

Dạng 1. Sử dụng các kiến thức về trục, tọa độ vectơ trên trục và tọa độ của một điểm trên trục để giải một số bài toán

Câu 1. Trên trục $x'Ox$ cho 2 điểm A, B lần lượt có tọa độ là a, b . M là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB}, k \neq 1$. Khi đó tọa độ của điểm M là:

- A. $\frac{ka - b}{k - 1}$ B. $\frac{kb - a}{k - 1}$ C. $\frac{a - kb}{k + 1}$ D. $\frac{kb + a}{k - 1}$

Lời giải

Gọi x là độ của điểm M .

$$\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow a - x = k(b - x) \Leftrightarrow (k - 1)x = kb - a \Leftrightarrow x = \frac{kb - a}{k - 1}, k \neq 1$$

Ta có:

Đáp án B.

Câu 2. Trên trục $(O; i)$ cho ba điểm A, B, C . Nếu biết $\overline{AB} = 5, \overline{AC} = 7$ thì $\overline{CB}$ bằng:

- A. -2 B. 2 C. 4 D. 3

Lời giải

$$\text{Ta có: } \overline{CB} = \overline{AB} - \overline{AC} = 5 - 7 = -2$$

Đáp án A.

Câu 3. Trên trục $(O; i)$ cho hai điểm A, B lần lượt có tọa độ 1 và 5. Khi đó tọa độ điểm M thỏa mãn $2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} = \vec{0}$ là:

- A. 10 B. 11 C. 12 D. 13

Lời giải

Đáp án D

$$2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow 2(x_A - x_M) = 3(x_B - x_M) \Leftrightarrow x_M = 13$$

Câu 4. Trên trục $x'Ox$ cho bốn điểm A, B, C, D có tọa độ lần lượt là $3; 5; -7; 9$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\overline{AB} = 2$ B. $\overline{AC} = -10$ C. $\overline{CD} = -16$ D. $\overline{AB} + \overline{AC} = -8$

Lời giải

Đáp án C

$$\overline{CD} = x_D - x_C = 9 - (-7) = 16$$

Ta có:

Câu 5. Trên trục $x'Ox$ có vectơ đơn vị i . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. x_A là tọa độ điểm $A \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} = x_A i$

B. x_B, x_C là tọa độ của điểm B và C thì $\overline{BC} = x_B - x_C$

C. $\overline{AC} + \overline{CB} = \overline{AB}$

D. M là trung điểm của AB $\Leftrightarrow \overline{OM} = \frac{\overline{OA} + \overline{OB}}{2}$

Lời giải

Đáp án B

Ta có $\overline{BC} = x_B - x_C$

Câu 6. Trên trục $x'Ox$, cho tọa độ của A, B lần lượt là $-2; 3$. Khi đó tọa độ điểm M thỏa mãn: $OM^2 = \overline{MA} \cdot \overline{MB}$ là:

A. 6

B. $\sqrt{6}$

C. -6

D. 4

Lời giải

Đáp án C

$$\Rightarrow x^2 = (-2 - x)(3 - x) \Rightarrow x = -6$$

Gọi M có tọa độ là x

Câu 7. Trên trục $x'Ox$ cho tọa độ các điểm A, B lần lượt là a, b. Khi đó tọa độ điểm A' đối xứng với A qua B là:

A. $b - a$

B. $\frac{a+b}{2}$

C. $2a - b$

D. $2b - a$

Lời giải

Đáp án D

A' đối xứng với A qua B nên B là trung điểm của AA' $\Rightarrow x_{A'} + x_A = 2x_B \Leftrightarrow x_{A'} = 2b - a$

Câu 8. Trên trục $(O; i)$ tìm tọa độ x của điểm M sao cho $\overline{MA} + 2\overline{MC} = 0$, với A, C có tọa độ tương ứng là -1 và 3

A. $x = \frac{5}{3}$

B. $x = \frac{2}{3}$

C. $x = \frac{2}{5}$

D. $x = \frac{5}{2}$

Lời giải

Từ $\overline{MA} + 2\overline{MC} = 0 \Leftrightarrow \overline{OA} - \overline{OM} + 2(\overline{OC} - \overline{OM}) = 0$

Hay $-1 - x + 2(3 - x) = 0 \Leftrightarrow 3x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3}$

Đáp án A.

Câu 9. Trên trục $(O; i)$ cho 4 điểm A, B, C, D có tọa độ lần lượt là a, b, c, d. Gọi E, F, G, H (có tọa độ lần lượt là e, f, g, h) theo thứ tự là trung điểm của AB, BC, CD, DA. Xét các mệnh đề:

I. $e + f + g + h = a + b + c + d$

II. $\overline{EG} = \overline{EF} + \overline{EH}$

III. $\overline{AE} + \overline{CF} = 0$

Trong các mệnh đề trên mệnh đề nào đúng?

A. Chỉ I

B. II và III

C. I, II, III

D. Chỉ III

Lời giải

+ Áp dụng công thức tọa độ trung điểm $\Rightarrow I$ đúng.

+ Lấy E làm gốc trục thì $x_E = e = 0 \Rightarrow g = f + h \Rightarrow II$ đúng.

+ $\overline{AE} + \overline{CE} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{CB})$
 chỉ bằng 0 khi B là trung điểm của AB nên III sai.

Đáp án B

Câu 10. Cho 4 điểm A, B, C, D trên trục $(O; i)$ thỏa mãn $\frac{\overline{CA}}{\overline{CB}} = -\frac{\overline{DA}}{\overline{DB}}$. Khi sso mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\frac{2}{\overline{AC}} = \frac{1}{\overline{AB}} + \frac{1}{\overline{AD}}$

B. $\frac{2}{\overline{AB}} = \frac{1}{\overline{AC}} + \frac{1}{\overline{DA}}$

C. $\frac{2}{\overline{AB}} = \frac{1}{\overline{AC}} + \frac{1}{\overline{AD}}$

D. $\frac{2}{\overline{AD}} = \frac{1}{\overline{AB}} + \frac{1}{\overline{AC}}$

Lời giải

Gọi a, b, c, d lần lượt là tọa độ của A, B, C , **D.** Ta có:

$$\frac{\overline{CA}}{\overline{CB}} = -\frac{\overline{DA}}{\overline{DB}} \Leftrightarrow \frac{\overline{AC}}{\overline{CB}} = \frac{\overline{DA}}{\overline{DB}} \Leftrightarrow (c - b)(b - d) = (b - c)(a - d)$$

$$\Leftrightarrow ac + bd + bc + ad = 2ab + 2cd = (a + b)(c + d) = 2(ad + cb)$$

$$\frac{2}{\overline{AB}} = \frac{1}{\overline{AC}} + \frac{1}{\overline{AD}} \Leftrightarrow \frac{2}{b - c} = \frac{1}{c - a} + \frac{1}{d - a} \Leftrightarrow (a + b)(c + d) = 2(ab + cd)$$

Đáp án C

Câu 11. Trên trục (Δ) cho bốn điểm A, B, C, D bất kì. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\overline{AB} \cdot \overline{CD} + \overline{AC} \cdot \overline{DB} + \overline{AD} \cdot \overline{BC} = 0$

B. $\overline{AB} \cdot \overline{DB} + \overline{AC} \cdot \overline{BC} + \overline{AD} \cdot \overline{CD} = 0$

C. $\overline{AB} \cdot \overline{AC} + \overline{AD} \cdot \overline{BC} + \overline{BC} \cdot \overline{CD} = 0$

D. $\overline{BD} \cdot \overline{BC} + \overline{AD} \cdot \overline{AC} + \overline{CB} \cdot \overline{CA} = 0$

Lời giải

Chọn gốc tọa độ $O \equiv A \Rightarrow x_A = 0, x_B = \overline{AB}, x_C = \overline{AC}, x_D = \overline{AD}$

Từ đáp án A: $\overline{VT} = x_B(x_D - x_C) + x_C(x_B - x_D) + x_D(x_C - x_B) = 0$

Đáp án A

Câu 12. Trên trục $(O; i)$ cho ba điểm A, B, C có tọa độ lần lượt là $-5; 2; 4$. Khi đó tọa độ điểm M thỏa mãn $\overline{2MA} + \overline{3MC} + \overline{4MB} = 0$ là:

- A. $\frac{10}{3}$ B. $\frac{10}{9}$ C. $\frac{5}{3}$ D. $\frac{5}{4}$

Lời giải

Đáp án B

$$\overline{2MA} + \overline{3MC} + \overline{4MB} = 0 \Leftrightarrow 2(-5 - x_M) + 3(4 - x_M) + 4(2 - x_M) = 0 \Leftrightarrow x_M = \frac{10}{9}$$

Câu 13. Trên trục $x'Ox$ cho tọa độ các điểm B, C lần lượt là $m - 2$ và $m^2 + 3m + 2$. Tìm m để đoạn thẳng BC có độ dài nhỏ nhất.

- A. $m = 2$ B. $m = 1$ C. $m = -1$ D. $m = -2$

Lời giải

Đáp án C

$$BC = |\overline{BC}| = |m^2 + 3m + 2| = (m + 1)^2 + 3 \geq 3 \quad \forall m \in \mathbb{R}$$

. BC nhỏ nhất khi $m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = -1$

Câu 14. Trên trục $x'Ox$ cho 4 điểm A, B, C, D . Gọi I, J, K, L lần lượt là trung điểm của AC, DB, AD, BC . Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. $\overline{AD} + \overline{CB} = 2\overline{IJ}$ B. $\overline{AC} + \overline{DB} = 2\overline{KI}$
 C. Trung điểm các đoạn IJ và KL trùng nhau D. $\overline{AB} + \overline{CD} = 2\overline{IK}$

Lời giải

Đáp án D

Ta có:

$$x_D - x_A + x_B - x_C = x_B + x_D - (x_A + x_C) = 2x_J - 2x_I = 2(x_J - x_I)$$

Là tọa độ của $\overline{2IJ}$ nên A đúng.

Tương tự:

$$(x_C - x_A) + (x_B - x_D) = 2(x_L - x_K) \quad \text{là tọa độ của } \overline{2KL} \Rightarrow \text{B đúng.}$$

Gọi E, F là trung điểm của IJ và KL

$$x_E = \frac{1}{2}(x_I + x_J) = \frac{1}{4}(x_A + x_C) + \frac{1}{4}(x_D + x_B)$$

$$x_F = \frac{1}{2}(x_K + x_L) = \frac{1}{4}(x_A + x_D) + \frac{1}{4}(x_C + x_B) \Rightarrow x_E = x_F \Rightarrow \text{C đúng.}$$

Vậy đáp án D sai.

