|  |  |
| --- | --- |
| SỞ GD&ĐT HÀ NỘI  **CÁC TRƯỜNG THPT CỤM**  **SÓC SƠN - MÊ LINH** | **KỲ THI OLYMPIC LỚP 11**  **NĂM HỌC 2019-2020**  **Môn thi: TOÁN** |

**HƯỚNG DẪN CHẤM**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Nội dung** | **Điểm** |
| **Câu 1**  **(2,0 điểm)** | **Giải phương trình sau: .** |  |
| Phương trình tương đương: | 1,0đ |
|  | 1,0đ |
| **Câu 2**  **(4,0 điểm)** | **a. Từ các số tự nhiên 1,2,3,4,5,6 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau.**  **b. Tính tổng  .** |  |
| ***a.* Từ các số tự nhiên 1,2,3,4,5,6 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau từng đôi một.** |  |
| Mỗi số tự nhiên tạo thành là một chỉnh hợp chập 4 của 6 phần tử. | 1,0đ |
| Số các số tự nhiên thỏa mãn bài toán là  số. | 1,0đ |
| ***b. Tính tổng  .*** |  |
| Xét khai triển: | 0,5đ |
| Lấy đạo hàm 2 vế: | 0,5đ |
| Chọn  ta có:    Chọn  ta có | 0,5đ |
| Lấy  ta được | 0,5đ |
| **Câu 3**  **(2,0 điểm)** | **Cho hàm số  . Tìm a để hàm số liên tục tại** |  |
| Tập xác định của hàm số là  Với | 0,5đ |
|  | 0,5đ |
|  | 0,5đ |
| Hàm số liên tục tại | 0,5đ |
| **Câu 4**  **(2,0 điểm)** | **Cho dãy số  thỏa mãn .**  **Chứng minh rằng dãy  có giới hạn hữu hạn khi  và tính giới hạn đó.** |  |
| Bằng quy nạp ta dễ dàng chứng minh được | 0.25đ |
| Ta có:.  vậy  là dãy bị chặn dưới. | 0.5đ |
| Chứng minh là dãy giảm.  Xét  , vậy  là dãy giảm. | 0.5đ |
| Vì là dãy giảm và bị chặn dưới nên tồn tại  (,  hữu hạn). | 0.25đ |
| Lấy giới hạn 2 vế của đẳng thức  ta có: .  Vậy  là dãy số giảm có hữu hạn hữu hạn và | 0.5đ |
| **Câu 5**  **(2,0 điểm)** | **Cho hàm sốcó đồ thị . Cho biết ;; . Gọi *d* tiếp tuyến bất kỳ của ; A,B lần lượt là giao điểm của *d* vớivà . Chứng minh rằng  là hằng số.** |  |
| Gọi  với  Phương trình tiếp tuyến *d* của  tại M có phương trình: | 0.5đ |
|  | 0.5đ |
|  | 0.5đ |
| Ta có ,  . Vậy | 0.5đ |
| **Câu 6**  **(2,0 điểm)** | **Cho hàm số  có đồ thị  xác định và có đạo hàm trên  thỏa mãn: . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị  tại điểm có hoành độ bằng 1.** |  |
| Từ đẳng thức  Cho  ta được | 0,75đ |
| Lấy đạo hàm  ta có:    Tại  ta có | 0,75đ |
| Phương trình tiếp tuyến của đồ thị  tại điểm có hoành độ bằng 1 có phương trình | 0,5đ |
| **Câu 7 (4,0 điểm)** | **Cho tam giác đều  cạnh là . Gọi  là điểm đối xứng với  qua . Trên đường thẳng  đi qua  và vuông góc với mặt phẳng  tại  lấy điểm  sao cho .**  **CMR  và** |  |
| ***A***  ***B***  ***C***  ***O***  ***H***  ***K***  ***D***  ***S*** |  |
| **Chứng minh** |  |
| và  nên | 1,5đ |
| **Chứng minh** |  |
| Gọi *K* là hình chiếu của *D* trên *SA* và *H* là trung điểm của *AK*;  ta có:  vì  vì  Do đó | 0,5đ |
| Khi đó góc giữa hai mặt phẳng  và  là góc giữa *HB* và *HC (1)* | 0,5đ |
| Tam giác ABC đều cạnh *a*, | 0,5đ |
| Tam giác SAD vuông tại D, đường cao DK nên | 0,5đ |
| Trong tam giác HBC có  (vì  ) nên ta có  suy ra tam giác HBC vuông tại H  *(2)*  Vậy từ *(1), (2)* ta kết luận | 0,5đ |
| **Câu 8 (2,0 điểm)** | **Cho hình chóp  và điểm  tùy ý nằm bên trong tam giác . Ba đường thẳng đi qua  song song với cắt lần lượt các mặt phẳng  tại .**  **Chứng minh rằng .** |  |
| ***M***  ***H***  ***C***  ***B***  ***I***  ***A***      ***S***    ***K*** |  |
| Gọi . Theo định lý Thales ta có: | 1,0đ |
| Do M nằm bên trong tam giác ABC nên ta có: | 1,0đ |

**Chú ý:** **Học sinh có thể làm theo cách khác. Nếu bài làm đúng vẫn được điểm tối đa theo các phần tương ứng.**