SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT

 THÀNH PHỐ CẦN THƠ NĂM HỌC 2021 – 2022

 Khóa ngày 05 tháng 6 năm 2021

 ĐỀ CHÍNH THỨC

 MÔN: TOÁN (CHUYÊN)

 *(Đề thi có 2 trang)* *Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian phát đề*

**Câu 1. (1,5 điểm)** Cho biểu thức

 $P=\left[\frac{\left(x-1\right)\sqrt{x-1}+x-3}{x-2}-\frac{1}{\sqrt{x-1}+1}\right]:\frac{1}{\left(x-1\right)\sqrt{x-1}-x+1}$ với x > 1 và x $\ne $ 2.

1. Rút gọn biểu thức P.
2. Tính giá trị của P khi $x=\sqrt{7+4\sqrt{3}}-\left(\sqrt{5}+1\right)\sqrt{7-4\sqrt{3}}+\sqrt{5}\left|\sqrt{3}-2\right|$.

**Câu 2. (1,5 điểm)** Cho parabol (P): y = x2 và đường thẳng (d): y = –2mx – 2m. Tìm tất cả giá trị của tham số m sao cho (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x1 và x2 thỏa mãn $\left|x\_{1}\right|+\left|x\_{2}\right|=2\sqrt{3}$.

**Câu 3. (2,0 điểm)** Giải phương trình và hệ phương trình sau trên tập số thực:

1. $x+2\sqrt{2x+1}=4\sqrt{x}+2$.
2. $\left\{\begin{array}{c}\left(x+2\right)^{2}=12x+4y+1\\\left(y-1\right)^{2}=2y+4x+2\end{array}\right.$.

**Câu 4. (2,0 điểm)**

1. Tìm tất cả các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn x2 + 5y2 + 4xy + 4y + 2x – 3 = 0.
2. Lúc 7 giờ, anh Toàn điều khiển một xe gắn máy khởi hành từ thành phố A đến thành phố B. Khi đi được $\frac{3}{4}$ quãng đường, xe bị hỏng nên anh Toàn dừng lại để sửa chữa. Sau 30 phút sửa xe, anh Toàn tiếp tục điều khiển xe gắn máy đó đi đến thành phố B với vận tốc nhỏ hơn vận tốc ban đầu 10 km/h. Lúc 10 giờ 54 phút, anh Toàn đến thành phố B. Biết rằng quãng đường từ thành phố A đến thành phố B là 160 km và vận tốc của xe trên mỗi đoạn đường không đổi. Hỏi anh Toàn dừng xe để sửa chữa lúc mấy giờ?

**Câu 5. (2,0 điểm)** Cho tam giác ABC (AB > BC > AC) có ba góc nhọn và nội tiếp đường tròn (O). Vẽ đường tròn tâm C, bán kính CB cắt đường thẳng AB tại điểm D và cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là E.

1. Chứng minh đường thẳng DE vuông góc với đường thẳng AC.
2. Đường thẳng DE cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là F. Các đường thẳng CO, AB cắt nhau tại điểm H và các đường thẳng BE, CF cắt nhau tại điểm K. Chứng minh $\hat{CKH}=\hat{CBH}$ .
3. Gọi I là giao điểm của đường thẳng AB và CE. Chứng minh IA. IB = ID. IH.

**Câu 6. (1,0 điểm)** Cho x, y, z là các số thực dương. Chứng minh rằng

$$\frac{\left(x+2\right)^{2}}{y+z}+\frac{\left(y+2\right)^{2}}{z+x}+\frac{\left(z+2\right)^{2}}{x+y}\geq 12$$

**--------HẾT--------**

***Câu 1*. *(1,5 điểm)*** *Cho biểu thức*

$P=\left[\frac{\left(x-1\right)\sqrt{x-1}+x-3}{x-2}-\frac{1}{\sqrt{x-1}+1}\right]:\frac{1}{\left(x-1\right)\sqrt{x-1}-x+1}$ *với x > 1 và x* $\ne $ *2.*

1. *Rút gọn biểu thức P.*

Với x > 1 và x $\ne $ 2 ta có:

$P=\left[\frac{\left(x-1\right)\sqrt{x-1}+x-3}{x-2}-\frac{1}{\sqrt{x-1}+1}\right]:\frac{1}{\left(x-1\right)\sqrt{x-1}-x+1}$