A. $u = (3; -4)$

B. $u = (3; 4)$

C. $u = (-3; -4)$

D. $u = (-3; 4)$

Lời giải

Chọn A

$$u = 3i - 4j \Rightarrow u = (3; -4)$$

Câu 19. Trong hệ tọa độ Oxy cho $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}$. Tọa độ của vectơ u là

A. $\vec{u} = \left(\frac{1}{2}; 5\right)$

B. $\vec{u} = \left(\frac{1}{2}; -5\right)$

C. $u = (-1; 10)$

D. $u = (1; -10)$

Lời giải

Chọn B

Có $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j} \Rightarrow u = \left(\frac{1}{2}; -5\right)$

Câu 20. Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho hai điểm $M(1; 1)$, $N(4; -1)$. Tính độ dài vectơ $\overrightarrow{MN}$

A. $|\overrightarrow{MN}| = \sqrt{13}$

B. $|\overrightarrow{MN}| = 5$

C. $|\overrightarrow{MN}| = \sqrt{29}$

D. $|\overrightarrow{MN}| = 3$

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{MN} = (3; -2) \Rightarrow |\overrightarrow{MN}| = \sqrt{3^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}$$

Câu 21. Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; -1)$, $B(4; 3)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ bằng

A. $\overrightarrow{AB} = (8; -3)$

B. $\overrightarrow{AB} = (-2; -4)$

C. $\overrightarrow{AB} = (2; 4)$

D. $\overrightarrow{AB} = (6; 2)$

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2; 4)$$

Câu 22. Trong hệ trục tọa độ Oxy , tọa độ của vectơ $a = 8j - 3i$ bằng

A. $a = (-3; 8)$

B. $a = (3; -8)$

C. $a = (8; 3)$

D. $a = (8; -3)$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } a = 8j - 3i = -3i + 8j \Rightarrow a = (-3; 8)$$

Câu 23. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $B(-1; 3)$ và $C(3; 1)$. Độ dài vectơ $\overrightarrow{BC}$ bằng

A. 6

B. $2\sqrt{5}$

C. 2

D. $\sqrt{5}$

Lời giải

Chọn B

Tính độ dài vector $\overrightarrow{BC}$.

$$\overrightarrow{BC} = (4; -2) \Rightarrow |\overrightarrow{BC}| = BC = \sqrt{4^2 + (-2)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}. \text{ Vậy } |\overrightarrow{BC}| = 2\sqrt{5}.$$

Câu 24. (Kiểm tra HKI - Phan Đình Tùng - Hà Nội năm học 2018-2019) Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho điểm $A(1;3)$ và $B(0;6)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} = (5; -3)$ B. $\overrightarrow{AB} = (1; -3)$ C. $\overrightarrow{AB} = (3; -5)$ D. $\overrightarrow{AB} = (-1; 3)$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A) = (-1; 3)$

Câu 25. Xác định tọa độ của vector $c = a + 3b$ biết $a = (2; -1), b = (3; 4)$

- A. $c = (11; 11)$ B. $c = (11; -13)$ C. $c = (11; 13)$ D. $c = (7; 13)$

Lời giải

$$c = a + 3b = (2; -1) + (9; 12) = (11; 11)$$

Đáp án A

Câu 26. Cho $a = (2; 1), b = (3; 4), c = (-7; 2)$. Tìm vector x sao cho $x - 2a = b - 3c$.

- A. $x = (28; 2)$ B. $x = (13; 5)$ C. $x = (16; 4)$ D. $x = (28; 0)$

Lời giải

$$x - 2a = b - 3c \Leftrightarrow x = 2a + b - 3c = (28; 0)$$

Đáp án D

Câu 27. Vector $a = (5; 0)$ biểu diễn dạng $a = x.i + y.j$ được kết quả nào sau đây?

- A. $a = 5i - j$ B. $a = 5i$ C. $a = i - 5j$ D. $a = -i + 5j$

Lời giải

Đáp án B

Câu 28. Xác định tọa độ vector $c = 5a - 2b$ biết $a = (3; -2), b = (1; 4)$

- A. $c = (2; -11)$ B. $c = (-2; 11)$ C. $c = (2; 11)$ D. $c = (11; 2)$

Lời giải

Đáp án D

$$c = 5(3; -2) - 2(1; 4) = (11; 2)$$

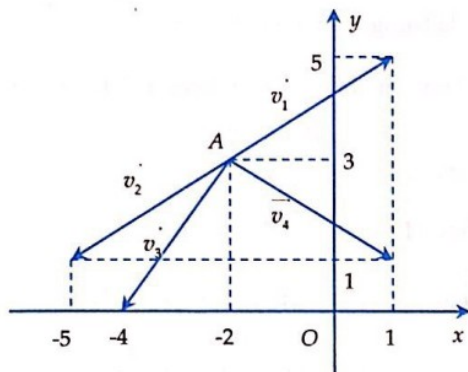
- Câu 29.** Cho $a = (3; -1), b = (0; 4), c = (5; 3)$. Tìm vector x sao cho $x - a + 2b - 3c = 0$.
- A. $(18; 0)$ B. $(-8; 18)$ C. $(8; 18)$ D. $(8; -18)$

Lời giải

Đáp án A

$$x - a + 2b - 3c = 0 \Leftrightarrow x = a - 2b + 3c = (18; 0)$$

- Câu 30.** Cho điểm $A(-2; 3)$ và vector $\vec{AM} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$. Vector nào trong hình là vector $\vec{AM}$?



- A. $\vec{V}_1$ B. $\vec{V}_2$ C. $\vec{V}_3$ D. $\vec{V}_4$

Lời giải

Đáp án D

Ta có: $\vec{V}_4 = 3\vec{i} - 2\vec{j}$

Dạng 2.2 Điều kiện 2 véc tơ cùng phương, thẳng hàng, bằng nhau

- Câu 31.** (KTNL GV BẮC GIANG NĂM 2018-2019) Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ $(O; i, j)$, cho hai vector $a = 2i - j$ và $b = (-4; 2)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. a và b cùng hướng. B. a và b ngược hướng.
C. $a = (-1; 2)$ D. $a = (2; 1)$

Lời giải

Chọn **B.**

Ta có $a = 2i - j \Rightarrow a = (2; -1) \Rightarrow b = -2a$

$\Rightarrow a$ và b ngược hướng.

- Câu 32.** Cho $\vec{A} = (3; -2), \vec{B} = (-5; 4), \vec{C} = \left(\frac{1}{3}; 0\right)$. Tìm x thỏa mãn $\vec{AB} = x\vec{AC}$.
- A. $x = 3$ B. $x = -3$ C. $x = 2$ D. $x = -4$

Lời giải

$$\vec{AB} = (-8; 6); \vec{AC} = \left(-\frac{8}{3}; 2\right) \Rightarrow \vec{AB} = 3\vec{AC}$$

Đáp án A

- Câu 33.** Trong các cặp vector sau, cặp vector nào không cùng phương?

- A. $\vec{a} = (2; 3); \vec{b} = (-10; -15)$ B. $\vec{u} = (0; 5); \vec{v} = (0; 8)$
 C. $\vec{m} = (-2; 1); \vec{n} = (-6; 3)$ D. $\vec{c} = (3; 4); \vec{d} = (6; 9)$

Lời giải

Ta có: $\frac{3}{6} \neq \frac{4}{9} \Rightarrow \vec{c}$ và $\vec{d}$ không cùng phương.

Đáp án D

- Câu 34.** Cho $A(-1; 1), B(1; 3), C(-2; 0)$. Tìm x sao cho $\vec{AB} = x\vec{BC}$

- A. $x = \frac{2}{3}$ B. $x = -\frac{2}{3}$ C. $x = \frac{3}{2}$ D. $x = -\frac{3}{2}$

Lời giải

Đáp án D

Ta có:

$$\vec{AB} = (2; 2), \vec{BC} = (-3; -3) \Rightarrow \vec{AB} = -\frac{2}{3}\vec{BC} \Rightarrow x = -\frac{2}{3}$$

- Câu 35.** (THPT Nhữ Văn Lan - Hải Phòng - Học kỳ I - 2019) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , $\vec{a} = (5; 2), \vec{b} = (10; 6 - 2x)$. Tìm x để $\vec{a}; \vec{b}$ cùng phương?

- A. 1. B. -1. C. 2. D. -2.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{a}; \vec{b}$ cùng phương khi và chỉ khi: $\frac{10}{5} = \frac{6 - 2x}{2} \Leftrightarrow x = 1$. Chọn đáp án **A**.

- Câu 36.** Trong các cặp vector sau, cặp vector nào không cùng phương?

- A. $\vec{a} = (2; 3), \vec{b} = (6; 9)$ B. $\vec{u} = (0; 5), \vec{v} = (0; -1)$
 C. $\vec{m} = (-2; 1), \vec{b} = (1; 2)$ D. $\vec{c} = (3; 4), \vec{d} = (-6; -8)$

Lời giải

Đáp án C

- Câu 37.** Cho $u = (m^2 + 3; 2m), v = (5m - 3; m^2)$. Vector $u = v$ khi và chỉ khi m thuộc tập hợp:
A. $\{2\}$ B. $\{0; 2\}$ C. $\{0; 2; 3\}$ D. $\{3\}$

Lời giải

Đáp án A

$$\text{Theo bài ra } u = v \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 3 = 5m - 3 \\ 2m = m^2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2$$

- Câu 38.** Cho 2 vector $u = (2m - 1)i + (3 - m)j$ và $v = 2i + 3j$. Tìm m để hai vector cùng phương.
A. $m = \frac{5}{11}$ B. $m = \frac{11}{5}$ C. $m = \frac{9}{8}$ D. $m = \frac{8}{9}$

Lời giải

$$\text{Để 2 vector cùng phương thì } \frac{2m - 1}{2} = \frac{3 - m}{3} \Leftrightarrow m = \frac{9}{8}.$$

Đáp án C

- Câu 39.** Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(m - 1; 2); B(2; 5 - 2m); C(m - 3; 4)$. Tìm m để A, B, C thẳng hàng.
A. $m = 3$ B. $m = 2$ C. $m = -2$ D. $m = 1$

Lời giải

$$A, B, C \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \frac{3 - m}{m - 5} = \frac{3 - 2m}{2m - 1} \Leftrightarrow (3 - m)(2m - 1) = (3 - 2m)(m - 5) \Leftrightarrow m = 2$$

Đáp án B

- Câu 40.** Trong hệ trục Oxy , cho 4 điểm $A(3; -2), B(7; 1), C(0; 1), D(-8; -5)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ đối nhau B. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ ngược hướng
C. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ cùng hướng D. A, B, C, D thẳng hàng

Lời giải

$$\overrightarrow{AB} = (4; 3), \overrightarrow{CD} = (-8; -6) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CD} \text{ nên } \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD} \text{ ngược hướng}$$

Đáp án B

- Câu 41.** Cho $a = (4; -m), v = (2m + 6; 1)$. Tập giá trị của m để hai vector a và b cùng phương là:
A. $\{-1; 1\}$ B. $\{-1; 2\}$ C. $\{-2; -1\}$ D. $\{-2; 1\}$

Lời giải

Đáp án C

$$a \text{ cùng phương } b \Leftrightarrow a = kb \Rightarrow \begin{cases} 4 = k(2m + 6) \\ -m = k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = -2 \end{cases}$$

Câu 42. Cho 4 điểm $A(1; -2), B(0; 3), C(-3; 4), D(-1; 8)$. Ba điểm nào trong bốn điểm đã cho thẳng hàng?

