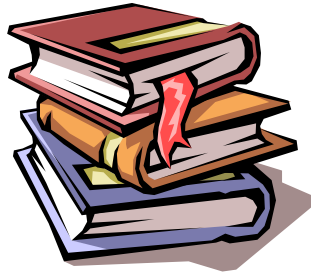


Tailieumontoan.com



Điện thoại (Zalo) 039.373.2038



CHUYÊN ĐỀ
HỆ PHƯƠNG TRÌNH



Tài liệu sưu tầm, ngày 31 tháng 5 năm 2021

CHUYÊN ĐỀ. HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Bài 1.

Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{2x}{x+1} + \frac{3y}{y-1} = 1 \\ \frac{3x}{x+1} - \frac{4y}{y-1} = 10 \end{cases}$$

Lời giải

Điều kiện xác định: $x \neq -1; y \neq 1$

Đặt $\begin{cases} u = \frac{x}{x+1} \\ v = \frac{y}{y-1} \end{cases}$ hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases} 2u + 3v = 1 \\ 3u - 4v = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8u + 12v = 4 \\ 9u - 12v = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 17u = 34 \\ 3v = 1 - 2u \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 2 \\ 3v = 1 - 2 \cdot 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 2 \\ v = -1 \end{cases}$$

Khi đó ta có $\begin{cases} \frac{x}{x+1} = 2 \\ \frac{y}{y-1} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2x + 2 \\ y = -y + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \text{ (thỏa mãn)} \\ y = \frac{1}{2} \text{ (thỏa mãn)} \end{cases}$

Vậy nghiệm của hệ phương trình $(x; y) = \left(-2; \frac{1}{2}\right)$.

Bài 2.

Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{8}{\sqrt{x-3}} + \frac{1}{|2y-1|} = 5 \\ \frac{4}{\sqrt{x-3}} + \frac{1}{|1-2y|} = 3 \end{cases}$$

Lời giải

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x \geq 0, x \neq 9 \\ y \neq \frac{1}{2} \end{cases}$

Đặt $\frac{1}{\sqrt{x-3}} = a, (a \neq 0); \frac{1}{|2y-1|} = b, (b > 0)$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 8a + b = 5 \\ 4a + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a = 2 \\ 4a + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$$

Nên ta có:

$$\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}-3} = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{|2y-1|} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x}-3=2 \\ |2y-1|=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x}=5 \\ 2y-1=\pm 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=25 \\ y=1 \\ y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=25 & (\text{thỏa mãn}) \\ y=1 & (\text{thỏa mãn}) \\ x=25 & (\text{thỏa mãn}) \\ y=0 & (\text{thỏa mãn}) \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có 2 nghiệm là: $\begin{cases} x=25 \\ y=1 \end{cases}$ và $\begin{cases} x=25 \\ y=0 \end{cases}$

Bài 3. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x-2)(y+1) = xy \\ (x+8)(y-2) = xy \end{cases}$$

Lời giải

Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x-2)(y+1) = xy \\ (x+8)(y-2) = xy \end{cases}$$

Ta có:
$$\begin{cases} (x-2)(y+1) = xy \\ (x+8)(y-2) = xy \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} xy + x - 2y - 2 = xy \\ xy - 2x + 8y - 16 = xy \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y - 2 = 0 & (1) \\ -2x + 8y - 16 = 0 & (2) \end{cases}$$

Cách 1: Sử dụng phương pháp rút – thế:

Xét phương trình (1) ta có: $x - 2y - 2 = 0$

$$\Leftrightarrow x = 2y + 2$$

Thay $x = 2y + 2$ vào phương trình (2) ta được:

$$-2(2y + 2) + 8y - 16 = 0$$

$$\Leftrightarrow -4y - 4 + 8y - 16 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4y - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow y = 5$$

Với $y = 5$, ta có: $x = 2y + 2$

$$\Leftrightarrow x = 2 \cdot 5 + 2$$

$$\Leftrightarrow x = 12$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất: $(x; y) = (12; 5)$

Cách 2: Sử dụng phương pháp cộng

Nhân cả hai vế của phương trình (1) với (2) ta được: $2x - 4y - 4 = 0$ (3)

Cộng vế với vế của phương trình (2) và phương trình (3) ta được:

$$2x - 4y - 4 - 2x + 8y - 16 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4y - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow y = 5$$

Thay $y = 5$ vào phương trình (1) ta được: $x - 2.5 - 2 = 0$

$$\Leftrightarrow x = 12$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất: $(x; y) = (12; 5)$.

Bài 4. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 5(x^2 + y^2) = 6xy + 2 \\ 2x^2 + 3x = 2y^2 + y + 3 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Lời giải

$$\begin{cases} 5(x^2 + y^2) = 6xy + 2 \\ 2x^2 + 3x = 2y^2 + y + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2 + 5y^2 = 6xy + 2 \\ 2x^2 - 2y^2 + (3x - y) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2 + 5y^2 = 6xy + 2 & (1) \\ 4x^2 - 4y^2 + 2(3x - y) = 6 & (2) \end{cases}$$

Lấy (1)+(2) vế theo vế ta được:

$$9x^2 + y^2 - 6xy + 2(3x - y) = 8$$

$$\Leftrightarrow (3x - y)^2 + 2(3x - y) + 1 = 9$$

$$\Leftrightarrow [(3x - y) + 1]^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y + 1 = 3 \\ 3x - y + 1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 2 \\ y = 3x + 4 \end{cases}$$

+ Với $y = 3x - 2$ thay vào phương trình (2) ta được

$$4x^2 - 4y^2 + 2(3x - y) = 6$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 2y^2 + (3x - y) = 3$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 2(3x - 2)^2 + (3x - 3x + 2) = 3$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 2(9x^2 - 12x + 4) - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 18x^2 + 24x - 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow 16x^2 - 24x + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow (4x - 3)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3}{4} \Rightarrow y = 3 \cdot \frac{3}{4} - 2 = \frac{1}{4}$$

+ Với $y = 3x + 4$ thay vào phương trình (2) ta được

$$4x^2 - 4y^2 + 2(3x - y) = 6$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 2y^2 + (3x - y) = 3$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 2(3x + 4)^2 + 3x - (3x + 4) - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 18x^2 - 48x - 32 - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow 16x^2 + 48x + 39 = 0$$

$$\Leftrightarrow (4x+6)^2 + 3 = 0.$$

Vô lý vì $(4x+6)^2 + 3 > 0 \quad \forall x$.

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x, y) = \left(\frac{3}{4}; \frac{1}{4}\right)$.