$P=\left[\frac{\left(x-1\right)\sqrt{x-1}-1}{x-2}+1-\frac{1}{\sqrt{x-1}+1}\right]:\frac{1}{\left(x-1\right)\sqrt{x-1}-x+1}$

$P=\left[\frac{\left(\sqrt{x-1}-1\right)\left(x-1+\sqrt{x-1}+1\right)}{x-2}+\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1}+1}\right]:\frac{1}{\left(x-1\right)\sqrt{x-1}-x+1}$

$P=\left[\frac{\left(\sqrt{x-1}-1\right)\left(\sqrt{x-1}+1\right)\left(x+\sqrt{x-1}\right)}{\left(x-2\right)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}+\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1}+1}\right]:\frac{1}{\left(x-1\right)\sqrt{x-1}-x+1}$

$P=\left[\frac{x+\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1}+1}+\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1}+1}\right]∙\left[\left(x-1\right)\sqrt{x-1}-x+1\right]$

$P=\frac{x+2\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1}+1}∙\left(x-1\right)\left(\sqrt{x-1}-1\right)$

$P=\frac{x-1+2\sqrt{x-1}+1}{\sqrt{x-1}+1}∙\left(x-1\right)\left(\sqrt{x-1}-1\right)$

$P=\frac{\left(\sqrt{x-1}+1\right)^{2}}{\sqrt{x-1}+1}∙\left(x-1\right)\left(\sqrt{x-1}-1\right)$

$P=\left(\sqrt{x-1}+1\right)∙\left(x-1\right)\left(\sqrt{x-1}-1\right)$

P = (x – 1)(x – 2) = x2 – 3x + 2

Vậy P = x2 – 3x + 2 với x > 1 và x $\ne $ 2.

1. *Tính giá trị của P khi* $x=\sqrt{7+4\sqrt{3}}-\left(\sqrt{5}+1\right)\sqrt{7-4\sqrt{3}}+\sqrt{5}\left|\sqrt{3}-2\right|$*.*

$x=\sqrt{7+4\sqrt{3}}-\left(\sqrt{5}+1\right)\sqrt{7-4\sqrt{3}}+\sqrt{5}\left|\sqrt{3}-2\right|$

$x=\sqrt{4+4\sqrt{3}+3}-\left(\sqrt{5}+1\right)\sqrt{4-4\sqrt{3}+3}+\sqrt{5}\left(2-\sqrt{3}\right)$ (do $\sqrt{3}<2$ )

$x=\sqrt{\left(2+\sqrt{3}\right)^{2}}-\left(\sqrt{5}+1\right)\sqrt{\left(2-\sqrt{3}\right)^{2}}+\sqrt{5}\left(2-\sqrt{3}\right)$

$x=2+\sqrt{3}-\left(\sqrt{5}+1\right)\left(2-\sqrt{3}\right)+\sqrt{5}\left(2-\sqrt{3}\right)$ (do $2-\sqrt{3}>0$ )

$x=2+\sqrt{3}-\left(2-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}+1-\sqrt{5}\right)$

$x=2+\sqrt{3}-2+\sqrt{3}=2\sqrt{3}$ (thỏa điều kiện)

Thay $x=2\sqrt{3}$ vào P ta được $P=\left(2\sqrt{3}\right)^{2}-3∙2\sqrt{3}+2=14-6\sqrt{3}$

Vậy $P=14-6\sqrt{3}$.

***Câu 2. (1,5 điểm)*** *Cho parabol (P): y = x2 và đường thẳng (d): y = –2mx – 2m. Tìm tất cả giá trị của tham số m sao cho (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x1 và x2 thỏa mãn* $\left|x\_{1}\right|+\left|x\_{2}\right|=2\sqrt{3}$ *.*

*Giải:*

Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của phương trình:

x2 = –2mx – 2m $⇔$ x2 + 2mx + 2m = 0 (1)

Ta có: ∆’ = m2 – 2m.