A. A, B, C

B. B, C, D

C. A, B, D

D. A, C, D

Lời giải

Đáp án C

Ta có:

$$\overrightarrow{AB} = (-1; 5), \overrightarrow{DA} = (2; -10) \Rightarrow \overrightarrow{DA} = -2\overrightarrow{AB} \Rightarrow A, B, D \text{ thẳng hàng.}$$

Câu 43. Cho 2 vector a và b không cùng phương. Hai vector nào sau đây cùng phương?

A. $\overrightarrow{u} = 2a + b$ và $\overrightarrow{v} = \frac{1}{2}a - 3b$

B. $\overrightarrow{u} = \frac{2}{3}a + 3b$ và $\overrightarrow{v} = 2a - 9b$

C. $\overrightarrow{u} = \frac{3}{5}a + 3b$ và $\overrightarrow{v} = 2a - \frac{3}{5}b$

D. $\overrightarrow{u} = 2a - \frac{3}{2}b$ và $\overrightarrow{v} = -\frac{1}{3}a - \frac{1}{4}b$

Lời giải

Đáp án D

$$2u = 4a - 3b, -12v = 4a - 3b \Rightarrow u = -6v$$

Câu 44. **(ĐỘI CÁN VĨNH PHÚC LẦN 1 2018-2019)** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho $A(m-1; 2), B(2; 5-2m)$ và $C(m-3; 4)$. Tìm giá trị m để A, B, C thẳng hàng.

A. $m = -2$.

B. $m = 2$.

C. $m = 1$.

D. $m = 3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3-m; 3-2m), \overrightarrow{AC} = (-2; 2)$

Do A, B, C thẳng hàng nên tồn tại số thực k sao cho $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} 3-m = -2k \\ 3-2m = 2k \end{cases} \Rightarrow m = 2$.

Dạng 2.3 Biểu diễn một vector theo 2 vector không cùng phương

- Câu 45.** Vector $a = (2; -1)$ biểu diễn dưới dạng $a = xi + yj$ được kết quả nào sau đây?
- A. $a = 2i + j$ B. $a = i - 2j$ C. $a = -2i + j$ D. $a = -i + 2j$

Lời giải

Ta có: $a = (2; -1) \Leftrightarrow a = 2i - j$

Đáp án A

- Câu 46.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $a = (2; 1)$, $b = (3; 4)$, $c = (7; 2)$. Cho biết $c = ma + nb$ khi đó.
- A. $m = \frac{22}{5}$; $n = \frac{3}{5}$ B. $m = -\frac{22}{5}$; $n = -\frac{3}{5}$ C. $m = \frac{1}{5}$; $n = -\frac{3}{5}$ D. $m = \frac{22}{5}$; $n = -\frac{3}{5}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $ma + nb = (2m + 3n; m + 4n)$.

$$\vec{c} = ma + nb \Leftrightarrow \begin{cases} 2m + 3n = 7 \\ m + 4n = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{22}{5} \\ n = -\frac{3}{5} \end{cases}$$

Có

- Câu 47.** Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(4; 2)$, $B(-2; 1)$, $C(0; 3)$, $M(-3; 7)$. Giả sử $\vec{AM} = x.\vec{AB} + y.\vec{AC}$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Khi đó $x + y$ bằng

- A. $\frac{12}{5}$ B. 5 C. $-\frac{12}{5}$ D. -5

Lời giải

Chọn A

$$\vec{AM}(-7; 5), \vec{AB}(-6; -1), \vec{AC}(-4; 1)$$

Giả sử $\vec{AM} = x.\vec{AB} + y.\vec{AC}$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$\begin{cases} 6x + 4y = 7 \\ x - y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{13}{10} \\ y = \frac{37}{10} \end{cases}$$

Hệ phương trình

- Câu 48.** Trong mặt phẳng Oxy ; cho các véc tơ $a = (2; -1)$; $b = (0; 4)$ và $c = (3; 3)$. Gọi m và n là hai số thực sao cho $c = ma - nb$. Tính giá trị biểu thức $P = m^2 + n^2$.

- A. $P = \frac{225}{64}$ B. $P = \frac{100}{81}$ C. $P = \frac{97}{64}$ D. $P = \frac{193}{64}$

Lời giải

- Câu 52.** Cho vector $a = (2; 1), b = (3; 4), c = (7; 2)$. Khi đó $c = ma + nb$. Tính tổng $m + n$ bằng:
- A. 5 B. 3,8 C. - 5 D. - 3,8

Lời giải

Đáp án B

$$\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} 7 = 2m + 3n \\ 2 = m + 4n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4,4 \\ n = -0 \end{cases} \Rightarrow m + n = 3,8$$

- Câu 53.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho 4 điểm $A(1; -2), B(0; 3), C(-3; 4), D(-1; 8)$. Phân tích $\vec{CD}$ qua $\vec{AB}$ và $\vec{AC}$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\vec{CD} = 2\vec{AB} - 2\vec{AC}$ B. $\vec{CD} = 2\vec{AB} - \vec{AC}$ C. $\vec{CD} = 2\vec{AB} - \vec{AC}$ D. $\vec{CD} = 2\vec{AB} - \frac{1}{2}\vec{AC}$

Lời giải

Đáp án B

$$\vec{CD} = (2; 4), \vec{AB} = (-1; 5), \vec{AC} = (-4; 6), \vec{CD} = x\vec{AB} + y\vec{AC}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x - 4y = 2 \\ 5x + 6y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \vec{CD} = 2\vec{AB} - \vec{AC}$$

Dạng 3. Tọa độ điểm

Dạng 3.1 Xác định tọa độ trung điểm, tọa độ trọng tâm, tọa độ điểm đối xứng

- Câu 54.** (THPT Nhữ Văn Lan - Hải Phòng - Học kỳ I - 2019) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(x; y)$. Tìm tọa độ của điểm M_1 đối xứng với M qua trục hoành?
- A. $M_1(x; y)$ B. $M_1(x; -y)$ C. $M_1(-x; y)$ D. $M_1(-x; -y)$

Lời giải

Chọn B

Điểm M_1 đối xứng với điểm M qua trục hoành có tọa độ là: $M_1(x; -y)$.

- Câu 55.** (THPT Nhữ Văn Lan - Hải Phòng - Học kỳ I - 2019) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ΔABC biết $A(2; -3), B(4; 7), C(1; 5)$. Tọa độ trọng tâm G của ΔABC là

A. $(7; 15)$ B. $\left(\frac{7}{3}; 5\right)$ C. $(7; 9)$ D. $\left(\frac{7}{3}; 3\right)$

Lời giải

Chọn D

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = \frac{7}{3} \\ y_G = 3 \end{cases} \Rightarrow G\left(\frac{7}{3}; 3\right)$$

Do G là trọng tâm ΔABC nên

Câu 56. (THPT Nhữ Văn Lan - Hải Phòng - Học kỳ I - 2019) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(2; -3), B(4; 7)$. Tìm tọa độ trung điểm I của AB .

- A. $(3; 2)$ B. $(2; 10)$ C. $(6; 4)$ D. $(8; -21)$

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức: I là trung điểm của đoạn thẳng AB :

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_I = \frac{2+4}{2} = 3 \\ y_I = \frac{-3+7}{2} = 2 \end{cases} \Rightarrow I(3; 2)$$

Do đó:

Câu 57. Cho ΔABC có $A(4; 9), B(3; 7), C(x-1; y)$. Để $G(x; y+6)$ là trọng tâm ΔABC thì giá trị x và y là

- A. $x=3, y=1$ B. $x=-3, y=-1$ C. $x=-3, y=1$ D. $x=3, y=-1$

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$\begin{cases} 3x = 4 + 3 + x - 1 \\ 3(y+6) = 9 + 7 + y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$$

Câu 58. Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(2; -3); B(4; 7)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn AB .

- A. $I(6; 4)$ B. $I(2; 10)$ C. $I(3; 2)$ D. $I(8; -21)$

Lời giải

Ta có

$$I\left(\frac{2+4}{2}; \frac{-3+7}{2}\right) = (3; 2)$$

Đáp án C

Câu 59. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(2; 1), B(-1; -2), C(-3; 2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

A. $G\left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$ B. $G\left(-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$ C. $G\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$ D. $G\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$

Lời giải

Chọn A

Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là $G\left(\frac{2-1-3}{3}; \frac{1-2+2}{3}\right) \Rightarrow G\left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Câu 60. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có ba đỉnh $A(-1; 2)$, $B(2; 0)$, $C(-3; 1)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

A. $G\left(-\frac{2}{3}; 1\right)$ B. $G\left(\frac{2}{3}; -1\right)$ C. $G\left(-\frac{4}{3}; 1\right)$ D. $G\left(\frac{4}{3}; -1\right)$

Lời giải

Chọn A

Giả sử $G(x; y)$ khi đó:
$$\begin{cases} x = \frac{-1+2-3}{3} \\ y = \frac{2+0+1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2}{3} \\ y = 1 \end{cases}$$

Suy ra: $G\left(-\frac{2}{3}; 1\right)$.

Câu 61. Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(-4; 1); B(2; 4); C(2; -2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho C là trọng tâm $\triangle ABD$

A. $D(8; 11)$ B. $D(12; 11)$ C. $D(8; -11)$ D. $D(-8; -11)$

Lời giải

Gọi $D(x; y)$. C là trọng tâm $\triangle ABD$ khi đó:
$$\begin{cases} 2 = \frac{-4+2+x}{3} \\ -2 = \frac{1+4+y}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = -11 \end{cases} \Rightarrow D(8; -11)$$

Đáp án C

Câu 62. Trong hệ tọa độ Oxy , cho $\triangle ABC$ có $A(3; 5)$, $B(1; 2)$, $C(5; 2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác.

A. $G(-3; 4)$ B. $G(4; 0)$ C. $G(2; 3)$ D. $G(3; 3)$

Lời giải

Đáp án D

Ta có $G = \left(\frac{3+1+5}{3}; \frac{5+2+2}{3}\right) = (3; 3)$

- Câu 63.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho bốn điểm $A(3;-5), B(-3;3), C(-1;-2), D(5;-10)$. Hỏi $G\left(\frac{1}{3}; -3\right)$ là trọng tâm của tam giác nào dưới đây?
A. ABC . **B.** BCD . **C.** ACD . **D.** ABD .

Lời giải

Chọn B

Ta thấy $\overrightarrow{BC} = (2; -5), \overrightarrow{BD} = (8; -13)$ nên chúng không cùng phương $\Rightarrow B, C, D$ là 3 đỉnh của một tam giác.

$$\text{Mặt khác, ta lại có } \begin{cases} \frac{x_B + x_C + x_D}{3} = \frac{-3 - 1 + 5}{3} = \frac{1}{3} \\ \frac{y_B + y_C + y_D}{3} = \frac{3 - 2 - 10}{3} = -3 \end{cases}$$

Vậy $G\left(\frac{1}{3}; -3\right)$ là trọng tâm của tam giác BCD

- Câu 64.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC có $D(3;4), E(6;1), F(7;3)$ lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CA . Tính tổng tung độ ba đỉnh của tam giác ABC .
A. $\frac{16}{3}$. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** 8 . **D.** 16 .

