

ĐỀ ĐỀ NGHỊ

ĐỀ MÔN THI: TOÁN LỚP 10

Thời gian: 180 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1. (4,0 điểm) Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$, với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Biết rằng phương trình $f(f(f(x))) = f(x)$ có tám nghiệm thực phân biệt với tổng bằng S . Chứng minh rằng từ tám nghiệm đó, ta có thể chọn ra bốn nghiệm sao cho tổng của bốn nghiệm này bằng $\frac{S}{2}$.

Câu 2. (4,0 điểm) Cho x, y, z là các số thực không âm và có tổng bằng 1. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = x^4y + y^4z + z^4x.$$

Câu 3. (4,0 điểm) Cho tam giác ABC nhọn, với $AB < AC$, nội tiếp đường tròn (O) . Hai tiếp tuyến của (O) tại B và C cắt nhau ở D . Ký hiệu Ω là đường tròn có đường kính AD . Gọi E là giao điểm thứ hai của tia AO và Ω . Các tia EB, EC lần lượt cắt Ω tại điểm thứ hai là M, N . Các tia AB, AC lần lượt cắt Ω tại điểm thứ hai là R, S .

- Chứng minh rằng hai đường thẳng RN và SM cắt nhau tại trung điểm của BC .
- Gọi I là giao điểm của hai đường thẳng RS và BC . Chứng minh rằng $\widehat{SIC} = \widehat{SIE}$.

Câu 4. (4,0 điểm) Cho dãy số nguyên (x_n) xác định bởi $x_1 = 1, x_2 = 4$ và $x_{n+2} = 4x_{n+1} - x_n$ với mọi $n \geq 1$.

- Tìm tất cả các số nguyên dương n để số x_n chia hết cho 3.
- Tìm tất cả các số nguyên dương n để số x_n chia hết cho 3^{2023} .

Câu 5. (4,0 điểm) Cho 2023 đoạn thẳng có độ dài lần lượt là 1; 2; 3; ...; 2023.

- Bạn Mão muốn chọn 2 trong số 2023 đoạn thẳng này để cùng với đoạn thẳng có độ dài 2024 lập thành một tam giác. Hỏi bạn Mão có bao nhiêu cách chọn?
- Bạn Mão muốn chọn 3 trong số 2023 đoạn thẳng này để lập thành một tam giác. Hỏi bạn Mão có bao nhiêu cách chọn?