**ĐỀ THI HSG TOÁN 9 HÀ NAM NĂM 2023-2024**

**ĐỀ 58**

**Câu I:** (3,5 điểm)

1. Xét biểu thức .

Tìm điều kiện của để xác định và rút gọn .

1. Xét đa thức bậc bốn , (với ) thỏa mãn và . Tính giá trị của .

**Câu II**. (4,0 điểm)

1. Giải phương trình: .

2. Giải hệ phương trình:

**Câu III.** (2,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ , cho Parabol và đường thẳng , với là tham số. Tìm các giá trị nguyên của để cắt tại hai điểm phân biệt lần lượt có hoành độ thỏa mãn .

**Câu IV.** (1,5 điểm) Tìm các số nguyên thỏa mãn .

**Câu V.** (7,0 điểm) Cho tam giác nhọn nội tiếp đường tròn , ngoại tiếp đường tròn . Đường thẳng cắt tại điểm thứ hai là . Đường tròn tiếp xúc với hai cạnh , lần lượt tại hai điểm và . Gọi là giao điểm của hai đường thẳng và .

1. Chứng minh .
2. Chứng minh tứ giác nội tiếp đường tròn.
3. Kẻ đường kính của và đường cao của tam giác . Đường thẳng lần lượt cắt hai đường thẳng tại hai điểm . Chứng minh .
4. Đường thẳng cắt tại điểm thứ hai là , hai đường thẳng và cắt nhau tại điểm . Chứng minh rằng nếu chu vi của tam giác bằng thì là trọng tâm của tam giác .

**Câu VI.** (2,0 điểm) Xét là ba số thực dương thỏa mãn .

Chứng minh rằng: .

**---Hết---**

**ĐÁP ÁN**

Câu I. (3,5 điểm)

1.

Điều kiện xác định:

P =

= .(

= (

=( (

=.2x =

2.

Đa thức thỏa mãn , và .

Xét đa thức *Q(x)=P(x) -* là đa thức bậc bốn có các nghiệm x = -1 ,x = 3 và x = 5

Nên *Q(x)* = (x + 1) (x - 3) (x – 5) (x – m)

*P(x) = Q(x) +*  = (x + 1)(x – 3)(x – 5)(x – m)+2

*P* (-2) = 35(m+2) + 9 = 79 + 35m

*P* (6) = 21(6 – m) + 73 = 199 – 21m

Vậy 3*P*(-2) +5*P*(6) = 3(79 +35m) + 5(199 – 21m) = 1232.

Câu II. (4,0 điểm)

Điều kiện: x

(\*) + = 3

Đặt a = , b = (a =

Phương trình 5( = 9(

2 (2a – b)(a – 2b) = 0

+) 2a = b 2 = 4(2x – 1) =

(thỏa mãn).

+) a = 2b = 2 2x – 1 = 4()

4 ( vô nghiệm).

Vậy S = { }.

2.

+) (2) y – x = 7 – 7xy thay vào (1) ta được

(x + y – 2)[(

(x + y – 2)(

+) x + y – 2 =thay vào (2), ta được 7x (2 – x)+ 2 – 2x = 7

7

+) = 0

(+ x = y = -2 (không thỏa mãn (2)).

Vậy hệ phương trình có hai nghiệm là (1; 1) và (

Câu III.(2,0 điểm)

Xét phương trình hoành độ giao điểm :

– 2(m – 1)x + =0 (\*)

*d* cắt (*P*) tại hai điểm phân biệt phương trình (\*) có hai nghiệm phân biệt

= ( -

m(1).

Gọi là hoành độ giao điểm của *d* và (*P*)

Ta có

4(m

Kết hợp (1) và (2) suy ra -2 .

Vì *m* là số nguyên *m*

Câu IV. (1,5 điểm)

+) Ta nhận thấy x = 0 không thỏa mãn

+) Nếu x thì

+) Nếu x = 2k + 1(k chia 3 dư 2 (vì bình phương của một số nguyên chia 3 dư 0 hoặc 1).

+) Nếu x = 2*k*( *k* ), ta xét với y 0 thì

(y - ) = 33 = 1.33 = 3.11 hoặc

Vậy có bốn cặp số (x ; y) nguyên cần tìm là (8;17);(8;-17);(4;7);(4;-7)

Câu V. (7,0 điểm)



1.

Ta có AM là phân giác của  *=*

*= sđ MB=MC*(1)

= (=

Lại có *BI* là phân giác của góc

= + = +

Mà = + (tính chất góc ngoài của tam giác)

= cân tại M *MB = MI* (2)

Từ (1) và (2) suy ra *MB = MC = MI* (đpcm).

2.

Ta có *CD* và *CE* là hai tiếp tuyến của (1)

Trong , có (tính chất góc ngoài tam giác)

Mà BI là phân giác của

+

Mà + =

Vậy tứ giác AITE nội tiếp đường tròn

3.



Ta có AP là đường kính của (O)

Mà

Lại có

Vi AI là phân giác của

Mặt khác AM NP MN = MP (3)

Gọi AI cắt BC tại L

Ta có (4)

Ta có

(g-g) (5)

Từ (3), (4), (5) mà MC = MI

Vậy (đpcm)

4.

có IM NK và (chứng minh trên)

Lại có AH BC

Suy ra tứ giác NHIK nội tiếp

Mà và

, mặt khác

AIHS là tứ giác nội tiếp

Gọi U là trung điểm của AS

Tại lại có (cùng phụ với )

nên ba điểm U,I,K thẳng hàng hay điểm I UK

BI là phân giác của

AL là phân giác của

(Vì AB + AC + BC = 3BC

(

Áp dụng hệ quả của định lý Thales, trong tam giác ASL với cát tuyến UIK

Ta có hay L là trung điểm của SK

Vậy I là trọng điểm của tam giác AKS (đpcm)

**AL**

Chứng minh (x+2)(2x+1)

(luôn đúng), dấu “=” khi x = 1

Áp dụng kết quả trên, ta có

Tương tự ta cũng có: và

++]

(với a = (1)

Chứng minh (2)

Áp dụng AM - GM , ta có :

Suy ra (3) luôn đúng

(đpcm)

Dấu “=” khi a = b = c = 1.