Lời giải

Chọn C

$$\begin{cases} y_A + y_B = 2y_D = 2 \cdot 4 = 8 \\ y_A + y_C = 2y_F = 2 \cdot 3 = 6 \Rightarrow 2(y_A + y_B + y_C) = 8 + 6 + 2 = 16 \\ y_B + y_C = 2y_E = 2 \cdot 1 = 2 \end{cases}$$

Ta có $\Rightarrow y_A + y_B + y_C = 8$. Chọn **C**.

- Câu 65.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ΔABC có $M(2;3), N(0;4), P(-1;6)$ lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB . Tìm tọa độ đỉnh A .
A. $A(1;5)$ **B.** $A(-3;7)$ **C.** $A(-2;-7)$ **D.** $A(1;-10)$

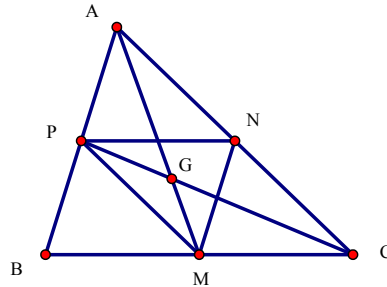
Lời giải

Đáp án B

Gọi $A(x; y)$, ta có: $\overrightarrow{PA} = \overrightarrow{MN} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = -2 \\ y-6 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 7 \end{cases} \Rightarrow A(-3;7)$

- Câu 66.** Cho tam giác ABC . Biết trung điểm của các cạnh BC , CA , AB có tọa độ lần lượt là $M(1; -1)$, $N(3; 2)$, $P(0; -5)$. Khi đó tọa độ của điểm A là:
- A. $(2; -2)$ B. $(5; 1)$ C. $(\sqrt{5}; 0)$ D. $(2; \sqrt{2})$

Lời giải



Chọn A

Có tam giác ΔABC và ΔMNP có cùng trọng tâm G .

Có $G\left(\frac{4}{3}; -\frac{4}{3}\right)$, $\overrightarrow{GM} = \left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$, gọi $A(x; y)$.

$$\text{Có } \overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{GM} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{3} - x = -\frac{2}{3} \\ -\frac{4}{3} - y = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -2 \end{cases} \text{ . Vậy } A(2; -2) .$$

- Câu 67.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ΔMNP có $M(1; -1)$, $N(5; -3)$ và P thuộc trục Oy . Trọng tâm G của tam giác nằm trên trục Ox . Tọa độ của điểm P là:

- A. $P(0; 4)$ B. $P(2; 0)$ C. $P(2; 4)$ D. $P(0; 2)$

Lời giải

Đáp án C

Ta có P thuộc $Oy \Rightarrow (0; y)$, G thuộc trục $Ox \Rightarrow G(x; 0)$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1+5+0}{3} \\ 0 = \frac{-1-3+y}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$$

Vì G là trọng tâm ΔMNP

- Câu 68.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho $M(3; -4)$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên Ox , Oy . Khẳng định nào đúng?

- A. $\overline{OM_1} = -3$ B. $\overline{OM_2} = 4$
 C. $\overrightarrow{OM_1} - \overrightarrow{OM_2} = (-3; 4)$ D. $\overrightarrow{OM_1} + \overrightarrow{OM_2} = (3; -4)$

Lời giải

Đáp án D

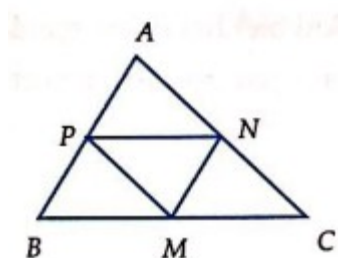
Ta có $M_1(3;0), M_2(0;-4)$
 $\Rightarrow \overline{OM_1} = 3, \overline{OM_2} = -4, \overline{OM_1} + \overline{OM_2} = 2\overline{OI} = (3;-4)$, với I là trung điểm của M_1M_2

Câu 69. Trong hệ tọa độ Oxy , cho $M(2;0); N(2;2); P(-1;3)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB của $\triangle ABC$. Tọa độ điểm B là:

- A. $B(1;1)$ B. $B(-1;-1)$ C. $B(-1;1)$ D. $B(1;-1)$

Lời giải

Ta có $BPMN$ là hình bình hành nên



$$\begin{cases} x_B + x_N = x_P + x_M \\ y_B + y_N = y_P + y_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B + 2 = (-1) + 2 \\ y_B + 2 = 3 + 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_B = -1 \\ y_B = 1 \end{cases}$$

Đáp án C

Câu 70. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác MNP có $M(1;-1), N(5;-3)$ và P là điểm thuộc trục Oy , trọng tâm G của tam giác MNP nằm trên trục Ox . Tọa độ điểm P là

- A. $(2;4)$ B. $(0;4)$ C. $(0;2)$ D. $(2;0)$

Lời giải

Chọn B

$$P \in Oy \Rightarrow P(0; y)$$

$$G \in Ox \Rightarrow G(x; 0)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1+5+0}{3} \\ 0 = \frac{(-1)+(-3)+y}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$$

Điểm G là trọng tâm của tam giác MNP

Dạng 3.2 Xác định tọa độ điểm thỏa mãn điều kiện cho trước

Câu 71. (THPT Nhữ Văn Lan - Hải Phòng - Học kỳ I - 2019) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(-1;1), B(1;3), C(5;2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $(3;0)$ B. $(5;0)$ C. $(7;0)$ D. $(5;-2)$

Lời giải

Chọn A

Gọi $D(x,y)$.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2;2)$, $\overrightarrow{DC} = (5-x;2-y)$.

$ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 5-x=2 \\ 2-y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=0 \end{cases}$.

Vậy $D(3;0)$.

Câu 72. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có $A(-2;3), B(0;4), C(5;-4)$. Tọa độ đỉnh D là

- A. $(3;\sqrt{2})$ B. $(3;7)$ C. $(\sqrt{7};2)$ D. $(3;-5)$

Lời giải

Chọn D

Gọi $D(x,y)$.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2;1)$, $\overrightarrow{DC} = (5-x;-4-y)$

$ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 5-x=2 \\ -4-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-5 \end{cases}$. Vậy $D(3;-5)$.

Câu 73. Trong mặt phẳng Oxy ; cho hai điểm $A(1;4), B(-4;2)$. Tọa độ giao điểm của đường thẳng đi qua hai điểm A, B với trục hoành là

- A. $(-9;0)$ B. $(0;9)$ C. $(9;0)$ D. $(0;-9)$

Lời giải

Chọn A

Gọi $M(m;0)$ là giao điểm của đường thẳng AB và trục hoành. Khi đó; A, B, M thẳng hàng.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-5;-2)$, $\overrightarrow{AM} = (m-1;-4)$.

$$A, B, M \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \frac{m-1}{-5} = \frac{-4}{-2} \Leftrightarrow m = -9$$

Vậy $M(-9; 0)$

Câu 74. (HKI - Sở Vĩnh Phúc - 2018-2019) Trên mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hai điểm $A(1;1), B(2;4)$. Tìm tọa độ điểm M để tứ giác $OBMA$ là một hình bình hành.

- A. $M(-3; -3)$ B. $M(3; -3)$ C. $M(3; 3)$ D. $M(-3; 3)$

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(x; y)$. Khi đó $\overrightarrow{OB}(2; 4), \overrightarrow{AM}(x-1; y+1)$

Tứ giác $OBMA$ là hình bình hành khi và chỉ khi $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AM} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=2 \\ y+1=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=3 \end{cases}$

Vậy $M(3; 3)$

Câu 75. Trong hệ tọa độ Oxy , cho 3 điểm $A(2;1); B(0; -3); C(3;1)$. Tìm tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $D(5; 5)$ B. $D(5; -2)$ C. $D(5; -4)$ D. $D(-1; -4)$

Lời giải

Gọi $D(x; y)$. Ta có: $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=3 \\ y-1=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=5 \end{cases} \Rightarrow D(5; 5)$

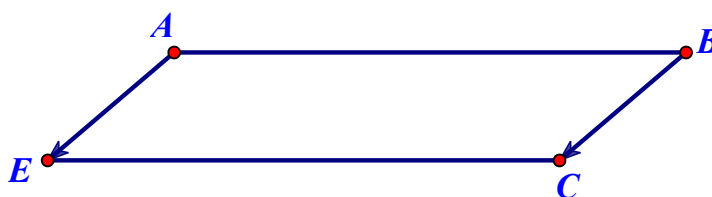
Đáp án A

Câu 76. (THPT MINH CHÂU HÙNG YÊN NĂM 2018 – 2019) Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có $A(2;1), B(-1;2), C(3;0)$. Tứ giác $ABCE$ là hình bình hành khi tọa độ E là cặp số nào sau đây?

- A. $(6; -1)$ B. $(0; 1)$ C. $(1; 6)$ D. $(6; 1)$

Lời giải

Chọn A



Gọi $E(x; y)$.

Tứ giác $ABCE$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 = 4 \\ y - 1 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = -1 \end{cases}$

Vậy $E(6; -1)$.

Câu 77. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(2; 5), B(1; 1), C(3; 3)$, một điểm E thỏa mãn $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$. Tọa độ của E là

- A. $(-3; 3)$ B. $(-3; -3)$ C. $(3; -3)$ D. $(-2; -3)$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB}(-1; -4)$, $\overrightarrow{AC}(1; -2)$. Gọi $E(x; y)$.

$$\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 = 3(-1) - 2 \cdot 1 \\ y - 5 = 3(-4) - 2(-2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -3 \end{cases} \Rightarrow E(-3; -3)$$

Câu 78. Trong hệ tọa độ Oxy, cho $A(-3; 1), B(1; 4), C(5; 3)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho ABCD là hình bình hành.

- A. $D(-1; 0)$ B. $D(1; 0)$ C. $D(0; -1)$ D. $D(0; 1)$

Lời giải

Đáp án B

$$\overrightarrow{AB} = (4; 3), \overrightarrow{DC} = (5 - x; 3 - y) \quad D(x; y) \quad \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 - x = 4 \\ 3 - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow D(1; 0)$$

với

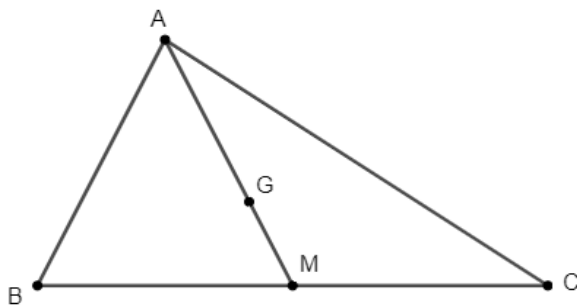
Câu 79. (THPT NGUYỄN TRÃI-THANH HOÁ - Lần 1.Năm 2018&2019) Trong mặt phẳng với hệ

tọa độ Oxy cho tam giác ABC có trọng tâm $G\left(\frac{2}{3}; 0\right)$, biết $M(1; -1)$ là trung điểm của cạnh BC. Tọa độ đỉnh A là

- A. $(2; 0)$ B. $(-2; 0)$ C. $(0; -2)$ D. $(0; 2)$

Lời giải

Chọn B



Gọi $A(x_A; y_A)$. Ta tính được $\overrightarrow{AM} = (1 - x_A; -1 - y_A)$, $\overrightarrow{GM} = \left(\frac{1}{3}; -1\right)$.