Bài 5. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 3\sqrt{x-1} - \frac{2}{y+2} = 4 \\ 2\sqrt{x-1} + \frac{1}{y+2} = 5 \end{cases}$$

Lời giải

Điều kiện xác định: $x \geq 1; y \neq -2$

$$\begin{cases} 3\sqrt{x-1} - \frac{2}{y+2} = 4 \\ 2\sqrt{x-1} + \frac{1}{y+2} = 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3\sqrt{x-1} - \frac{2}{y+2} = 4 \\ 4\sqrt{x-1} + \frac{2}{y+2} = 10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 7\sqrt{x-1} = 14 \\ 3\sqrt{x-1} - \frac{2}{y+2} = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-1} = 2 \\ y+2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -1 \end{cases}$$

Hệ phương trình có nghiệm duy nhất là $(5; -1)$.

Bài 6. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2\sqrt{x+y-1} - \frac{3}{2x-1} = 1 \\ 3\sqrt{x+y-1} + \frac{1}{2x-1} = 7 \end{cases}.$$

Lời giải

. Giải hệ phương trình: ĐK: $\begin{cases} x+y-1 \geq 0 \\ 2x-1 \neq 0 \end{cases}$. Đặt $\begin{cases} \sqrt{x+y-1} = a \\ \frac{1}{2x-1} = b \end{cases}$, ($a \geq 0, b \neq 0$) ta được

$$\text{hệ: } \begin{cases} 2a - 3b = 1 \\ 3a + b = 7 \end{cases}.$$

Ta có: $2a - 3b + 3(3a + b) = 1 + 3 \cdot 7 \Leftrightarrow 11a = 22 \Leftrightarrow a = 2$.

Thế $a = 2$ vào PT $3a + b = 7$, ta được: $b = 1$.

Khi đó có: $\begin{cases} 2x - 1 = 1 \\ \sqrt{x + y - 1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x + y - 1 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$. Vậy $(x; y) = (1; 4)$.

Bài 7.

Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x+1} - \frac{3}{\sqrt{y-1}} = -1 \\ \frac{2}{x+1} + \frac{4}{\sqrt{y-1}} = 3 \end{cases}$$

Lời giải

Điều kiện xác định: $x \neq -1, y \geq 0, y \neq 1$.

Đặt $\frac{1}{x+1} = a, \frac{3}{\sqrt{y-1}} = b$ ($a, b \neq 0$). Khi đó hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases} a - 3b = -1 \\ 2a + 4b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 6b = -2 \\ 2a + 4b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -10b = -5 \\ 2a + 4b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{2} \\ 2a + 4 \cdot \frac{1}{2} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{2} \\ a = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{2} \\ \frac{3}{\sqrt{y-1}} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = 2 \\ \sqrt{y-1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 9 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x, y) = (1; 9)$.

Bài 8.

Giải hệ phương trình sau

$$\begin{cases} \sqrt{x+2y-1} + \sqrt{1-x} = x+2 \\ 2y^3 - 2y^2 = x^2 + 3xy - xy^2 \end{cases}$$

Lời giải

Điều kiện xác định: $x + 2y \geq 1; x \leq 1$.

Phương trình $2y^3 - 2y^2 = x^2 + 3xy - xy^2 \Leftrightarrow 2y^3 - 2y^2 - 2xy = x^2 + xy - xy^2$

$$\Leftrightarrow 2y(y^2 - y - x) = x(x + y - y^2)$$

$$\Leftrightarrow (y^2 - y - x)(x + 2y) = 0 \Leftrightarrow y^2 - y - x = 0 \text{ (vì } x + 2y \geq 1 > 0 \text{)}.$$

Thay $x = y^2 - y$ vào phương trình $\sqrt{x+2y-1} + \sqrt{1-x} = x+2$ ta được

$$y^2 - y + 2 = \sqrt{y^2 + y - 1} + \sqrt{1 - y^2 + y} \leq \frac{y^2 + y - 1 + 1}{2} + \frac{1 - y^2 + y + 1}{2} = y + 1$$

$$\Rightarrow (y - 1)^2 \leq 0 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow x = 0$$

Thay $x = 0; y = 1$ vào hệ phương trình thỏa mãn.

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x; y) = (0; 1)$.

Bài 9. Giải phương trình
$$\begin{cases} 2x-11y = -7 \\ 10x+11y = 31 \end{cases}$$

Lời giải

$$\begin{cases} 2x-11y = -7 \\ 10x+11y = 31 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+10x = 24 \\ 2x-11y = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12x = 24 \\ 2x-11y = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2.2-11y = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 1)$.

Bài 10. Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} (x-2)(y+1) = xy \\ (x+8)(y-2) = xy \end{cases}$$

Lời giải

$$\begin{cases} (x-2)(y+1) = xy \\ (x+8)(y-2) = xy \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} xy + x - 2y - 2 = xy \\ xy - 2x + 8y - 16 = xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 2 \\ -2x + 8y = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 8y = 8 \\ -2x + 8y = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 24 \\ x - 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 5 \end{cases}$$

Vậy hệ đã cho có một nghiệm $(x; y) = (12; 5)$.

Bài 11. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x+y} + \frac{1}{\sqrt{y-2}} = 3 \\ \frac{2}{x+y} - \frac{3}{\sqrt{y-2}} = 1 \end{cases}$$

Lời giải

$$\begin{cases} \frac{1}{x+y} + \frac{1}{\sqrt{y-2}} = 3 \\ \frac{2}{x+y} - \frac{3}{\sqrt{y-2}} = 1 \end{cases} \quad \text{ĐKXĐ: } x \neq -y; y > 2. \text{ Đặt } \begin{cases} \frac{1}{x+y} = a \\ \frac{1}{\sqrt{y-2}} = b \end{cases} \quad (a \neq 0, b > 0)$$

$$\text{ta có } \begin{cases} a+b=3 \\ 2a-3b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+2b=6 \\ 2a-3b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a-3b=1 \\ 5b=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases}$$

$$\text{Với } b=1 \text{ ta được: } \frac{1}{\sqrt{y-2}} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{y-2} = 1 \Leftrightarrow y-2=1 \Leftrightarrow y=3 \quad (tm)$$

$$\text{Với } a=2 \text{ suy ra: } \frac{1}{x+3} = 2 \Leftrightarrow x+3 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-5}{2} \quad (tm)$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là $(x; y) = \left(\frac{-5}{2}; 3\right)$.

Bài 12. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{x-3} + \frac{2}{y-2} = 5 \\ 4\sqrt{x-3} + \frac{3}{y-2} = 15 \end{cases}$$

Lời giải

Điều kiện: $x \geq 3; y \neq 2$

Đặt $\sqrt{x-3} = a; \frac{1}{y-2} = b$ ($a \geq 0, b \neq 0$). Hệ đã cho trở thành $\begin{cases} a + 2b = 5 \\ 4a + 3b = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 1 \end{cases}$.

