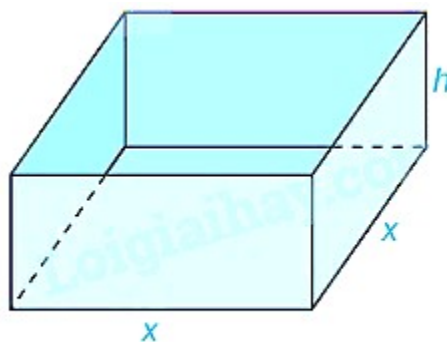
$$P(\bar{A}) = 0,8$$

$$P(B|\bar{A}) = 0,15$$

Vậy $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,2 \cdot 0,7 + 0,8 \cdot 0,15 = 0,26$

Do đó, tỉ lệ người mắc bệnh phổi của tỉnh Khánh Hòa là 26%

Câu 5: Một nhà sản xuất muốn thiết kế một chiếc hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp, có đáy là hình vuông và diện tích bề mặt bằng 108 cm^2 như Hình 1.17. Tìm diện tích đáy của chiếc hộp khi thể tích của chiếc hộp là lớn nhất.



Hình 1.17

Lời giải

- Hình hộp trên có độ dài cạnh đáy là x ($\text{cm}, x > 0$) và chiều cao là h ($\text{cm}, h > 0$)
- Diện tích bề mặt của hình hộp là 108 cm^2 nên $x^2 + 4xh = 108 \Rightarrow h = \frac{108 - x^2}{4x}$ (cm)
- Thể tích của hình hộp là: $V = x^2 \cdot h = x^2 \cdot \frac{108 - x^2}{4x} = \frac{108x - x^3}{4}$ (cm^3)
- Ta có: $V' = \frac{-3x^2 + 108}{4}$, $V' = 0 \Leftrightarrow x = 6$ (do $x > 0$)
- Bảng biến thiên:

x	0	6	$+\infty$
V'	+	0	-
V	0	108	$-\infty$

- Do đó, thể tích của hình hộp là lớn nhất khi độ dài cạnh đáy $x = 6 \text{ cm}$. Khi đó, diện tích đáy của chiếc hộp là $S = 36 \text{ cm}^2$.

Câu 6: Trong một thí nghiệm y học, người ta cấy 1000 vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng. Bằng thực nghiệm, người ta xác định được số lượng vi khuẩn thay đổi theo thời gian bởi công thức: $N(t) = 1000 + \frac{100t}{100 + t^2}$ (con) trong đó t là thời gian tính bằng giây. Tính số lượng vi khuẩn lớn nhất kể từ khi thực hiện cấy vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng.

Lời giải

Xét hàm số $N(t) = 1000 + \frac{100t}{100+t^2} (t > 0)$.

Ta có: $N'(t) = \frac{100 \cdot (100+t^2) - 100t \cdot 2t}{(100+t^2)^2} = \frac{100 \cdot (100-t^2)}{(100+t^2)^2}$.

Khi đó, với $t > 0$, $N'(t) = 0 \Leftrightarrow 100 - t^2 = 0 \Leftrightarrow t^2 = 100 \Leftrightarrow t = 10$.

Bảng biến thiên của hàm số $N(t)$ như sau:

t	0	10	$+\infty$
$N'(t)$	+	0	-
$N(t)$	1 000	1 005	1 000

Căn cứ bảng biến thiên, ta thấy: Trên khoảng $(0; +\infty)$, hàm số $N(t)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 1005

Tại $t = 10$.

Vậy số lượng vi khuẩn lớn nhất kể từ khi thực hiện cấy vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng là 1005 con.