Ta có: $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{GM} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x_A = 1 \\ -1 - y_A = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = 0 \\ y_A = 2 \end{cases}$. Vậy $A(0; 2)$.

Câu 80. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(2; 3)$, $B(-2; 1)$. Điểm C thuộc tia Ox sao cho tam giác ABC vuông tại C có tọa độ là:

- A. $C(3; 0)$ B. $C(-3; 0)$ C. $C(-1; 0)$ D. $C(2; 0)$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $C \in Ox \Rightarrow C(x; 0)$. Khi đó: $\overrightarrow{AC} = (x - 2; -3)$, $\overrightarrow{BC} = (x + 2; -1)$.

Tam giác ABC vuông tại $C \Rightarrow \overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Vậy $C(-1; 0)$ hoặc $C(1; 0)$.

Câu 81. (THPT Nhữ Văn Lan - Hải Phòng - Học kỳ I - 2019) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(3; 3)$, $B(-1; -9)$, $C(5; -1)$. Gọi I là trung điểm của AB . Tìm tọa độ M sao cho

$$\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CI}$$

- A. $(5; 4)$ B. $(1; 2)$ C. $(-6; -1)$ D. $(2; 1)$

Lời giải

Chọn A

Giả sử $M(x; y)$. Ta có $I(1; -3)$, $\overrightarrow{CI} = (-4; -2)$, $\overrightarrow{AM} = (x - 3; y - 3)$.

$$\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CI} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 3 = 2 \\ y - 3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 4 \end{cases} \text{ Vậy } M(5; 4).$$

Câu 82. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ΔABC có

$$A(-3;3), B(1;4), C(2;-5)$$

. Tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{2MA} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{4CM}$ là:

A. $M\left(\frac{1}{6}; \frac{5}{6}\right)$

B. $M\left(-\frac{1}{6}; -\frac{5}{6}\right)$

C. $M\left(\frac{1}{6}; -\frac{5}{6}\right)$

D. $M\left(\frac{5}{6}; -\frac{1}{6}\right)$

Lời giải

Đáp án C

Ta có $\overrightarrow{2MA} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{4CM}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(-3 - x_M) - (2 - 1) = 4(x_M - 2) \\ 2(3 - y_M) - (5 - 4) = 4(y_M + 5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{1}{6} \\ y_M = -\frac{5}{6} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{1}{6}; -\frac{5}{6}\right)$$

Câu 83. Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(2;-3), B(3;4)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho A, B, M thẳng hàng.

A. $M(1;0)$

B. $M(4;0)$

C. $M\left(-\frac{5}{3}; 0\right)$

D. $M\left(\frac{17}{7}; 0\right)$

Lời giải

Đáp án D

$$M \in Ox \Rightarrow M(x;0), \overrightarrow{AB} = (1;7), \overrightarrow{AM} = (m-2;3)$$

$$\Leftrightarrow \frac{m-2}{1} = \frac{3}{7} \Leftrightarrow m = \frac{17}{7}$$

Để A, B, M thẳng hàng

Câu 84. Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(2;1), B(1;-3)$. Tìm tọa độ giao điểm I của hai đường chéo hình bình hành $OABC$.

A. $I\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$

B. $I\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$

C. $I(2;6)$

D. $I\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$

Lời giải

Đáp án D

$$\overrightarrow{OB} = I\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$$

I là trung điểm của

Câu 85. Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(1;3), B(4;0)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$

A. $M(1;18)$

B. $M(-1;18)$

C. $M(-18;1)$

D. $M(1;-18)$

Lời giải

Đáp án D

Ta có

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (1 - x_M) + (4 - x_M) - 3(2 - x_M) = 0 \\ 3 - y_M + (0 - y_M) - 3(-5 - y_M) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 1 \\ y_M = -18 \end{cases}$$

Câu 86. Trong hệ tọa độ Oxy , cho 3 điểm $A(2;5); B(1;1); C(3;3)$. Tìm điểm E thuộc mặt phẳng tọa độ thỏa mãn $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$?

- A. $E(3; -3)$ B. $E(-3; 3)$ C. $E(-3; -3)$ D. $E(-2; -3)$

Lời giải

Gọi $E(x; y) \Rightarrow \overrightarrow{AE} = (x - 2; y - 5), \overrightarrow{AB} = (-1; -4), \overrightarrow{AC} = (1; -2)$

$$\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 = -5 \\ y - 5 = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -3 \end{cases} \Rightarrow E(-3; -3)$$

Đáp án C

Câu 87. Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(2;1); B(6;-1)$. Tìm điểm M trên Ox sao cho A, B, M thẳng hàng.

- A. $M(2;0)$ B. $M(8;0)$ C. $M(-4;0)$ D. $M(4;0)$

Lời giải

$$M \in Ox \Rightarrow M(x; 0), \overrightarrow{AB} = (4; -2), \overrightarrow{AM} = (x - 2; -1)$$

$$\text{Để } A, B, M \text{ thẳng hàng} \Rightarrow \frac{x - 2}{4} = \frac{-1}{-2} \Rightarrow x = 4$$

Đáp án D

Câu 88. Trong hệ tọa độ Oxy , cho ΔABC có $A(3;4), B(2;1), C(-1;-2)$. Tìm điểm M có tung độ dương trên đường thẳng BC sao cho $S_{ABC} = 3S_{ABM}$.

- A. $M(2;2)$ B. $M(3;2)$ C. $M(-3;2)$ D. $M(3;3)$

Lời giải

Gọi $M(x; y)$. Ta có: $S_{ABC} = 3S_{ABM} \Leftrightarrow BC = 3BM \Rightarrow \overrightarrow{BC} = \pm 3\overrightarrow{BM}$

$$\overrightarrow{BM} = (x - 2; y - 1); \overrightarrow{BC} = (-3; 3)$$

$$\overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{BM} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$$

- TH1: (loại)

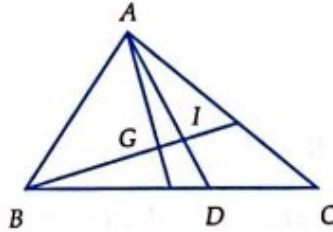
$$\overrightarrow{BC} = -3\overrightarrow{BM} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow M(3; 2)$$

- TH2: (nhận)

Đáp án B

- Câu 89.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho 3 điểm $A(-1; -1), B(0; 1), C(3; 0)$. Xác định tọa độ giao điểm I của AD và BG với D thuộc BC và $2BD = 5DC$, G là trọng tâm $\triangle ABC$
- A. $I\left(\frac{5}{9}; 1\right)$ B. $I\left(\frac{1}{9}; 1\right)$ C. $I\left(\frac{35}{9}; 2\right)$ D. $I\left(\frac{35}{9}; 1\right)$

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 2), \overrightarrow{AC} = (4; 1) \Rightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ không cùng phương.

$$2\overrightarrow{BD} = 5\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_D = 5(3 - x_D) \\ 2(y_D - 1) = 5(-y_D) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_D = \frac{15}{7} \\ y_D = \frac{2}{7} \end{cases} \Rightarrow D\left(\frac{15}{7}; \frac{2}{7}\right)$$

Ta có

Trọng tâm $G\left(\frac{2}{3}; 0\right)$. Gọi $I(x; y)$ là giao điểm của AD và BG

$$\overrightarrow{AI} = (x+1; y+1), \overrightarrow{AD} = \left(\frac{22}{7}; \frac{9}{7}\right)$$

Ta có cùng phương

$$\Rightarrow \frac{7(x+1)}{22} = \frac{7(y+1)}{9} \Leftrightarrow 9x - 22y - 13 = 0$$

$$\overrightarrow{BI} = (x; y-1), \overrightarrow{BG} = \left(-\frac{1}{3}; 0\right)$$

Ta lại có cùng phương $\Rightarrow$ tồn tại số $k \in \mathbb{R}$

$$\overrightarrow{BI} = k\overrightarrow{BG} \Rightarrow y = 1 \Rightarrow I\left(\frac{35}{9}; 1\right)$$

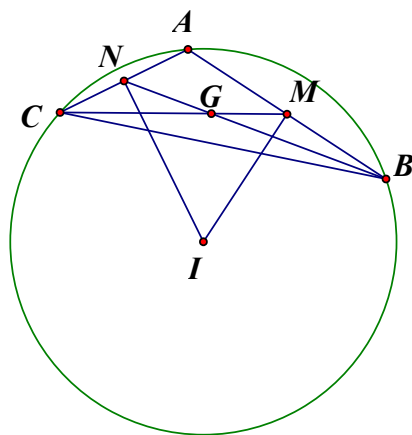
Đáp án D

- Câu 90.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có ba đỉnh $A(-1; 2), B(2; 0), C(-3; 1)$. Tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp I của tam giác ABC là

- A. $I\left(\frac{11}{14}; \frac{13}{14}\right)$ B. $I\left(\frac{11}{14}; -\frac{13}{14}\right)$ C. $I\left(-\frac{11}{14}; \frac{13}{14}\right)$ D. $I\left(-\frac{11}{14}; -\frac{13}{14}\right)$

Lời giải

Chọn D



Giả sử $I(a;b)$ khi đó:
$$\begin{cases} \overrightarrow{IM} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \\ \overrightarrow{IN} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} (*)$$

$M\left(\frac{1}{2}; 1\right)$, $N\left(-2; \frac{3}{2}\right)$ lần lượt là trung điểm AB , AC .

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (3; -2)$, $\overrightarrow{AC} = (-2; -1)$, $\overrightarrow{IM} = \left(\frac{1}{2} - a; 1 - b\right)$, $\overrightarrow{IN} = \left(-2 - a; \frac{3}{2} - b\right)$.

$$\begin{cases} 3\left(\frac{1}{2} - a\right) - 2(1 - b) = 0 \\ -2(-2 - a) - 1\left(\frac{3}{2} - b\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{11}{14} \\ b = -\frac{13}{14} \end{cases}$$

Do đó:

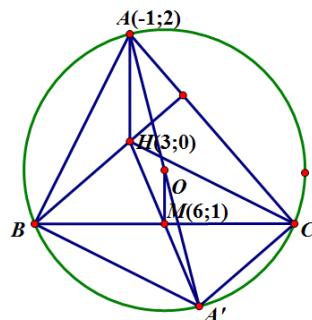
Suy ra: $I\left(-\frac{11}{14}; -\frac{13}{14}\right)$.

Câu 91. Tam giác ABC có đỉnh $A(-1; 2)$, trực tâm $H(3; 0)$, trung điểm của BC là $M(6; 1)$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

- A. 5. B. $\sqrt{5}$ C. 3. D. 4.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Kẻ đường kính AA' của đường tròn khi đó ta có $\angle ABA' = \angle ACA' = 90^\circ$ hay $A'B \perp AB$ và $A'C \perp AC$.

Vì H là trực tâm của tam giác ABC nên $BH \perp AC$ và $CH \perp AB \Rightarrow BH \parallel A'C$ và $CH \parallel A'B$, do đó $A'BHC$ là hình bình hành. Mà điểm M là trung điểm của đường chéo BC nên nó cũng là trung điểm của $A'H$. Từ đó suy ra OM là đường trung bình của tam giác AHA' nên:

$$\vec{AH} = 2\vec{OM} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = 2(6 - x_O) \\ -2 = 2(1 - y_O) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_O = 4 \\ y_O = 2 \end{cases} \Leftrightarrow O(4; 2).$$

Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có độ dài bằng $OA = \sqrt{(-1 - 4)^2 + (2 - 2)^2} = 5$.