Khi đó $\begin{cases} \sqrt{x-3} = 3 \\ \frac{1}{y-2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 = 9 \\ y-2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \text{ (TM)} \\ y = 3 \text{ (TM)} \end{cases}$.

Hệ có nghiệm duy nhất $(x, y) = (12; 3)$.

Bài 12. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} (x-3)(y+2) = xy - 5 \\ (x+2)(y-3) = xy \end{cases}$$
.

Lời giải

$$\begin{cases} (x-3)(y+2) = xy - 5 \\ (x+2)(y-3) = xy \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} xy - 3y + 2x - 6 = xy - 5 \\ xy + 2y - 3x - 6 = xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ -3x + 2y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 9y = 3 \\ -6x + 4y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 9y = 3 \\ -6x + 4y = 12 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ -5y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 9 = 1 \\ y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -3 \end{cases}$$

Vậy $(x; y) = (-4; -3)$ là nghiệm của hệ phương trình.

Bài 13. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (3x+2)(2y-3) = 6xy \\ (4x+5)(y-5) = 4xy \end{cases}$$

Lời giải

$$\begin{cases} (3x+2)(2y-3) = 6xy \\ (4x+5)(y-5) = 4xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6xy - 9x + 4y - 6 = 6xy \\ 4xy - 20x + 5y - 25 = 4xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -9x + 4y = 6 \\ -20x + 5y = 25 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} -45x + 30y = 30 \\ -80x + 20y = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 35x = -70 \\ -20x + 5y = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ 40 + 5y = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm: $(x; y) = (-2; -3)$.

Bài 14. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3\sqrt{x-1} + 2\sqrt{y} = 13 \\ 2\sqrt{x-1} - \sqrt{y} = 4 \end{cases}$$
.

Lời giải

ĐKXĐ: $x \geq 1; y \geq 0$

$$\text{Đặt } \begin{cases} \sqrt{x-1} = a \\ \sqrt{y} = b \end{cases} \quad (\text{ĐK: } a, b \geq 0).$$

$$\text{Hệ phương trình trở thành } \begin{cases} 3a + 2b = 13 \\ 2a - b = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a + 2b = 13 \\ 4a - 2b = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7a = 21 \\ 2a - b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn điều kiện})$$

Trở về ẩn cũ

$$\begin{cases} \sqrt{x-1} = 3 \\ \sqrt{y} = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-1 = 9 \\ y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 4 \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn điều kiện})$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (10; 4)$

Bài 15. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = \frac{4x-3}{5} \\ x + 3y = \frac{15-9y}{14} \end{cases}$$

Lời giải

$$\begin{cases} x + y = \frac{4x-3}{5} \\ x + 3y = \frac{15-9y}{14} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5(x+y) = 4x-3 \\ 14(x+3y) = 15-9y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x+5y = 4x-3 \\ 14x+42y = 15-9y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3-5y \\ 14(-3-5y) + 51y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3-5y \\ -19y = 57 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = -3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (12; -3)$

Bài 16. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{2}{\sqrt{x-1}} + |3y-2| = 3 \\ -3|3y-2| + \frac{1}{\sqrt{x-1}} = -2 \end{cases}$$

Lời giải

Điều kiện xác định: $x > 1$.

$$\text{Đặt } \frac{1}{\sqrt{x-1}} = a; \quad |3y-2| = b; \quad (\text{ĐK: } a > 0; b \geq 0).$$

$$\text{Hệ trở thành: } \begin{cases} 2a + b = 3 \\ a - 3b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 3 \\ 2a - 6b = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 3 \\ 7b = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1(TM) \\ b = 1(TM) \end{cases}$$

$$\text{Với } a = 1 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x-1}} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x-1} = 1 \Leftrightarrow x = 2(TM).$$

$$\text{Với } b=1 \Rightarrow |3y-2|=1 \Leftrightarrow \begin{cases} 3y-2=1 \\ 3y-2=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=1(TM) \\ y=\frac{1}{3}(TM) \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) \in \left\{ (2; 1); \left(2; \frac{1}{3} \right) \right\}$.

Bài 17. Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} \frac{2}{x-y} + \sqrt{x-1} = 5 \\ \frac{3}{x-y} - 2\sqrt{x-1} = 4 \end{cases}$$

Lời giải

$$\text{ĐKXĐ: } \begin{cases} x \neq y \\ x \geq 1 \end{cases}$$

$$\text{Đặt } \frac{1}{x-y} = a; \sqrt{x-1} = b \quad (a \neq 0; b \geq 0)$$

$$\text{Hệ đã cho trở thành } \begin{cases} 2a+b=5 \\ 3a-2b=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a+2b=10 \\ 3a-2b=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7a=14 \\ 2a+b=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2(TM) \\ b=1(TM) \end{cases}$$

$$\text{Thay } \frac{1}{x-y} = a; \sqrt{x-1} = b$$

Ta có:

$$\begin{cases} \frac{1}{x-y} = 2 \\ \sqrt{x-1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x-y} = 2 \\ x-1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2-y} = 2 \\ x=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2-y = \frac{1}{2} \\ x=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y = \frac{3}{2} \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn ĐKXĐ}).$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình đã cho là: $\left(2; \frac{3}{2} \right)$

Bài 18. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{8}{\sqrt{x-3}} + \frac{1}{2y-1} = 5 \\ \frac{4}{\sqrt{x-3}} + \frac{1}{2y-1} = 3 \end{cases}$$
.

Lời giải

$$\text{Điều kiện } x \geq 0; x \neq 9; y \neq \frac{1}{2}.$$

$$\text{Đặt } a = \frac{1}{\sqrt{x-3}}, (a \neq 0); b = \frac{1}{2y-1}, (b \neq 0), \text{ ta có hệ phương trình:}$$

$$\begin{cases} 8a+b=5 \\ 4a+b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a=2 \\ 4a+b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b=1 \end{cases}$$

$$\text{Từ đó: } \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}-3} = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2y-1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x}-3=2 \\ 2y-1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=25 \\ y=1 \end{cases} \text{ (tm).}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (25; 1)$.

Bài 19. Giải hệ phương trình sau
$$\begin{cases} 5(x+2y) = 3x-8 \\ 2x+4 = 3x-15y-12 \end{cases}$$

Lời giải

$$\begin{cases} 5(x+2y) = 3x-8 \\ 2x+4 = 3x-15y-12 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x+5y = -4 \\ -x+15y = -16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+5y = -4 \\ 20y = -20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; -1)$.