(d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x1 và x2

$⇔$ Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt x1 và x2

$⇔$ ∆’ > 0 $⇔$ m2 – 2m > 0 $⇔$ m. (m – 2) > 0 $⇔\left[\begin{array}{c}\left\{\begin{array}{c}m>2\\m>0\end{array}\right.\\\left\{\begin{array}{c}m<2\\m<0\end{array}\right.\end{array}\right.⇔\left[\begin{array}{c}m>2\\m<0\end{array}\right.$

Theo định lý Vi-ét ta có: $\left\{\begin{array}{c}x\_{1}+x\_{2}=-2m\\x\_{1}∙x\_{2}=2m\end{array}\right.$

Theo đề bài ta có:

$\left|x\_{1}\right|+\left|x\_{2}\right|=2\sqrt{3}$

$⇔\left(\left|x\_{1}\right|+\left|x\_{2}\right|\right)^{2}=12$

$⇔x\_{1}^{2}+x\_{2}^{2}+2\left|x\_{1}∙x\_{2}\right|=12$

$⇔\left(x\_{1}+x\_{2}\right)^{2}-2x\_{1}∙x\_{2}+2\left|x\_{1}∙x\_{2}\right|=12$

$⇔\left(-2m\right)^{2}-2∙2m+2\left|2m\right|=12$

$⇔4m^{2}-4m+4\left|m\right|=12$ (\*)

* Với m > 2 thì (\*) trở thành: 4m2 – 4m + 4m = 12 $⇔$ m2 = 3 (loại vì m2 > 4)
* Với m < 0 thì (\*) trở thành: 4m2 – 8m – 12 = 0 $⇔$ m2 – 2m – 3 = 0 $⇔\left[\begin{array}{c}m=-1\left(nhan\right)\\m=3\left(loai\right)\end{array}\right.$

Vậy với m = –1 thì (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x1 và x2 thỏa mãn đề bài.

***Câu 3. (2,0 điểm)*** *Giải phương trình và hệ phương trình sau trên tập số thực:*

1. $x+2\sqrt{2x+1}=4\sqrt{x}+2$*.*

ĐKXĐ: x ≥ 0

$x+2\sqrt{2x+1}=4\sqrt{x}+2$

$⇔2x+1+2\sqrt{2x+1}+1=x+4\sqrt{x}+4$

$⇔\left(\sqrt{2x+1}+1\right)^{2}=\left(\sqrt{x}+2\right)^{2}$

$⇔\left|\sqrt{2x+1}+1\right|=\left|\sqrt{x}+2\right|$

$⇔\sqrt{2x+1}+1=\sqrt{x}+2$ (do $\sqrt{2x+1}+1>0$ $,\sqrt{x}+2>0$ )

$⇔\sqrt{2x+1}=\sqrt{x}+1$

$⇔2x+1=x+1+2\sqrt{x}$

$⇔2\sqrt{x}=x$

$⇔$ x2 – 4x = 0 $⇔\left[\begin{array}{c}x=0\\x=4\end{array}\right.$ (thỏa điều kiện)

Vậy phương trình có tập nghiệm S = {0; 4}

1. $\left\{\begin{array}{c}\left(x+2\right)^{2}=12x+4y+1\\\left(y-1\right)^{2}=2y+4x+2\end{array}\right.$.

$⇔$ $\left\{\begin{array}{c}x^{2}+4x+4=12x+4y+1\\y^{2}-2y+1=2y+4x+2\end{array}\right.$ $⇔$ $\left\{\begin{array}{c}x^{2}-8x-4y+3=0\left(1\right)\\y^{2}-4y-4x-1=0\left(2\right)\end{array}\right.$

Lấy (1) – (2) ta được: x2 – y2 – 4x + 4 = 0 $⇔$ (x – 2)2 = y2 $⇔\left[\begin{array}{c}x-2=y\\x-2=-y\end{array}\right.$

TH1: y = x – 2 thay vào (1) ta được: x2 – 8x – 4(x – 2) + 3 = 0 $⇔$ x2 – 12x + 11 = 0 $⇔\left[\begin{array}{c}x=1\\x=11\end{array}\right.$

* Với x = 1 thì y = 1 – 2 = –1
* Với x = 11 thì y = 11 – 2 = 9

TH2: –y = x – 2 thay vào (1) ta được: x2 – 8x + 4(x – 2) + 3 = 0 $⇔$ x2 – 4x – 5 = 0 $⇔\left[\begin{array}{c}x=-1\\x=5\end{array}\right.$

* Với x = –1 thì y = 2 – (–1) = 3
* Với x = 5 thì y = 2 – 5 = –3

Vậy hệ phương trình có tập nghiệm: S = {(1 ; –1) ; (11 ; 9) ; (–1 ; 3) ; (5 ; –3)}