- Câu 92.** Gọi điểm M là giao điểm của đường thẳng AB và trục hoành biết $A(1;2)$ và $B(2;5)$. Biết hoành độ điểm M có dạng $\frac{m}{n}$ trong đó $\frac{m}{n}$ tối giản và $m, n \in \mathbb{N}$. Tính $m^2 + n^2$.
- A. 34 B. 41 C. 25 D. 10

Lời giải

Đáp án D

Vì M thuộc Ox nên $M(x;0)$, A, B, M thẳng hàng nên $\overrightarrow{AB}$ cùng phương $\overrightarrow{AM}$

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1;3)$, $\overrightarrow{AM} = (x-1; -2)$, $\overrightarrow{AB}$ cùng phương $\overrightarrow{AM} \Rightarrow \frac{x-1}{1} = \frac{-2}{3} \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow m=1; n=3$ nên $m^2 + n^2 = 10$

- Câu 93.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho ΔABC biết $A(2;0), B(1;1), C(-1;-2)$. Các điểm C', A', B' lần lượt chia các đoạn thẳng AB, BC, CA theo tỉ số là $-1; \frac{1}{2}; -2$. Khi đó đẳng thức nào sau đây đúng?
- A. $\overrightarrow{A'C'} = 2\overrightarrow{B'C'}$ B. $\overrightarrow{A'C'} = -3\overrightarrow{B'C'}$ C. $\overrightarrow{A'C'} = 3\overrightarrow{B'C'}$ D. $\overrightarrow{A'C'} = -4\overrightarrow{B'C'}$

Lời giải

Đáp án B

Áp dụng công thức, điểm M chia đoạn AB theo tỉ số k :

$$x_M = \frac{x_A - kx_B}{1 - k}; y_M = \frac{y_A - ky_B}{1 - k} \Rightarrow \text{Tọa độ các điểm: } A'(3;4), B'\left(1; -\frac{2}{3}\right), C'\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

$$\overrightarrow{A'C'} = \left(-\frac{3}{2}; -\frac{7}{2}\right); \overrightarrow{B'C'} = \left(\frac{1}{2}; \frac{7}{6}\right) \Rightarrow \overrightarrow{A'C'} = -3\overrightarrow{B'C'}$$

Ta có:

- Câu 94.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho 4 điểm $A(0;1), B(1;3), C(2;7), D(0;3)$. Tìm giao điểm của 2 đường thẳng AC và BD .
- A. $\left(-\frac{2}{3}; 3\right)$ B. $\left(\frac{1}{3}; -3\right)$ C. $\left(\frac{4}{3}; 13\right)$ D. $\left(\frac{2}{3}; 3\right)$

Lời giải

Đáp án D

Gọi $I(x; y)$ là giao điểm của 2 đường thẳng AC và BD .

$$\overrightarrow{AI} = (x; y-1), \overrightarrow{AC} = (2; 6) \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y-1}{6} \Leftrightarrow 6x - 2y = -2 \quad (1)$$

$$\overrightarrow{BI} = (x-1; y-3), \overrightarrow{BD} = (-1; 0) \Rightarrow y = 3 \Rightarrow x = \frac{2}{3} \Rightarrow I\left(\frac{2}{3}; 3\right)$$

thế vào (1)

Câu 95. Trong hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(6;3)$; $B(-3;6)$; $C(1;-2)$. Biết điểm E trên cạnh BC sao cho $BE = 2EC$. D nằm trên đường thẳng AB và thuộc trục Ox . Tìm giao điểm của DE và AC .

- A. $I\left(-\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$ B. $I\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ C. $I\left(\frac{7}{4}; \frac{1}{2}\right)$ D. $I\left(\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$

Lời giải

Đáp án D

Ta có

$$\overrightarrow{AB} = (-9; 3), \overrightarrow{AC} = (-5; -5) \Rightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \text{ không cùng phương.}$$

$$D \in Ox \Rightarrow D(x; 0) \Rightarrow A, B, D \text{ thẳng hàng}$$

$$\overrightarrow{AD} = (x - 6; -3) \Rightarrow \frac{x - 6}{-9} = \frac{-3}{3} \Rightarrow x = 15 \Rightarrow D(15; 0)$$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{EC} \text{ . Với } \overrightarrow{BE} = (x_E + 3; y_E - 6)$$

$$\overrightarrow{EC} = (1 - x_E; -2 - y_E) \Rightarrow \begin{cases} x + 3 = 2(1 - x) \\ y - 6 = 2(-2 - y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow E\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$$

Gọi $I(x; y)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{DI} = (x - 15; y), \overrightarrow{DE} = \left(-\frac{46}{3}; \frac{2}{3}\right) \Rightarrow \frac{3(x - 15)}{-46} = \frac{3y}{2} \Leftrightarrow x + 23y - 15 = 0 \quad (1)$$

$$\overrightarrow{AI} = (x - 6; y - 3), \overrightarrow{AC} = (-5; -5) \Rightarrow \frac{x - 6}{-5} = \frac{y - 3}{-5} \Leftrightarrow x - y - 3 = 0 \quad (2)$$

$$x = \frac{7}{2}; y = \frac{1}{2} \Rightarrow I\left(\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

Từ (1) và (2) ta được:

Câu 96. Hình vuông $ABCD$ có $A(2;1)$, $C(4;3)$. Tọa độ của đỉnh B có thể là:

- A. $(2;3)$ B. $(1;4)$ C. $(-4;-1)$ D. $(3;2)$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Gọi } B(x; y) \text{ . Khi đó } \overrightarrow{AB} = (x - 2; y - 1), \overrightarrow{BC} = (4 - x; 3 - y)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}| \\ \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BC} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{(x - 2)^2 + (y - 1)^2} = \sqrt{(4 - x)^2 + (3 - y)^2} \quad (1) \\ (x - 2)(4 - x) + (y - 1)(3 - y) = 0 \quad (2) \end{cases}$$

Để $ABCD$ là hình vuông

$$(1) \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 = x^2 - 8x + 16 + y^2 - 6y + 9 \Leftrightarrow 4x = -4y + 20 \Leftrightarrow x = -y + 5$$

Thế $x = -y + 5$ vào (2) ta có:

$$(-y + 5 - 2)(4 + y - 5) + (y - 1)(3 - y) = 0$$

$$\Leftrightarrow (-y + 3)(y - 1) + (y - 1)(3 - y) = 0 \Leftrightarrow (y - 1)(6 - 2y) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \Rightarrow x = 4 \\ y = 3 \Rightarrow x = 2 \end{cases}$$

Vậy $B(4;1)$ hoặc $B(2;3)$.

Câu 97. Các điểm A', B, N thẳng hàng $\Leftrightarrow \overline{BA'}, \overline{BN}$ cùng phương $\Leftrightarrow x = 0$. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC . Biết $A(3; -1), B(-1; 2)$ và $I(1; -1)$ là trọng tâm tam giác ABC . Trực tâm H của tam giác ABC có tọa độ $(a; b)$. Tính $a + 3b$.

A. $a + 3b = \frac{2}{3}$.

B. $a + 3b = -\frac{4}{3}$.

C. $a + 3b = 1$.

D. $a + 3b = -2$.

Lời giải

Chọn A

Gọi tọa độ điểm $C(x; y)$, ta có:

$$\begin{cases} 1 = \frac{3 - 1 + x}{3} \\ -1 = \frac{-1 + 2 + y}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -4 \end{cases} \Rightarrow C(1; -4)$$

Ta có: $\overline{BC} = (2; -6), \overline{AH} = (a - 3; b + 1), \overline{AB} = (-4; 3), \overline{CH} = (a - 1; b + 4)$.

Do H là trực tâm tam giác ABC nên:

$$\begin{cases} \overline{AH} \perp \overline{BC} \\ \overline{CH} \perp \overline{AB} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{AH} \cdot \overline{BC} = 0 \\ \overline{CH} \cdot \overline{AB} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(a - 3) - 6(b + 1) = 0 \\ -4(a - 1) + 3(b + 4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 6b = 12 \\ -4a + 3b = -16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{10}{3} \\ b = \frac{-8}{9} \end{cases}$$

Ta có: $a + 3b = \frac{10}{3} + 3\left(\frac{-8}{9}\right) = \frac{2}{3}$.

Câu 98. (Kiểm tra HKI - Phan Đình Tùng - Hà Nội năm học 2018-2019) Trong mặt phẳng với hệ trục Oxy , cho tam giác ABC biết điểm $A(2; 4), B(-3; -6), C(5; -2)$. Gọi $D(a; b)$ là chân đường phân giác trong của góc A của tam giác ABC . Khi đó tổng $a + b$ bằng:

A. 21.

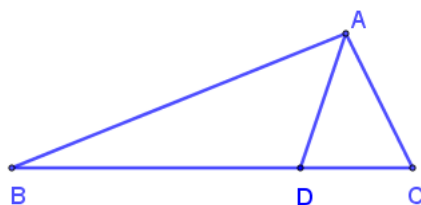
B. $-\frac{3}{2}$.

C. 11.

D. $-\frac{11}{2}$.

Lời giải

Chọn B



$$\overrightarrow{AB} = (-5; -10) \Rightarrow AB = 5\sqrt{5}, \quad \overrightarrow{AC} = (3; -6) \Rightarrow AC = 3\sqrt{5}$$

$$\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{3} \Leftrightarrow DB = \frac{5}{3}DC \quad \text{và} \quad \overrightarrow{DB} \text{ ngược hướng với } \overrightarrow{DC} \text{ nên:}$$

$$\overrightarrow{DB} = -\frac{5}{3}\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{DB} + 5\overrightarrow{DC} = \vec{0}$$

Ta có: $\overrightarrow{DB} = (-3-a; -6-b), \quad \overrightarrow{DC} = (5-a; -2-b)$

Suy ra:
$$\begin{cases} 3(-3-a) + 5(5-a) = 0 \\ 3(-6-b) + 5(-2-b) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -\frac{7}{2} \end{cases}$$

Vậy $a + b = -\frac{3}{2}$.

Câu 99. (HKI XUÂN PHƯƠNG - HN) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-1; -1)$, $B(3; 1)$ và $C(6; 2)$. Xác định tọa độ điểm M thuộc trục tung sao cho M cách đều hai điểm A và B .

- A. $M(0; 1)$. B. $M(0; -2)$. C. $M(-1; 1)$. D. $M(0; 2)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $M(0; y)$. M cách đều A, B khi và chỉ khi $AM = BM$

$$\Leftrightarrow AM^2 = BM^2 \Leftrightarrow (0+1)^2 + (y+1)^2 = (0-3)^2 + (y-1)^2 \Leftrightarrow 4y = 8 \Leftrightarrow y = 2.$$

Vậy tọa độ điểm $M(0; 2)$.