Bài 20. Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} |x| + \frac{1}{y-1} = 3 \\ 2|x| - \frac{1}{y-1} = 0 \end{cases}$$

Lời giải

Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} |x| + \frac{1}{y-1} = 3 \\ 2|x| - \frac{1}{y-1} = 0 \end{cases}$$

ĐKXD: $y \neq 1$

Hệ phương trình tương đương
$$\begin{cases} 3|x| = 3 \\ |x| + \frac{1}{y-1} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x| = 1 \\ \frac{1}{y-1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ \frac{1}{y-1} = 2 \\ x = -1 \\ \frac{1}{y-1} = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{3}{2} \end{cases} \text{ (TM)} \\ \begin{cases} x = -1 \\ y = \frac{3}{2} \end{cases} \text{ (TM)} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $\begin{cases} x=1 \\ y=\frac{3}{2} \end{cases}; \begin{cases} x=-1 \\ y=\frac{3}{2} \end{cases}$

Bài 21. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} \frac{2}{x-2} + \frac{1}{y+1} = 2 \\ \frac{4}{x-2} - \frac{3}{y+1} = 1 \end{cases}$

Lời giải

Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} \frac{2}{x-2} + \frac{1}{y+1} = 2 \\ \frac{4}{x-2} - \frac{3}{y+1} = 1 \end{cases}$

Đk: $x \neq 2; y \neq -1$

Đặt $\frac{1}{x-2} = a; \frac{1}{y+1} = b$

Hệ phương trình trở thành $\begin{cases} 2a + b = 2 \\ 4a - 3b = 1 \end{cases}$

Giải hệ phương trình ta được $\begin{cases} a = \frac{7}{10} \\ b = \frac{3}{5} \end{cases}$

Thay $\frac{1}{x-2} = a; \frac{1}{y+1} = b$, ta được:

$\begin{cases} \frac{1}{x-2} = \frac{7}{10} \\ \frac{1}{y+1} = \frac{3}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = \frac{10}{7} \\ y+1 = \frac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{24}{7} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases}$ (thỏa mãn)

Kết luận hệ phương trình có nghiệm là $\left(\frac{24}{7}; \frac{2}{3}\right)$.

Bài 22. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} |x-1| + \frac{2}{\sqrt{y}} = 2 \\ \frac{4}{\sqrt{y}} - |x-1| = 1 \end{cases}$$

Lời giải

Điều kiện: $y > 0$

$$\text{Đặt: } \begin{cases} a = |x-1| \\ b = \frac{1}{\sqrt{y}} \end{cases} \quad (a \geq 0, b > 0)$$

Thay vào hệ ta được:

$$\begin{cases} a + 2b = 2 \\ -a + 4b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Với } \begin{cases} a = 1 \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |x-1| = 1 \\ \frac{1}{\sqrt{y}} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 0 \\ y = 4 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của hệ phương trình là: $S = \{(2; 4); (0; 4)\}$

Bài 23. Giải hệ phương trình :

$$\begin{cases} 5|x-1| - 3|y+2| = 7 \\ 2\sqrt{4x^2 - 8x + 4} + 5\sqrt{y^2 + 4y + 4} = 13 \end{cases}$$

Lời giải

$$\begin{cases} 5|x-1| - 3|y+2| = 7 \\ 2\sqrt{4x^2 - 8x + 4} + 5\sqrt{y^2 + 4y + 4} = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5|x-1| - 3|y+2| = 7 \\ 2 \cdot |2x-2| + 5 \cdot |y+2| = 13 \end{cases}$$

Đặt $|x-1| = a, |y+2| = b (a \geq 0, b \geq 0)$

$$\text{Ta có hệ pt: } \begin{cases} 5a - 3b = 7 \\ 4a + 5b = 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 20a - 12b = 28 \\ 20a + 25b = 65 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 37b = 37 \\ 5a - 3b = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ a = 2 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |x-1| = 2 \\ |y+2| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x-1 = 2 \\ x-1 = -2 \end{cases} \\ \begin{cases} y+2 = 1 \\ y+2 = -1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases} \\ \begin{cases} y = -1 \\ y = -3 \end{cases} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có các nghiệm là: $\{(3; -1), (3; -3), (-1; -1), (-1; -3)\}$.

Bài 24. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{x-3} - \frac{4}{y} = 5 \\ 3\sqrt{x-3} + \frac{4}{y} = -1 \end{cases}$$

Lời giải

$$\begin{cases} \sqrt{x-3} - \frac{4}{y} = 5 \\ 3\sqrt{x-3} + \frac{4}{y} = -1 \end{cases} \text{ . ĐKXĐ: } x \geq 3, y \neq 0.$$

Đặt $a = \sqrt{x-3}$ ($a \geq 0$) và $\frac{1}{y} = b$, ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} a-4b=5 \\ 3a+4b=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \text{ (t/m)} \\ b=-1 \end{cases}.$$

Do đó $\begin{cases} \sqrt{x-3}=1 \\ \frac{1}{y}=-1 \end{cases}$. Ta tìm được $\begin{cases} x=4 \\ y=-1 \end{cases}$ (thỏa mãn).

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y) = (4; -1)$.

Bài 25. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3(x+1)+2(x+2y)=4 \\ 4(x+1)-(x+2y)=9 \end{cases}$$

Lời giải

Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3(x+1)+2(x+2y)=4 \\ 4(x+1)-(x+2y)=9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x+3+2x+4y=4 \\ 4x+4-x-2y=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x+4y=1 \\ 3x-2y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x+4y=1 \\ 6x-4y=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x=11 \\ 3x-2y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ 3-2y=5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (1; -1)$.

Bài 26. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y-1} = 3 \\ \frac{3}{x} - \frac{2}{y-1} = 4 \end{cases}.$$

Lời giải

Đặt $\frac{1}{x} = a$, $\frac{1}{y-1} = b$ (Điều kiện $a, b \neq 0$)

Khi đó hệ phương trình đã cho trở thành

$$\begin{cases} a+b=3 \\ 3a-2b=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+2b=6 \\ 3a-2b=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5a=10 \\ a+b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases} \text{ (Thỏa mãn điều kiện)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x}=2 \\ \frac{1}{y-1}=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=2 \end{cases}.$$

Vậy hệ phương trình đã cho có 1 nghiệm là $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

Bài 27. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{3}{x+y} + \frac{2}{y-x} = 8 \\ \frac{1}{x+y} - \frac{3}{y-x} = -1 \end{cases}$$

Lời giải

Hệ phương trình :
$$\begin{cases} \frac{3}{x+y} + \frac{2}{y-x} = 8 \\ \frac{1}{x+y} - \frac{3}{y-x} = -1 \end{cases} \quad (\text{Điều kiện xác định: } x \neq \pm y)$$