***Câu 4. (2,0 điểm)***

1. *Tìm tất cả các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn x2 + 5y2 + 4xy + 4y + 2x – 3 = 0.*

Ta có: x2 + 5y2 + 4xy + 4y + 2x – 3 = 0

$⇔$ (x2 + 4xy + 4y2) + y2 + 2(x + 2y) + 1 – 4 = 0

$⇔$ [(x + 2y)2 + 2(x + 2y) + 1] = 4

$⇔$ (x + 2y + 1)2 + y2 = 4

Vì x, y $\in Z$ nên phương trình trên tương đương với $\left[\begin{matrix}\left\{\begin{array}{c}\left(x+2y+1\right)^{2}=4\\y^{2}=0\end{array} \left(I\right)\right.\\\left\{\begin{array}{c}\left(x+2y+1\right)^{2}=0\\y^{2}=4\end{array}\right. \left(II\right)\end{matrix}\right.$

* Giải (I):

$\left\{\begin{array}{c}\left(x+2y+1\right)^{2}=4\\y^{2}=0\end{array}\right.$ $⇔$ $\left\{\begin{array}{c}\left(x+1\right)^{2}=4\\y=0\end{array}\right.$ $⇔$ $\left\{\begin{array}{c}\left[\begin{matrix}x+1=2\\x+1=-2\end{matrix}\right.\\y=0\end{array}\right.$ $⇔$ $\left\{\begin{array}{c}\left[\begin{matrix}x=1\\x=-3\end{matrix}\right.\\y=0\end{array}\right.$ $⇔$ $\left[\begin{matrix}x=1 , y=0\\x=-3 , y=0\end{matrix}\right.$

* Giải (II):

$\left\{\begin{array}{c}\left(x+2y+1\right)^{2}=0\\y^{2}=4\end{array}\right.$ $⇔$ $\left\{\begin{array}{c}x+2y+1=0\\\left[\begin{matrix}y=2\\y=-2\end{matrix}\right.\end{array}\right.$ $⇔$ $\left[\begin{matrix}\left\{\begin{array}{c}x2y+1=0\\y=2\end{array}\right.\\\left\{\begin{array}{c}x+2y+1=0\\y=-2\end{array}\right.\end{matrix}\right.$ $⇔$ $\left[\begin{matrix}x=-5 , y=2\\x=3 , y=-2\end{matrix}\right.$

Vậy tập nghiệm nguyên của phương trình là: S = {(1; 0); (–3; 0); (–5; 2); (3; –2)}.

1. *Lúc 7 giờ, anh Toàn điều khiển một xe gắn máy khởi hành từ thành phố A đến thành phố B. Khi đi được* $\frac{3}{4}$ *quãng đường, xe bị hỏng nên anh Toàn dừng lại để sửa chữa. Sau 30 phút sửa xe, anh Toàn tiếp tục điều khiển xe gắn máy đó đi đến thành phố B với vận tốc nhỏ hơn vận tốc ban đầu 10 km/h. Lúc 10 giờ 54 phút, anh Toàn đến thành phố B. Biết rằng quãng đường từ thành phố A đến thành phố B là 160 km và vận tốc của xe trên mỗi đoạn đường không đổi. Hỏi anh Toàn dừng xe để sửa chữa lúc mấy giờ?*

*Giải:*

Gọi vận tốc xe ban đầu là x (km/h) (x > 10).

Vận tốc sau khi sửa chữa xe là: x – 10 (km/h)

Quãng đường từ A đến đoạn đường bị hỏng xe là: $\frac{3}{4}∙160=120$ (km)

Quãng đường còn lại là: 160 – 120 = 40 (km).