Câu 100. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC có $A(3; 4), B(2; 1), C(-1; -2)$. Cho $M(x; y)$ trên đoạn thẳng BC sao cho $S_{ABC} = 4S_{ABM}$. Khi đó $x^2 - y^2$ bằng

- A. $\frac{13}{8}$. B. $\frac{3}{2}$. C. $-\frac{3}{2}$. D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$\frac{S_{ABC}}{S_{ABM}} = 4 \Leftrightarrow \frac{BC}{BM} = 4 \Leftrightarrow \overrightarrow{BM} = \frac{1}{4} \overrightarrow{BC} = \left(-\frac{3}{4}; -\frac{3}{4} \right) \Rightarrow \begin{cases} x = 2 - \frac{3}{4} = \frac{5}{4} \\ y = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Có

$$\Rightarrow x^2 - y^2 = \frac{3}{2}$$

Câu 101. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho các điểm $A(2;3)$, $I\left(\frac{11}{2}; \frac{7}{2}\right)$ và B là điểm đối xứng với A qua I . Giả sử C là điểm có tọa độ $(5; y)$. Giá trị của y để tam giác ABC là tam giác vuông tại C là

- A. $y=0$; $y=7$. B. $y=0$; $y=-5$. C. $y=-5$. D. $y=5$; $y=7$.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ điểm $B(9;4)$.

Ta có:

$$\overrightarrow{AB} = (7;1) \Rightarrow AB^2 = 50;$$

$$\overrightarrow{AC} = (3; y-3) \Rightarrow AC^2 = y^2 - 6y + 18;$$

$$\overrightarrow{BC} = (-4; y-4) \Rightarrow BC^2 = y^2 - 8y + 32$$

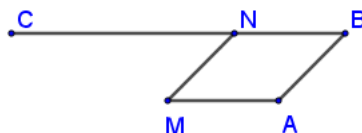
tam giác ABC vuông tại C nên $AC^2 + BC^2 = AB^2 \Leftrightarrow y^2 - 7y = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y=0 \\ y=7 \end{cases}$.

Câu 102. (Kiểm tra HKI - Phan Đình Tùng - Hà Nội năm học 2018-2019) Trong mặt phẳng với hệ trục Oxy , cho 3 điểm $A(3;2)$, $B(4;3)$, $C(-1;3)$. Điểm N nằm trên tia BC . Biết $M(x_0; y_0)$ là đỉnh thứ 4 của hình thoi $ABNM$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $x_0 \in (1,55; 1,56)$ B. $x_0 \in (1,56; 1,57)$ C. $x_0 \in (1,58; 1,59)$ D. $x_0 \in (1,57; 1,58)$

Lời giải

Chọn C



Theo giả thiết ta có: $\overrightarrow{AM} = (x_0 - 3; y_0 - 2)$, $\overrightarrow{BC} = (-5; 0)$, $\overrightarrow{AB} = (1; 1)$

$$\overrightarrow{AM} \text{ cùng hướng với } \overrightarrow{BC} \text{ nên } \overrightarrow{AM} = k \cdot \overrightarrow{BC} \quad (k > 0) \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 - 3 = -5k \\ y_0 - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -5k + 3 \\ y_0 = 2 \end{cases} \quad (1)$$

$$AM = AB \Leftrightarrow \sqrt{(x_0 - 3)^2 + (y_0 - 2)^2} = \sqrt{2} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có: $25k^2 = 2 \Leftrightarrow k = \pm \frac{\sqrt{2}}{5}$.

Do $k > 0$ nên nhận $k = \frac{\sqrt{2}}{5}$ suy ra: $x_0 = -\sqrt{2} + 3 \approx 1,5858$ nên $x_0 \in (1,58; 1,59)$.

Dạng 3.3 Một số bài toán GTLN-GTNN của biểu thức chứa véctor

Câu 103. Trong hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1;0), B(0,3), C(-3;-5)$. Tìm điểm M thuộc trục Ox sao cho $T = \left| 2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} \right|$ bé nhất.

- A. $M(2;0)$ B. $M(4;0)$ C. $M(-4;0)$ D. $M(-2;0)$

Lời giải

Gọi $I(x; y)$ thỏa mãn: $2\overrightarrow{IA} - 3\overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IC} = \vec{0}$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2(1-x) - 3(-x) + 2(-3-x) = 0 \\ 2(-y) - 3(3-y) + 2(-5-y) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = \frac{19}{3} \end{cases}$$

Ta có $T = \left| 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}) - 3(\overrightarrow{MI} - \overrightarrow{IB}) + 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC}) \right| = \left| \overrightarrow{MI} \right| = MI$

Vì I cố định và $M \in Ox \Rightarrow Ox \Rightarrow M(4;0)$ T nhỏ nhất khi M là hình chiếu của I trên trục

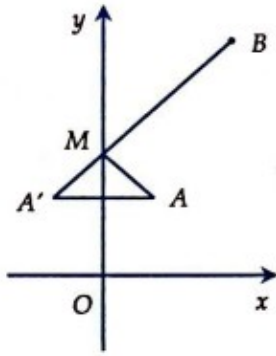
Đáp án B

Câu 104. Trong hệ tọa độ Oxy , cho điểm $A(1;3)$ và $B(4,7)$. Tìm điểm M trên trục Oy sao cho $MA + MB$ là nhỏ nhất.

- A. $M\left(0; \frac{19}{5}\right)$ B. $M\left(0; \frac{1}{5}\right)$ C. $M\left(0; \frac{3}{5}\right)$ D. $M\left(0; \frac{11}{5}\right)$

Lời giải

Ta có A, B nằm cùng phía với trục Oy



Gọi A' đối xứng với A qua $Oy \Rightarrow A'(-1;3)$

Giả sử: $M(0; y)$. Ta có $MA + MB = MA' + MB \geq A'B \Rightarrow MA + MB$ nhỏ nhất khi A', M, B thẳng hàng
 $A'B = (5;4), A'M = (1; y-3) \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{y-3}{4} \Leftrightarrow y = \frac{19}{5} \Rightarrow M\left(0; \frac{19}{5}\right)$

Đáp án A

Câu 105. Trong hệ tọa độ Oxy , cho $M(-1;2), N(3;2), P(4;-1)$. Tìm tọa độ điểm E thuộc trục Ox sao cho $T = |EM + EN + EP|$ nhỏ nhất.

- A. $E(-4;0)$ B. $E(-2;0)$ C. $E(4;0)$ D. $E(2;0)$

Lời giải

Đáp án D

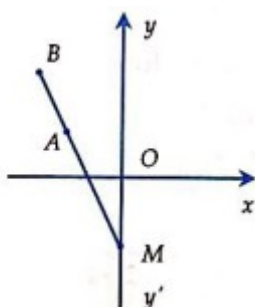
Gọi $I(x; y): IM + IN + IP = 0 \Rightarrow I$ là trọng tâm ΔMNP (vì M, N, P không thẳng hàng)
 $\Rightarrow I(2;1)$ $T = |EI + IM + EI + IN + EI + IP| = |3EI| = 3EI$
 $\Rightarrow T$ nhỏ nhất khi E là hình chiếu của I trên trục $Ox \Rightarrow E(2;0)$

Câu 106. Trong hệ tọa độ Oxy , cho 2 điểm $A(-3;1), B(-5;5)$. Tìm điểm M trên trục yOy' sao cho $|MA - MB|$ lớn nhất.

- A. $M(0;-5)$ B. $M(0;5)$ C. $M(0;3)$ D. $M(0;6)$

Lời giải

Đáp án A



Gọi $M(0; y) \in yOy'$

Ta có $x_A \cdot x_B = 15 > 0 \Rightarrow A, B$ nằm cùng phía trên trục yOy'

$|MA - MB| \leq AB$, dấu "=" xảy ra khi A, M, B thẳng hàng

$$\overrightarrow{MA} = (-3; 1-y), \overrightarrow{MB} = (-5; 5-y) \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{1-y}{5-y} \Rightarrow y = -5 \Rightarrow M(0; -5)$$

Câu 107. Trong hệ tọa độ Oxy , tìm trên trục hoành điểm M sao cho tổng khoảng cách từ M tới các điểm $A(1;1)$ và $B(2;-4)$ là nhỏ nhất.

- A. $M\left(-\frac{6}{5}; 0\right)$ B. $M\left(\frac{5}{6}; 0\right)$ C. $M\left(-\frac{5}{6}; 0\right)$ D. $M\left(\frac{6}{5}; 0\right)$

Lời giải

Đáp án D

Dễ thấy A, B nằm ở hai phía với trục hoành.

Ta có $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} \geq \overrightarrow{AB}$. Dấu "=" xảy ra khi A, M, B thẳng hàng và $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{AB}$ cùng phương
 $\Rightarrow \frac{x_M - 1}{2 - 1} = \frac{0 - 1}{-4 - 1} \Rightarrow x_M = \frac{6}{5} \Rightarrow M\left(\frac{6}{5}; 0\right)$

Câu 108. (CHUYÊN BẮC NINH - LẦN 2 - 2018) Cho ba điểm $A(1; -3)$, $B(-2; 6)$ và $C(4; -9)$. Tìm điểm M trên trục Ox sao cho vector $\vec{u} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ có độ dài nhỏ nhất.

- A. $M(2; 0)$ B. $M(4; 0)$ C. $M(3; 0)$ D. $M(1; 0)$

Lời giải

* Cách 1: Ta có ba điểm A, B, C không thẳng hàng (do hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ không cùng phương). Gọi $M(m; 0) \in Ox$ và G là trọng tâm $\triangle ABC$ suy ra $G(1; -2)$. Khi đó

$$\vec{u} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG} = 3(1-m; -2)$$

Do đó $|\vec{u}| = 3|\overrightarrow{MG}| = 3\sqrt{(1-m)^2 + 4} \geq 3 \cdot 2 = 6$. Suy ra $|\vec{u}|$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 6 khi và chỉ khi $m = 1$.

Vậy $M(1; 0)$.

* Cách 2: Gọi $M(m; 0) \in Ox$, ta có $\overrightarrow{MA} = (1-m; -3)$, $\overrightarrow{MB} = (-2-m; 6)$, $\overrightarrow{MC} = (4-m; -9)$.

$\vec{u} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = (3-3m; -6) \Rightarrow |\vec{u}| = \sqrt{(3-3m)^2 + 36} \geq 6$. Suy ra $|\vec{u}|$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 6 khi và chỉ khi $m = 1$.

Câu 109. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;2)$ và $B(3;4)$. Điểm $P\left(\frac{a}{b};0\right)$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản) trên trục hoành thỏa mãn tổng khoảng cách từ P tới hai điểm A và B là nhỏ nhất. Tính $S = a + b$.

A. $S = -2$

B. $S = 8$

C. $S = 7$

D. $S = 4$

Lời giải

Chọn B

Ta có A, B nằm cùng phía so với Ox .

Điểm $A'(1; -2)$ đối xứng với điểm A qua Ox .

Ta có: $PA + PB = PA' + PB$, $PA' = \left(\frac{b-a}{b}; -2\right)$, $PB = \left(\frac{3b-a}{b}; 4\right)$

Do đó, để $PA + PB$ nhỏ nhất thì ba điểm P, A, B thẳng hàng.