Ta có:
$$\begin{cases} \frac{3}{x+y} + \frac{2}{y-x} = 8 \\ \frac{1}{x+y} - \frac{3}{y-x} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{x+y} + \frac{2}{y-x} = 8 \\ \frac{3}{x+y} - \frac{9}{y-x} = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{11}{y-x} = 11 \\ \frac{1}{x+y} = -1 + \frac{3}{y-x} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y-x=1 \\ \frac{1}{x+y}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y-x=1 \\ x+y=\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y=\frac{3}{2} \\ -2x=\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\frac{3}{4} \\ x=-\frac{1}{4} \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn})$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là $(x; y) = \left(-\frac{1}{4}; \frac{3}{4}\right)$

Nên dùng phương pháp đặt ẩn phụ $\frac{1}{x+y} = a; \frac{1}{y-x} = b$

Bài 28. Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x - \frac{1}{x+2y} = \frac{7}{4} \\ -\frac{5x}{2} + \frac{2x+4y+4}{x+2y} = -2 \end{cases}$$

Lời giải

Hệ phương trình :
$$\begin{cases} x - \frac{1}{x+2y} = \frac{7}{4} \\ -\frac{5x}{2} + \frac{2x+4y+4}{x+2y} = -2 \end{cases} \quad (\text{Điều kiện xác định: } x \neq -2y)$$

Ta có:
$$\begin{cases} x - \frac{1}{x+2y} = \frac{7}{4} \\ -\frac{5x}{2} + \frac{2x+4y+4}{x+2y} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{1}{x+2y} = \frac{7}{4} \\ -\frac{5x}{2} + 2 + \frac{4}{x+2y} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x - \frac{5}{x+2y} = \frac{35}{4} \\ -5x + \frac{8}{x+2y} = -8 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{x+2y} = \frac{3}{4} \\ x = \frac{7}{4} + \frac{1}{x+2y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y=4 \\ x = \frac{7}{4} + \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ 2+2y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ 2y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases} \quad (\text{thỏa}$$

mãn)

Vậy hệ phương trình có nghiệm là (2;1)

2) Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d_m): $y = mx + 2$ (m là tham số)

a) hoành độ giao điểm của (d_m) và (P) là nghiệm của phương trình:

$$x^2 = mx + 2 \Leftrightarrow x^2 - mx - 2 = 0 \quad (1)$$

Vì $ac = 1 \cdot (-2) = -2 < 0 \Rightarrow$ phương trình (1) luôn có hai nghiệm trái dấu với mọi m

Vậy với mọi giá trị của m thì (d_m) và (P) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B nằm về hai phía của trục tung ($x_1 \cdot x_2 < 0$).

Bài 29. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \sqrt{x-1} + \frac{1}{y} = 3 \\ 2\sqrt{x-1} - \frac{1}{y} = 3 \end{cases}$$

Lời giải

Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \sqrt{x-1} + \frac{1}{y} = 3 & (1) \\ 2\sqrt{x-1} - \frac{1}{y} = 3 & (2) \end{cases}$$

Điều kiện : $x \geq 1; y \neq 0$

Cộng vế với vế của hai phương trình (1) và (2) ta được

$$\sqrt{x-1} + \frac{1}{y} + 2\sqrt{x-1} - \frac{1}{y} = 3 + 3$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x-1} = 6 \Leftrightarrow \sqrt{x-1} = 2 \Leftrightarrow x-1 = 4 \Leftrightarrow x = 5$$

Thay $\sqrt{x-1} = 2$ vào phương trình (1) ta được

$$2 + \frac{1}{y} = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{y} = 1 \Leftrightarrow y = 1$$

Đối chiếu với điều kiện ta thấy $x = 5; y = 1$ thỏa mãn điều kiện $x \geq 1; y \neq 0$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(x; y) = (5; 1)$

Bài 30. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{x}{2x+y} + \frac{1}{\sqrt{y-1}} = 2 \\ \frac{3x}{2x+y} - \frac{2}{\sqrt{y-1}} = 1 \end{cases}$$

Lời giải

Điều kiện: $2x \neq -y; y > 1$

Đặt $\frac{x}{2x+y} = a$ và $\frac{1}{\sqrt{y-1}} = b$, ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} a+b=2 \\ 3a-2b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{2x+y}=1 \\ \frac{1}{\sqrt{y-1}}=1 \end{cases} \Rightarrow y=2 \Rightarrow x=-2 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(x; y) = (-2; 2)$

Bài 31. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} |x-1| + \frac{2}{y} = 2 \\ \frac{4}{y} - |x-1| = 1 \end{cases}.$$

Lời giải

$$\begin{cases} |x-1| + \frac{2}{y} = 2 \\ \frac{4}{y} - |x-1| = 1 \end{cases} \quad \text{Điều kiện } y \neq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |x-1| + \frac{2}{y} = 2 \\ \frac{6}{y} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x-1| + \frac{2}{y} = 2 \\ y = \frac{6}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x-1| + \frac{2}{y} = 2 \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x-1| = 1 \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = 1 \\ x-1 = -1 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x-1 = 1 \\ y = 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x-1 = -1 \\ y = 2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)} \\ \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(2; 2), (0; 2)$.

Bài 32. Giải hệ phương trình (I)
$$\begin{cases} 2\sqrt{x+1} - 3\sqrt{y-2} = 5 \\ 4\sqrt{x+1} + \sqrt{y-2} = 17 \end{cases}.$$

Lời giải

Giải hệ phương trình (I)
$$\begin{cases} 2\sqrt{x+1} - 3\sqrt{y-2} = 5 \\ 4\sqrt{x+1} + \sqrt{y-2} = 17 \end{cases}.$$

ĐKXD: $x \geq -1; y \geq 2$.

Đặt $\sqrt{x+1} = a; \sqrt{y-2} = b, (a \geq 0; b \geq 0)$.

Ta được:

$$(I) \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 3b = 5 \\ 4a + b = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 3b = 5 \\ 12a + 3b = 51 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 14a = 56 \\ 4a + b = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ 4 \cdot 4 + b = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 1 \end{cases} \text{ (TMĐK)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x+1} = 4 \\ \sqrt{y-2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = 16 \\ y-2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15(TM) \\ y = 3(TM) \end{cases}.$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (15; 3)$.