Thời gian đi từ A đến đoạn đường bị hỏng xe là: $\frac{120}{x}$ (h), thời gian đi từ lúc đã sửa xe đến B là $\frac{40}{x-10}$ (h)

Anh Toàn phải dừng lại sửa xe 30 phút = 0,5 h nên tổng thời gian đi từ A đến B là:

 $\frac{120}{x}+0.5+\frac{40}{x-10}$ (h)

Vì lúc đi từ A là 7 giờ và đi đến B là 10 giờ 54 phút nên tổng thời gian đi từ A đến B (kể cả thời gian sửa xe là 3 giờ 54 phút = 3,9 (h)

Vậy ta có phương trình: $\frac{120}{x}+0.5+\frac{40}{x-10}=3,9$

$⇔\frac{120}{x}+\frac{40}{x-10}=3,4 $

$⇒$ 120(x – 10) + 40x = 3,4x. (x – 10)

$⇔$ 3,4x2 – 194x + 1200 = 0 (1)

∆’ = 972 – 3,4. 1200 = 5329 = 732 > 0 nên phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt:

 x1 = 50 (thỏa đk)

$x\_{2}=\frac{120}{17}<10$ (không thỏa đk)

Suy ra vận tốc của xe đi từ A đến lúc bị hỏng xe là 50 km/h

Thời gian anh Toàn đi từ A đến lúc bị hỏng xe là $\frac{120}{50}$ = 2,4 (h)

Vậy anh Toàn dừng xe để sửa chữa lúc: 7 + 2,4 = 9,4 (h) = 9 giờ 24 phút

***Câu 5. (2,0 điểm)*** *Cho tam giác ABC (AB > BC > AC) có ba góc nhọn và nội tiếp đường tròn (O). Vẽ đường tròn tâm C, bán kính CB cắt đường thẳng AB tại điểm D và cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là E.*

1. *Chứng minh đường thẳng DE vuông góc với đường thẳng AC.*



Xét (O): $\hat{AEC}=\hat{ABC}$ (2 góc nôi tiếp chắn cung AC)

∆CBD có CB = CD (bán kính (C)) ⇒∆CBD cân tại C ⇒ $\hat{CBD}=\hat{CDB}$

Suy ra $\hat{CEA}=\hat{CDB}$

Mà ta có: $\hat{CED}=\hat{CEA}+\hat{AED}$

 $\hat{CDE} = \hat{CDB}+\hat{ADE}$

∆CED có CE = CD (bán kính (C)) ⇒∆CED cân tại C ⇒ $\hat{CED}=\hat{CDE}$

Suy ra: $\hat{AED} =\hat{ADE} $ nên ∆ADE cân tại A ⇒ AE = AD

Ta lại có: CE = CD (bán kính (C)) nên AC là trung trực của ED

Suy ra AC ⊥ ED

1. *Đường thẳng DE cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là F. Các đường thẳng CO, AB cắt nhau tại điểm H và các đường thẳng BE, CF cắt nhau tại điểm K. Chứng minh rằng:* $\hat{CKH}=\hat{CBH}$ *.*

\*Ta có: $\hat{FBD}=\hat{AED }\left(góc trong bằng góc ngoài đối diện của tứ giác nội tiếp BCEF\right)$

Mà $\hat{FBD} $= $\hat{FCA}$ (2 góc nội tiếp chắn cung FA của (O))

Và $\hat{AED} =\hat{ADE}$ (chứng minh câu a)

Nên $\hat{FBD}$ = $\hat{ADE} $hay $\hat{FBD}$ = $\hat{BDF}$

Do đó ∆FBD cân tại F ⇒ FB = FD

Mà CB = CD (bán kính (C))

Nên FC là trung trực của BD ⇒ FC ⊥ DB hay BH ⊥CK

\*Ta có: CE = CB (bán kính (C)) và OE = OB (bán kính (O))

 Suy ra OC là trung trực của BE ⇒ OC ⊥BE hay CH ⊥BK

Xét ∆BCK:

CH ⊥BK (cmt)

BH ⊥CK (cmt)

Suy ra H là trực tâm ∆BCK nên KH ⊥BC

⇒ $\hat{CKH}+\hat{KCB} = 90$0

Mà BH ⊥CK (cmt) ⇒ $\hat{CBH}+\hat{KCB} = 90$0

Nên $\hat{CKH}=\hat{CBH}$ (đpcm)

1. *Gọi I là giao điểm của đường thẳng AB và CE. Chứng minh IA. IB = ID. IH.*

\*Xét ∆IAE và ∆IBC có:

$\hat{AEI}$ = $\hat{CBI}$ (2 góc nội tiếp chắn cung AC của (O))

$\hat{EIA} =\hat{BIC}$ (2 góc đối đỉnh)

⇒ ∆IAE ∽ ∆ICB (g – g) $⇒\frac{IE}{IB}=\frac{IA}{IC}$

⇒IE. IC = IB. IA

 \* Ta có: B đối xứng E qua CO (OC là trung trực của BE)