$\Rightarrow \overrightarrow{PA'}, \overrightarrow{PB}$ cùng phương.

$$\Rightarrow \frac{b-a}{3b-a} = -\frac{1}{2} \Rightarrow 2b - 2a = -3b + a \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{5}{3} \Rightarrow a = 5, b = 3$$

Câu 110. Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(4;2), B(-2;1)$. $N(x;0)$ thuộc trục hoành để $NA + NB$ nhỏ nhất. Giá trị x thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(-0, 2; 0, 2)$

B. $(-0, 5; 0)$

C. $(0; 0, 5)$

D. $(0, 5; 1)$

Lời giải

Chọn A

$$A(4;2), B(-2;1)$$

Điểm A, B nằm phía trên trục hoành vì có tung độ dương.

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua trục hoành $\Rightarrow A'(4; -2)$

Tổng $NA + NB = NA' + NB \geq A'B$.

Đẳng thức xảy ra khi 3 điểm A', B, N thẳng hàng

Giả sử $N(x;0)$ ta có: $\overrightarrow{BA'} = (6; -3), \overrightarrow{BN} = (x+2; -1)$

Câu 111. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(-3;5), B(-4;-3), C(1;1)$. Tìm tọa độ điểm K thuộc trục hoành sao cho $KA + KB$ nhỏ nhất

A. $K\left(\frac{29}{8}; 0\right)$

B. $K\left(-\frac{29}{8}; 0\right)$

C. $K\left(\frac{29}{8}; 1\right)$

D. $K\left(-\frac{29}{8}; 1\right)$

Lời giải

Chọn B

Gọi $K(k;0) \in Ox$.

Ta có A, B nằm về hai phía đối với Ox nên $KA + KB$ nhỏ nhất khi 3 điểm A, K, B thẳng hàng.

$$\overrightarrow{AB} = (-1; -8), \overrightarrow{AK} = (x+3; -5)$$

$$A, B, K \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \frac{x+3}{-1} = \frac{-5}{-8} \Leftrightarrow x = -\frac{29}{8}$$

$$\text{Vậy } K\left(-\frac{29}{8}; 0\right).$$

Câu 112. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho các điểm $A(1;3), B(-2;3), C(-2;1)$. Điểm $M(a;b)$

thuộc trục Oy sao cho: $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất, khi đó $a + b$ bằng?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 12.

Lời giải

Chọn B

Gọi $I(x; y)$ sao cho $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}$, ta có

$$\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = (-9 - 6x; 12 - 6y) \Leftrightarrow \begin{cases} -9 - 6x = 0 \\ 12 - 6y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{2} \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } I\left(-\frac{3}{2}; 2\right).$$

$$\text{Ta có } |\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} + 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) + 3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})| = 6|\overrightarrow{MI}|$$

Với $M(a;b)$ thuộc trục Oy nên $M(0;b)$

$|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $|\overrightarrow{MI}|$ nhỏ nhất, suy ra M là hình chiếu của I lên trục Oy . Hay $M(0;2)$.

$$\text{Vậy } a + b = 2.$$

Cách 2.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MA} = (1-a; 3-b), \overrightarrow{MB} = (-2-a; 3-b), \overrightarrow{MC} = (-2-a; 1-b).$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = (-9-6a; 12-6b) \text{ nên ta có}$$

$$|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}| = \sqrt{(9)^2 + (12-6b)^2} \geq 9$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $b = 2$.

Vậy $a+b=2$.

Câu 113. (KSCL lần 1 lớp 11 Yên Lạc-Vĩnh Phúc-1819) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1; -1)$ và $B(3; 2)$. Tìm M thuộc trục tung sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất.

- A. $M(0; -1)$. B. $M\left(0; -\frac{1}{2}\right)$. C. $M(0; 1)$. D. $M\left(0; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử điểm $M(0; y)$ ($y \in \mathbb{R}$) (vì M thuộc trục tung)

Ta có:

$$MA^2 + MB^2 = 1^2 + (y+1)^2 + 3^2 + (y-2)^2 = 2y^2 - 2y + 15 = 2\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{29}{2} \geq \frac{29}{2}, \forall y \in \mathbb{R}$$

$$MA^2 + MB^2 \text{ nhỏ nhất bằng } \frac{29}{2} \text{ khi } y = \frac{1}{2}. \text{ Từ đó ta có tọa độ điểm } M\left(0; \frac{1}{2}\right).$$

Vậy

Câu 114. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ba điểm $A(-1; -2), B(3; 2), C(4; -1)$. Biết điểm $E(a; b)$ di động trên đường thẳng AB sao cho $\left| \overrightarrow{2EA} + 3\overrightarrow{EB} - \overrightarrow{EC} \right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $a^2 - b^2$.

- A. $a^2 - b^2 = 2$. B. $a^2 - b^2 = 1$. C. $a^2 - b^2 = \frac{2}{3}$. D. $a^2 - b^2 = \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn D

$\overrightarrow{AB} = (4; 4), \overrightarrow{AE} = (a+1; b+2)$ mà E di động trên đường thẳng AB nên A, B, E thẳng hàng

tương đương với $\frac{a+1}{4} = \frac{b+2}{4} \Leftrightarrow a = b+1$. Vậy $E(b+1; b)$

$$\overrightarrow{EA} = (-2-b; -2-b), \overrightarrow{EB} = (2-b; 2-b), \overrightarrow{EC} = (3-b; -1-b)$$

$$\text{Đặt } u = \overrightarrow{2EA} + 3\overrightarrow{EB} - \overrightarrow{EC} \Rightarrow u = (-1-4b; 3-4b)$$

$$\text{Có } \left| \overrightarrow{2EA} + 3\overrightarrow{EB} - \overrightarrow{EC} \right| = |u| = \sqrt{(-1-4b)^2 + (3-4b)^2}$$

$$\text{Đặt } 1-4b = t \Rightarrow \begin{cases} -1-4b = t-2 \\ 3-4b = t+2 \end{cases} \text{ khi đó } |u| = \sqrt{(t-2)^2 + (t+2)^2} = \sqrt{2t^2 + 8} \geq 2\sqrt{2}$$

$$\left| \overrightarrow{2EA} + 3\overrightarrow{EB} - \overrightarrow{EC} \right| \text{ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi } t=0 \Leftrightarrow b = \frac{1}{4}, \text{ tính được } a = \frac{5}{4}$$

$$\text{Vậy } a^2 - b^2 = \left(\frac{5}{4}\right)^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{3}{2}.$$

Câu 115. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $M(3;1)$. Giả sử $A(a;0)$ và $B(0;b)$ (với a, b là các số thực không âm) là hai điểm sao cho tam giác MAB vuông tại M và có diện tích nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức $T = a^2 + b^2$.

A. $T = 10$.

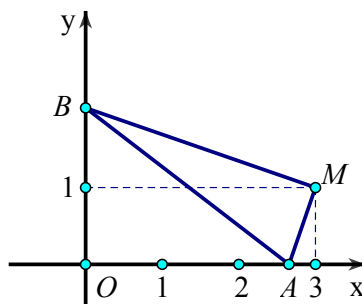
B. $T = 9$.

C. $T = 5$.

D. $T = 17$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $\overrightarrow{MA} = (a - 3; -1)$, $\overrightarrow{MB} = (-3; b - 1)$

Theo giả thiết tam giác MAB vuông tại M nên $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0 \Leftrightarrow -3(a - 3) - 1(b - 1) = 0 \Leftrightarrow b = 10 - 3a$.

Diện tích tam giác MAB là

$$S = \frac{1}{2} \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = \frac{1}{2} \sqrt{(a - 3)^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{(-3)^2 + (b - 1)^2}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{(a - 3)^2 + 1} \cdot \sqrt{3^2 + (9 - 3a)^2} = \frac{3}{2} [(a - 3)^2 + 1] \geq \frac{3}{2}$$

$\min S = \frac{3}{2}$ khi $a = 3$, ta được $b = 1$. Do vậy $T = 3^2 + 1^2 = 10$.

Câu 116. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(-1; -2)$, $B(3; 2)$, $C(4; -1)$. Biết điểm $E(a; b)$ di động trên đường thẳng AB sao cho $|2\overrightarrow{EA} + 3\overrightarrow{EB} - \overrightarrow{EC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $a^2 - b^2$.

A. $a^2 - b^2 = 2$.

B. $a^2 - b^2 = 1$.

C. $a^2 - b^2 = \frac{2}{3}$.

D. $a^2 - b^2 = \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $I(x_0; y_0)$ là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

$$2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = (-2 - 2x_0 + 9 - 3x_0 - 4 + x_0; -4 - 2y_0 + 6 - 3y_0 + 1 + y_0)$$

$$= (3 - 4x_0; 3 - 4y_0)$$

$$2\vec{IA} + 3\vec{IB} - \vec{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - 4x_0 = 0 \\ 3 - 4y_0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{3}{4} \\ y_0 = \frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right).$$

Ta có: $\left| 2\vec{EA} + 3\vec{EB} - \vec{EC} \right| = \left| 2(\vec{EI} + \vec{IA}) + 3(\vec{EI} + \vec{IB}) - (\vec{EI} + \vec{IC}) \right| = 4\left| \vec{EI} \right| = 4EI$.

Do đó $\left| 2\vec{EA} + 3\vec{EB} - \vec{EC} \right|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi E là hình chiếu của I trên đường thẳng AB .

$\vec{AB} = (4; 4)$ nên phương trình của đường thẳng AB : $x - y - 1 = 0$.

Gọi d là đường thẳng đi qua I và vuông góc với đường thẳng AB .

Phương trình của đường thẳng d : $x + y - \frac{3}{2} = 0$.

Để thấy $E = d \cap AB \Rightarrow E\left(\frac{5}{4}; \frac{1}{4}\right)$.

Vậy $a^2 - b^2 = \left(\frac{5}{4}\right)^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{3}{2}$.

Câu 117. (Kiểm tra HKI - Phan Đình Tùng - Hà Nội năm học 2018-2019) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho 3 điểm $A(2; 3), B(3; 4)$ và $C(3; -1)$. Tọa độ điểm M trên đường phân giác góc phần tư thứ nhất sao cho biểu thức $P = MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất

- A. $\left(\frac{7}{4}; \frac{7}{4}\right)$ B. $(1; 1)$ C. $\left(-\frac{7}{4}; -\frac{7}{4}\right)$ D. $(-1; -1)$

Lời giải

Chọn A

M thuộc đường phân giác góc phần tư thứ nhất $M(x; x)$.

$$P = MA^2 + MB^2 + MC^2 = \left[(2-x)^2 + (3-x)^2 \right] + \left[(3-x)^2 + (4-x)^2 \right] + \left[(3-x)^2 + (-1-x)^2 \right]$$

$$= 6x^2 - 28x + 48 = 6\left(x^2 - \frac{14}{3}x + 8\right) = 6\left[\left(x^2 - 2\frac{7}{3}x + \frac{49}{9}\right) + \frac{23}{9}\right]$$

$$= 6\left[\left(x - \frac{7}{3}\right)^2 + \frac{79}{16}\right] \geq \frac{46}{3}$$

Dấu "=" khi $\left(x - \frac{7}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{7}{4} \Rightarrow M\left(\frac{7}{4}; \frac{7}{4}\right)$.