Bài 33. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{1}{x+2} + 2\sqrt{y-3} = 7 \\ \frac{2}{x+2} - 3\sqrt{y-3} = -7 \end{cases}$$

Lời giải

Điều kiện xác định: $y \geq 3, x \neq -2$

$$\begin{cases} \frac{1}{x+2} + 2\sqrt{y-3} = 7 \\ \frac{2}{x+2} - 3\sqrt{y-3} = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{x+2} + 4\sqrt{y-3} = 14 \\ \frac{2}{x+2} - 3\sqrt{y-3} = -7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 7\sqrt{y-3} = 21 \\ \frac{1}{x+2} + 2\sqrt{y-3} = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{y-3} = 3 \\ \frac{1}{x+2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 12 \\ x = -1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (-1; 12)$

Bài 34. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3(x-2) - \frac{2}{y+3} = 4 \\ 2(x-2) + \frac{1}{y+3} = 5 \end{cases}$$

Lời giải

1) Điều kiện xác định $y \neq -3$.

$$\begin{cases} 3(x-2) - \frac{2}{y+3} = 4 \\ 2(x-2) + \frac{1}{y+3} = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(x-2) - \frac{2}{y+3} = 4 \\ 4(x-2) + \frac{2}{y+3} = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7(x-2) = 14 \\ 4(x-2) + \frac{2}{y+3} = 10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = 2 \\ 4(x-2) + \frac{2}{y+3} = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ \frac{2}{y+3} = 10 - 4(x-2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ \frac{2}{y+3} = 10 - 4(4-2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ \frac{2}{y+3} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y+3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -2(\text{thỏa mãn}) \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình $(x; y) = (4; -2)$

Bài 35. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} |x+2| + \frac{4}{|2y-1|} = 5 \\ 3|x+2| - \frac{2}{|2y-1|} = 1 \end{cases}$$

Lời giải

$$\begin{cases} |x+2| + \frac{4}{|2y-1|} = 5 \\ 3|x+2| - \frac{2}{|2y-1|} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x+2| + \frac{4}{|2y-1|} = 5 \\ 6|x+2| - \frac{4}{|2y-1|} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7|x+2| = 7 \\ |x+2| + \frac{4}{|2y-1|} = 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |x+2| = 1 \\ 1 + \frac{4}{|2y-1|} = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x+2=1 \\ x+2=-1 \end{cases} \\ \begin{cases} 2y-1=1 \\ 2y-1=-1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x=-1 \\ x=-3 \end{cases} \\ \begin{cases} y=1 \\ y=0 \end{cases} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) \in \{(-1;1); (-3;1); (-1;0); (-3;0)\}$

Bài 36. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{1}{x+3} - \frac{2}{y-1} = 9 \\ \frac{3}{x+3} + \frac{1}{y-1} = 6 \end{cases}$$

Lời giải

Điều kiện: $x \neq -3; y \neq 1$

Đặt
$$\begin{cases} \frac{1}{x+3} = a \\ \frac{1}{y-1} = b \end{cases}$$

Ta được hệ sau:
$$\begin{cases} a - 2b = 9 \\ 3a + b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 6b = 27 \\ 3a + b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7b = 21 \\ 3a + b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -3 \\ a = 3 \end{cases}$$

Từ đó ta có:
$$\begin{cases} \frac{1}{x+3} = 3 \\ \frac{1}{y-1} = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+3 = \frac{1}{3} \\ y-1 = -\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{8}{3} \text{ (thỏa mãn)} \\ y = \frac{2}{3} \text{ (thỏa mãn)} \end{cases} \quad (1)$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là
$$\begin{cases} x = -\frac{8}{3} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Bài 37. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} |x+1| - 2\sqrt{y+3} = 1 \\ 3|x+1| + 2\sqrt{y+3} = 11 \end{cases}$$

Lời giải

Điều kiện xác định $y \geq -3$.

$$\begin{aligned} & \begin{cases} |x+1| - 2\sqrt{y+3} = 1 \\ 3|x+1| + 2\sqrt{y+3} = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4|x+1| = 12 \\ 3|x+1| + 2\sqrt{y+3} = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x+1| = 3 \\ 3|x+1| + 2\sqrt{y+3} = 11 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} |x+1| = 3 \\ 3 \cdot 3 + 2\sqrt{y+3} = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x+1| = 3 \\ \sqrt{y+3} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x+1| = 3 \\ y = -2 \text{ (thỏa mãn)} \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x+1 = 3 \\ y = -2 \end{cases} \\ \begin{cases} x+1 = -3 \\ y = -2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 2 \\ y = -2 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -4 \\ y = -2 \end{cases} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình $(x; y) \in \{(2; -2), (-4; -2)\}$.

Bài 38. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x - 2(y-1) = 6 \\ 2(x-1) + y = 3 \end{cases}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 3x - 2(y-1) = 6 \\ 2(x-1) + y = 3 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 2x + y = 5 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 4x + 2y = 10 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 14 \\ y = 5 - 2x \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (2; 1)$.

Bài 39. Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{4y-8} = 8 \\ \sqrt{9x} - \sqrt{y-2} = 3 \end{cases}$$

Lời giải

Điều kiện: $x \geq 0; y \geq 2$.

$$(I) \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} + 2\sqrt{y-2} = 8 \\ 3\sqrt{x} - \sqrt{y-2} = 3 \end{cases}$$

Đặt $a = \sqrt{x}; b = \sqrt{y-2}$ ($a \geq 0; b \geq 0$)

Khi đó ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a+2b=8 \\ 3a-b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+2b=8 \\ 6a-2b=6 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a+2b=8 \\ 7a=14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=3 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Thay $a=2=\sqrt{x} \Rightarrow x=4$ (thỏa mãn).

$b=3=\sqrt{y-2} \Rightarrow y-2=9 \Rightarrow y=11$ (thỏa mãn).

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (4; 11)$.

Bài 40. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 5(x+2y)-3x+3y=99 \\ x-3y=7x-4y-17 \end{cases}$$

Lời giải

$$\begin{cases} 5(x+2y)-3x+3y=99 \\ x-3y=7x-4y-17 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 5x+10y-3x+3y=99 \\ 7x-4y-x+3y=17 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+13y=99 \\ 6x-y=17 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 6x+39y=297 \\ 6x-y=17 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 40y=280 \\ 6x-y=17 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} y=7 \\ 6x=y+17 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 6x=24 \\ y=7 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=7 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có một nghiệm là $(x; y) = (4; 7)$.

