**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO YÊN LẠC**

**ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN**

**MÔN TOÁN 8 2022-2023**

**Bài 1. (3,0 điểm)**

1. Cho biểu thức . Tìm các giá trị nguyên của x để A có giá trị nguyên
2. Cho đôi một khác nhau thỏa mãn . Tính giá trị của biểu thức :



**Bài 2. (2,5 diểm)**

1. Giải phương trình nghiệm nguyên : 
2. Cho các số nguyên thỏa mãn đều là các số chính phương. Biết rằng một trong 3 số chính phương trên chia hết cho 3

Chứng minh rằng chia hết cho 81

**Bài 3. (1,0 điểm)** Cho ba số thỏa mãn và 

Chứng minh rằng 

**Bài 4. (2,5 điểm)** Cho O là trung điểm của đoạn thẳng Trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ là AB vẽ tia cùng vuông góc với AB. Trên tia Ax lấy điểm C (khác A), qua O kẻ đường thẳng vuông góc với OC cắt tia By tại D

1. Chứng minh 
2. Kẻ OM vuông góc với CD tại M, từ M kẻ vuông góc với AB tại H. Chứng minh BC đi qua trung điểm của MH
3. Tìm vị trí điểm C trên tia Ax để diện tích tứ giác nhỏ nhất

**Bài 5. (1,0 điểm)** Năm vận động viên mang số và 5 được chia bằng mọi cách thành 2 nhóm. Chứng tỏ rằng ở một trong hai nhóm ta luôn có hai vận động viên mà hiệu các số họ mang trùng với một trong các số mà người của nhóm đó mang

**ĐÁP ÁN**

**Bài 1. (3,0 điểm)**

1. **Cho biểu thức . Tìm các giá trị nguyên của x để A có giá trị nguyên**

Điều kiện : . Ta có :





1. **Cho đôi một khác nhau thỏa mãn . Tính giá trị của biểu thức :**

****

Ta có . Do đó :



Tương tự : 

Nên tử số của 

Chứng minh được : 

Nên mẫu số của B là : 

**Bài 2. (2,5 diểm)**

1. **Giải phương trình nghiệm nguyên : **

****

Vậy phương trình có nghiệm 

1. **Cho các số nguyên thỏa mãn đều là các số chính phương. Biết rằng một trong 3 số chính phương trên chia hết cho 3**

**Chứng minh rằng chia hết cho 81**

Vì 3 số đều là các số chính phương nên 3 số này chia 3 chỉ có thể dư 0 hoặc 1. Chứng minh nếu thì 

Vì trong 3 số trên có 1 số chia hết cho 3 và nên suy ra 3 số cùng chia hết cho 3.

Mặt khác : . Tương tự chứng minh được chia hết cho 3. Suy ra 

Vì nên 

**Bài 3. (1,0 điểm) Cho ba số thỏa mãn và **

**Chứng minh rằng **

Vì 



Chia cả 2 vế của (\*) cho ta được 

Tương tự ta có : 

Do đó : . Dấu bằng xảy ra khi 

Vậy ****

**Bài 4. (2,5 điểm) Cho O là trung điểm của đoạn thẳng Trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ là AB vẽ tia cùng vuông góc với AB. Trên tia Ax lấy điểm C (khác A), qua O kẻ đường thẳng vuông góc với OC cắt tia By tại D**

****

1. **Chứng minh **

Chứng minh 



1. **Kẻ OM vuông góc với CD tại M, từ M kẻ vuông góc với AB tại H. Chứng minh BC đi qua trung điểm của MH**

Theo cau a ta có mà 

Chứng minh 

Chứng minh 

Ta có là trung trực của AM

Mặt khác vuông tại M

Suy ra (vì cùng vuông góc với AM) suy ra 

Xét có OM đi qua trung điểm AB, song song BI suy ra OM đi qua trung điểm AI



theo hệ quả định lý Talet ta có : 

Mà đi qua trung điểm MH (dpcm)

1. **Tìm vị trí điểm C trên tia Ax để diện tích tứ giác nhỏ nhất**

Tứ giác là hình thang vuông nên 

Ta thấy , nên theo BĐT Cô si ta có :



Dấu bằng xảy ra 

Vậy C thuộc tia Ax và cách điểm A một đoạn bằng OA thì diện tích tứ giác nhỏ nhất

**Bài 5. (1,0 điểm) Năm vận động viên mang số và 5 được chia bằng mọi cách thành 2 nhóm. Chứng tỏ rằng ở một trong hai nhóm ta luôn có hai vận động viên mà hiệu các số họ mang trùng với một trong các số mà người của nhóm đó mang**

Ta chia các số thành hai nhóm sao cho trong một nhóm hiệu hai số không trùng với một số nào trong nhóm

Ta có hai số 2 và 4 không thể ở trong cùng một nhóm vì . Số 1 cũng không thể ở trong cùng một nhóm với số 2 vì   
Như vậy số 1 phải ở cùng ở một nhóm với số 4

Số 4-1=3 phải ở cùng nhóm với số 2. Ta có hai số 1 và 4 cùng nhóm; hai số 2 và 3 cùng một nhóm còn lại

Nhưng còn số 5, số này không thể ở trong bất cứ nhóm nào vì (mâu thuẫn)

Từ đó suy ra điều phải chứng minh