⇒ $\hat{CBH}=\hat{CEH}$ (tính chất đối xứng)

Và:$ \hat{CBH}=\hat{CDH}$ (∆CBD cân tại C)

Nên: $\hat{CEH} =$ $\hat{CDH}$

⇒ CDEH nội tiếp (2 đỉnh kề nhau E, D cùng nhìn cạnh CH dưới các góc bằng nhau)

$\hat{⇒DEI}$ = $\hat{CHI}$

Xét ∆IED và ∆IHC có:

$\hat{DEI}$ = $\hat{CHI}$ (cmt)

$\hat{EID} =\hat{HIC}$ (2 góc đối đỉnh)

⇒ ∆IED ∽ ∆IHC (g – g) $⇒\frac{IE}{ID}=\frac{IH}{IC}$

⇒IE. IC = ID. IH

Mà IE. IC = IB. IA (cmt)

Vậy IB. IA = ID. IH (đpcm)

***Câu 6. (1,0 điểm)*** *Cho x, y, z là các số thực dương. Chứng minh rằng*

$\frac{\left(x+2\right)^{2}}{y+z}+\frac{\left(y+2\right)^{2}}{z+x}+\frac{\left(z+2\right)^{2}}{x+y}\geq 12$

Áp dụng Bất dẳng thức phụ $\frac{x^{2}}{a}+\frac{y^{2}}{b}+\frac{z^{2}}{c}\geq \frac{\left(x+y+z\right)^{2}}{a+b+c}$ . Dấu “=” xảy ra khi $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}$ , a, b, c > 0

*Chứng minh BĐT phụ:*

Áp dụng BĐT B.C.S cho hai bộ số $\left(\frac{x}{\sqrt{a}};\frac{y}{\sqrt{b}};\frac{c}{\sqrt{c}}\right)$ và $\left(\sqrt{a};\sqrt{b};\sqrt{c}\right)$ ta có:

$\left(\frac{x^{2}}{a}+\frac{y^{2}}{b}+\frac{z^{2}}{c}\right)\left(a+b+c\right)\geq \left(x+y+z\right)^{2}$ $⇔$ $\frac{x^{2}}{a}+\frac{y^{2}}{b}+\frac{z^{2}}{c}\geq \frac{\left(x+y+z\right)^{2}}{a+b+c}$

Khi đó ta có:

$\frac{\left(x+2\right)^{2}}{y+z}+\frac{\left(y+2\right)^{2}}{z+x}+\frac{\left(z+2\right)^{2}}{x+y}\geq \frac{\left(x+y+z+6\right)^{2}}{2\left(x+y+z\right)}$

$⇒$ $\frac{\left(x+2\right)^{2}}{y+z}+\frac{\left(y+2\right)^{2}}{z+x}+\frac{\left(z+2\right)^{2}}{x+y}\geq \frac{\left(x+y+z\right)^{2}+12\left(x+y+z\right)+36}{2\left(x+y+z\right)}$

$⇒$ $\frac{\left(x+2\right)^{2}}{y+z}+\frac{\left(y+2\right)^{2}}{z+x}+\frac{\left(z+2\right)^{2}}{x+y}\geq \frac{x+y+z}{2}+\frac{18}{x+y+z}+6$

$⇒$ $\frac{\left(x+2\right)^{2}}{y+z}+\frac{\left(y+2\right)^{2}}{z+x}+\frac{\left(z+2\right)^{2}}{x+y}\geq 2\sqrt{\frac{x+y+z}{2}∙\frac{18}{x+y+z}}+6$ (BĐT Cauchy)

$⇒$ $\frac{\left(x+2\right)^{2}}{y+z}+\frac{\left(y+2\right)^{2}}{z+x}+\frac{\left(z+2\right)^{2}}{x+y}\geq 2\sqrt{9}+6=12$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\left\{\begin{matrix}\frac{x+2}{y+z}=\frac{y+2}{z+x}=\frac{z+2}{x+y}\\\frac{x+y+z}{2}=\frac{18}{x+y+z}\end{matrix}\right.$ $⇔$ $\left\{\begin{array}{c}x=y=z\\\left(x+y+z\right)^{2}=36\end{array}\right.$ $⇔$ x = y = z = 2