Bài 41. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{2}{\sqrt{x-1}} - \sqrt{y-x} = 1 \\ \frac{3}{\sqrt{x-1}} + \sqrt{y-x} = 1 \end{cases}$$

Lời giải

$$\text{Điều kiện xác định } \begin{cases} x > 1 \\ y \geq x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{2}{\sqrt{x-1}} - \sqrt{y-x} = 1 \\ \frac{3}{\sqrt{x-1}} + \sqrt{y-x} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{\sqrt{x-1}} - \sqrt{y-x} = 1 \\ \frac{5}{\sqrt{x-1}} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{5} - \sqrt{y-x} = 1 \\ \frac{1}{\sqrt{x-1}} = \frac{2}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{y-x} = -\frac{1}{5} \\ \sqrt{x-1} = \frac{5}{2} \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{y-x} = -\frac{1}{5} \\ x = \frac{29}{4} \end{cases}$$

Ta có phương trình $\sqrt{y-x} = -\frac{1}{5}$ vô nghiệm vì $\sqrt{y-x} = -\frac{1}{5} < 0$

Vậy hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

Bài 42. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{3}{x-2} + \frac{6}{\sqrt{y-2}} = \frac{21}{10} \\ \frac{4}{x-2} - \frac{9}{\sqrt{y-2}} = \frac{-29}{20} \end{cases}$$

Lời giải

ĐKXD: $x \neq 2, y > 2$

Đặt $\frac{1}{x-2} = a, \frac{1}{\sqrt{y-2}} = b$ ($a \neq 0, b > 0$). Khi đó, hệ phương trình trở thành

$$\begin{cases} 3a + 6b = \frac{21}{10} \\ 4a - 9b = \frac{-29}{20} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 12a + 24b = \frac{42}{5} \\ 12a - 27b = \frac{-87}{20} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 51b = \frac{51}{4} \\ 3a + 6b = \frac{21}{10} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{4} \\ a = \frac{1}{5} \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} \frac{1}{x-2} = \frac{1}{5} \\ \frac{1}{\sqrt{y-2}} = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=7 \\ y=18 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (7; 18)$.

Bài 43. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{36} \\ \frac{4}{x} + \frac{3}{y} = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Lời giải

Điều kiện $x \neq 0, y \neq 0$.

Đặt $\begin{cases} \frac{1}{x} = a \\ \frac{1}{y} = b \end{cases}$ ta được hệ phương trình:

$$\begin{cases} a+b = \frac{5}{36} \\ 4a+3b = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{5}{36} - b \\ 4\left(\frac{5}{36} - b\right) + 3b = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{5}{36} - b \\ b = \frac{1}{18} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{12} \\ b = \frac{1}{18} \end{cases}$$

Suy ra $\begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{12} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{18} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=12 \\ y=18 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (12; 18)$.

Bài 44. Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} \frac{2}{x+3} + \frac{3}{y-1} = 5 \\ \frac{4}{x+3} - \frac{1}{2(y-1)} = -3 \end{cases}$$

Lời giải

Điều kiện: $x \neq -3, y \neq 1$.

Đặt $a = \frac{1}{x+3}, b = \frac{1}{y-1}$. Hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases} 2a+3b=5 \\ 4a-\frac{1}{2}b=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+3b=5 \\ b=8a+6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+3b=5 \\ b=8a+6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+3(8a+6)=5 \\ b=8a+6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 26a=-13 \\ b=8a+6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 2 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} \frac{1}{x+3} = -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{y-1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 (TM) \\ y = \frac{3}{2} (TM) \end{cases}$$

$$\text{Vậy nghiệm của hệ phương trình là: } \begin{cases} x = -5 \\ y = \frac{3}{2} \end{cases}.$$

Bài 45. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x + 3\sqrt{y-2} = 5 \\ 3x - 2\sqrt{y-2} = 1 \end{cases}.$$

Lời giải

Điều kiện xác định: $y \geq 2$.

Với $y \geq 2$ ta có:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 2x + 3\sqrt{y-2} = 5 \\ 3x - 2\sqrt{y-2} = 1 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 6\sqrt{y-2} = 10 \\ 9x - 6\sqrt{y-2} = 3 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} 13x = 13 \\ 3x - 2\sqrt{y-2} = 1 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 2\sqrt{y-2} = 2 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ \sqrt{y-2} = 1 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y - 2 = 1 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)} \end{aligned}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x, y) = (1; 3)$.

Bài 46. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3(x+1) - y = 6 - 2y \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} 3(x+1) - y = 6 - 2y \\ 2x - y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + y = 3 \\ 2x - y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ 2x - y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x, y) = (2; -3)$.

Bài 47. Giải hệ phương trình sau

$$\begin{cases} 3\sqrt{\frac{1}{x}} + 2\sqrt{y-1} = 5 \\ 2\sqrt{\frac{1}{x}} - \sqrt{y-1} = 1 \end{cases}$$

Lời giải:

ĐKXD: $x > 0, y \geq 1$.

$$\begin{cases} 3\sqrt{\frac{1}{x}} + 2\sqrt{y-1} = 5 \\ 2\sqrt{\frac{1}{x}} - \sqrt{y-1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3\sqrt{\frac{1}{x}} + 2\sqrt{y-1} = 5 \\ 4\sqrt{\frac{1}{x}} - 2\sqrt{y-1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7\sqrt{\frac{1}{x}} = 7 \\ 4\sqrt{\frac{1}{x}} - 2\sqrt{y-1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{x}} = 1 \\ \sqrt{y-1} = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = 1 \\ y-1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1(tm) \\ y = 2(tm) \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x, y) = (1; 2)$.

Bài 48. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{3x}{x-2} - \frac{2}{y+1} = 11 \\ \frac{2x}{x-2} + \frac{1}{y+1} = 5 \end{cases}$$

Lời giải

1) Điều kiện $x \neq 2, y \neq -1$

2) Đặt ẩn $\frac{x}{x-2} = a, \frac{1}{y+1} = b$ (*) ($b \neq 0$). Khi đó hệ phương trình trở thành:

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 2b = 11 \\ 2a + b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 2b = 11 \\ 4a + 2b = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7a = 21 \\ 2a + b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -1(t/m) \end{cases}$$

Suy ra thay vào (*), ta được:

$$\begin{cases} \frac{x}{x-2} = 3 \\ \frac{1}{y+1} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 6 = x \\ y + 1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3(t/m) \\ y = -2(t/m) \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là: $(x, y) = (3; -2)$

Bài 49. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{3}{x-1} + \frac{1}{\sqrt{y+2}} = 4 \\ \frac{2}{x-1} + \frac{3}{\sqrt{y+2}} = 5 \end{cases}$$

Lời giải

1. Điều kiện xác định của hệ là $\begin{cases} x \neq 1 \\ y > -2 \end{cases}$

$$\begin{cases} \frac{3}{x-1} + \frac{1}{\sqrt{y+2}} = 4 \\ \frac{2}{x-1} + \frac{3}{\sqrt{y+2}} = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{6}{x-1} + \frac{2}{\sqrt{y+2}} = 8 \\ \frac{6}{x-1} + \frac{9}{\sqrt{y+2}} = 15 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{7}{\sqrt{y+2}} = 7 \\ \frac{6}{x-1} + \frac{9}{\sqrt{y+2}} = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{y+2} = 1 \\ x-1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = 2 \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn điều kiện})$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là: $(x, y) = (2, -1)$

Bài 50. Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{2x-1} + \frac{1}{\sqrt{x-y}} = 2 \\ 2\sqrt{2x-1} - \frac{1}{\sqrt{x-y}} = 1 \end{cases}$.

