

Họ và tên thí sinh: SBD:Lớp:.....

ĐỀ BÀI

Câu 1 (1.0 điểm). Tính đạo hàm của các hàm số sau (rút gọn nếu có):

a) $y = 3x^4 - 4x^2 - 2023$.

b) $y = \frac{1}{x} + 4\sqrt{x} - 7x$.

Câu 2 (3.0 điểm). Tính đạo hàm của các hàm số sau (rút gọn nếu có):

a) $y = \frac{2x-3}{3x+2}$.

b) $y = 3\sin 2x - 2\cos x$.

c) $y = \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}$

Câu 3 (1.0 điểm). Chứng minh rằng hàm số $y = x \cdot \cos x$ thoả :

$$x \cdot y - 2(y' - \cos x) + x \cdot y'' = 0$$

Câu 4 (1.0 điểm). Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + 3x^2 - 5$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm M thuộc (C) có hoành độ: $x_0 = -3$.

Câu 5 (4.0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh a .

Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{6}$.

a) Chứng minh rằng: $BC \perp (SAB)$ và $(SBD) \perp (SAC)$

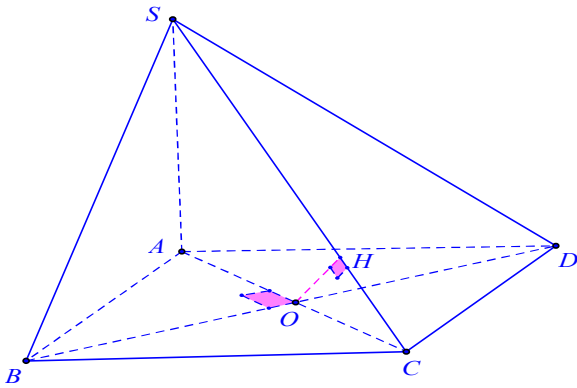
b) Xác định và tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$.

c) Tính khoảng cách giữa BD và SC .

-----**Hết**-----

Lưu ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

Câu		Điểm
1	Tính đạo hàm của các hàm số sau (rút gọn nếu có): a) $y = 3x^4 - 4x^2 - 2023$. b) $y = \frac{1}{x} + 4\sqrt{x} - 7x$.	0.5đ x 2
(1đ)	a) $y' = 12x^3 - 8x$ b) $y' = -\frac{1}{x^2} + \frac{2}{\sqrt{x}} - 7$	0,25x2 0,25x2
2	Tính đạo hàm của các hàm số sau (rút gọn nếu có): a) $y = \frac{2x-3}{3x+2}$. b) $y = 3\sin 2x - 2\cos x$. c) $y = \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}$	1đ x 3
(1đ)	a) $y' = \frac{(2x-3)' \cdot (3x+2) - (3x+2)' \cdot (2x-3)}{(3x+2)^2} = \frac{2 \cdot (3x+2) - 3 \cdot (2x-3)}{(3x+2)^2}$ $= \frac{6x+4-6x+9}{(3x+2)^2} = \frac{13}{(3x+2)^2}$	0,25 0,25 0,25 x 2
	b) $y' = 3 \cdot (\sin 2x)' - 2 \cdot (\cos x)' = 3 \cdot \cos 2x \cdot (2x)' - 2(-\sin x)$ $= 6 \cdot \cos 2x + 2 \cdot \sin x$	0.25 x 4
(1đ)	c) $y' = \frac{(\cos x - \sin x)' \cdot (\cos x + \sin x) - (\cos x - \sin x) \cdot (\cos x + \sin x)'}{(\cos x + \sin x)^2}$ $= \frac{(-\sin x - \cos x) \cdot (\cos x + \sin x) - (\cos x - \sin x) \cdot (-\sin x + \cos x)}{(\cos x + \sin x)^2}$ $= \frac{-(\cos x + \sin x)^2 - (\cos x - \sin x)^2}{(\cos x + \sin x)^2} = \frac{-2}{(\cos x + \sin x)^2}$	0.25 0.25 0.25 x 2
3	Chứng minh rằng hàm số $y = x \cdot \cos x$ thỏa : $x \cdot y - 2(y' - \cos x) + x \cdot y'' = 0$	1đ
(1đ)	+ Ta có: $y' = (x)' \cdot \cos x + x \cdot (\cos x)' = \cos x - x \cdot \sin x$ + Tương tự: $y'' = (\cos x)' - [(x)' \cdot \sin x + x \cdot (\sin x)'] = -2 \cdot \sin x - x \cdot \cos x$ + Ta có: $x \cdot y - 2(y' - \cos x) + x \cdot y''$ $= x \cdot x \cdot \cos x - 2(\cos x - x \cdot \sin x - \cos x) + x \cdot (-2 \sin x - x \cdot \cos x)$ $= x^2 \cdot \cos x + 2x \cdot \sin x - 2x \cdot \sin x - x^2 \cdot \cos x = 0$ (đpcm)	0,25 0,25 0,25 0,25

	Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + 3x^2 - 5$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm M thuộc (C) có hoành độ bằng $x_0 = -3$.	1 đ
(1đ)	+ Ta có: $y' = f'(x) = 3x^2 + 6x$, suy ra : $f'(-3) = 3.(-3)^2 + 6.(-3) = 9$ + Với $x_0 = -3 \Rightarrow y_0 = f(-3) = (-3)^3 + 3.(-3)^2 - 5 = -5$. Vậy $M(-3; -5)$ + Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm M(-3; -5) là $y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$; $\Rightarrow y = 9(x + 3) - 5 \Leftrightarrow y = 9x + 22$	0.25 0.25 0.25
5	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{6}$. a) Chứng minh rằng: $BC \perp (SAB)$ và $(SBD) \perp (SAC)$ b) Xác định và tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$. c) Tính khoảng cách giữa BD và SC.	1đ x 4
		
(1đ)	a) + Ta có: $\begin{cases} SA \perp (ABCD) \\ BC \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow BC \perp SA$ + Vậy: $\begin{cases} BC \perp SA, SA \subset (SAB) \\ BC \perp AB, AB \subset (SAB) \\ SA \cap AB = A \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$	0.25 0.25 x 3
	+ Ta có: $\begin{cases} SA \perp (ABCD) \\ BD \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow BD \perp SA$ + Vậy: $\begin{cases} BD \perp SA, SA \subset (SAC) \\ BD \perp AC, AC \subset (SAC) \\ SA \cap AC = A \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} BD \perp (SAC) \\ BD \subset (SBD) \end{matrix} \rightarrow (SBD) \perp (SAC)$	0.25 0.25 x 3
(1đ)	b) + Do $SA \perp (ABCD) \Rightarrow AC$ là hình chiếu của SC trên mp(ABCD) Nên $(SC; (ABCD)) = (SC; AC) = \angle SCA$	0.25 x 2 0.25 x 2

	+ Tam giác SAC vuông tại A có: $\tan \angle SCA = \frac{SA}{AC} = \frac{a.\sqrt{6}}{a.\sqrt{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \angle SCA = 60^\circ$	
(1d)	c) + Trong mp(SAC) kẻ $OH \perp SC$ (1)	0.25
	+ Vì $BD \perp (SAC)$ (cmt) ; $OH \subset (SAC) \rightarrow OH \perp BD$ (2)	
	+ Từ (1) và (2) suy ra OH là đoạn vuông góc chung của SA và BD $\Rightarrow d(BD ; AC) = OH$	0.25
	+ Do hai tam giác vuông sau đồng dạng: OHC và SAC (có góc C chung) Suy ra: $\frac{OH}{SA} = \frac{OC}{SC} \rightarrow OH = \frac{SA \cdot OC}{SC} = \frac{SA \cdot OC}{\sqrt{SA^2 + AC^2}}$	0.25
	$OH = \frac{a.\sqrt{6} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{(a\sqrt{6})^2 + (a\sqrt{2})^2}} = \frac{a^2.\sqrt{3}}{a.\sqrt{8}} = \frac{a.\sqrt{24}}{8}$	0.25

Chú ý: Học sinh giải cách khác mà đúng, vẫn cho điểm tối đa tương ứng .