Lời giải

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{2x-1} + \frac{1}{\sqrt{x-y}} = 2 \\ 2\sqrt{2x-1} - \frac{1}{\sqrt{x-y}} = 1 \end{cases}$.

Điều kiện: $x > y, x \geq \frac{1}{2}$.

Đặt $\begin{cases} a = \sqrt{2x-1} \\ b = \frac{1}{\sqrt{x-y}} \end{cases}$ ($a \geq 0, b > 0$) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a+b=2 \\ 2a-b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a=3 \\ a+b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ a+b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{2x-1}=1 \\ \frac{1}{\sqrt{x-y}}=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-1=1 \\ x-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn}).$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; 0)$

Bài 51. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} (x^2 - 2x) + 3y = 5 \\ 2(x^2 - 2x) - 3y = -8 \end{cases}$.

Lời giải

Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} (x^2 - 2x) + 3y = 5 \\ 2(x^2 - 2x) - 3y = -8 \end{cases}$$

Đặt $x^2 - 2x = a$, ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} a + 3y = 5 \\ 2a - 3y = -8 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a = -3 \\ a + 3y = 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - 2x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x + 1 = 0 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 = 0 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x, y) = (1; 2)$.

Bài 52. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x - y = 2m - 1 \\ x + 2y = 3m + 2 \end{cases} \quad (1).$$

- 1) Giải hệ phương trình đã cho khi $m = 1$.
- 2) Tìm hệ thức liên hệ giữa các nghiệm không phụ thuộc giá trị của m .
- 3) Tìm m để hệ (1) có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn: .

Lời giải

1) Thay $m = 1$ vào hệ đã cho ta được hệ
$$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 2y = 2 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 7 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất $(x, y) = (1; 2)$.

2)
$$\begin{cases} 3x - y = 2m - 1 \\ x + 2y = 3m + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x - 3y = 6m - 3 \\ 2x + 4y = 6m + 4 \end{cases}$$

Trừ vế cho vế hai phương trình của hệ ta được $7x - 7y = -7 \Leftrightarrow x - y = -1$.

Vậy $x - y = -1$.

3)
$$\begin{cases} 3x - y = 2m - 1 \\ x + 2y = 3m + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x - 3y = 6m - 3 \\ 2x + 4y = 6m + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x - 7y = -7 \\ 2x + 4y = 6m + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = -1 \\ x + 2y = 3m + 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = y - 1 \\ y - 1 + 2y = 3m + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y - 1 \\ 3y = 3m + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y - 1 \\ y = m + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ y = m + 1 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } x^2 + y^2 = 10 \Leftrightarrow m^2 + (m+1)^2 = 10 \Leftrightarrow m^2 + m^2 + 2m + 1 = 10 \Leftrightarrow 2m^2 + 2m - 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{-1 \pm \sqrt{19}}{2}$$

$$\text{Vậy } m = \frac{-1 \pm \sqrt{19}}{2}$$

Bài 53.

$$\text{Giải hệ phương trình: } \begin{cases} 2\sqrt{x} - \frac{1}{y-1} = 1 \\ 3\sqrt{x} + \frac{2}{y-1} = 12 \end{cases}$$

Lời giảiĐKXĐ $x \geq 0; y \neq 1$

Ta có:

$$\begin{cases} 2\sqrt{x} - \frac{1}{y-1} = 1 \\ 3\sqrt{x} + \frac{2}{y-1} = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4\sqrt{x} - \frac{2}{y-1} = 2 \\ 3\sqrt{x} + \frac{2}{y-1} = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7\sqrt{x} = 14 \\ 2\sqrt{x} - \frac{1}{y-1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = 2 \\ 4 - \frac{1}{y-1} = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4(tm) \\ y = \frac{4}{3}(tm) \end{cases}$$

$$\text{Vậy hệ phương trình có nghiệm là } (x; y) = \left(4; \frac{4}{3}\right)$$

Bài 54.

$$\text{Giải hệ phương trình: } \begin{cases} \sqrt{3x+1} - \frac{4}{2x-y} = 2 \\ 2\sqrt{3x+1} + \frac{6}{y-2x} = 5 \end{cases}$$

Lời giải:

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} 3x+1 \geq 0 \\ 2x-y \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{-1}{3} \\ 2x-y \neq 0 \end{cases}$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} A = \sqrt{3x+1} & (A \geq 0) \\ B = \frac{1}{2x-y} & (B \neq 0) \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} \sqrt{3x+1} - \frac{4}{2x-y} = 2 \\ 2\sqrt{3x+1} + \frac{6}{y-2x} = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{3x+1} - 4 \cdot \frac{1}{2x-y} = 2 \\ 2\sqrt{3x+1} - 6 \cdot \frac{1}{2x-y} = 5 \end{cases}$$

Thay (1) vào hệ phương trình:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} A - 4B = 2 \\ 2A - 6B = 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2A - 8B = 4 \\ 2A - 6B = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2B = -1 \\ 2A - 6B = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B = \frac{1}{2} \\ 2A - 6 \cdot \frac{1}{2} = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B = \frac{1}{2} \\ 2A - 3 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B = \frac{1}{2} \\ 2A = 8 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} B = \frac{1}{2} \\ A = 4 \end{cases} \text{ Thay vào (1) ta được: } \begin{cases} \sqrt{3x+1} = 4 \\ \frac{1}{2x-y} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+1 = 16 \\ 2x-y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 15 \\ 2x-y = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ 2.5 - y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 8 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $x = 5 ; y = 8$

Bài 55. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{|x|} - 2y = 4 \\ \frac{2}{|x|} + y = 3 \end{cases}$$

Lời giải

Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{|x|} - 2y = 4 \\ \frac{2}{|x|} + y = 3 \end{cases}$$

Điều kiện: $x \neq 0$.

Ta có:
$$\begin{cases} \frac{1}{|x|} - 2y = 4 \\ \frac{2}{|x|} + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{|x|} - 2y = 4 \\ \frac{4}{|x|} + 2y = 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{|x|} - 2y = 4 \\ \frac{5}{|x|} = 10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{|x|} - 2y = 4 \\ |x| = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = -1 \\ x = -\frac{1}{2} \\ y = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2}(t/m) \\ y = -1 \\ x = -\frac{1}{2}(t/m) \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x_1; y_1) = \left(\frac{1}{2}; -1\right)$ và $(x_2; y_2) = \left(-\frac{1}{2}; -1\right)$.

Bài 56. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3\sqrt{x-1} + y = 18 \\ 2\sqrt{x-1} - 3y = 1 \end{cases}$$

Lời giải

1) Điều kiện xác định: $x \geq 1$

$$\begin{cases} 3\sqrt{x-1} + y = 18 \\ 2\sqrt{x-1} - 3y = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9\sqrt{x-1} + 3y = 54 \\ 2\sqrt{x-1} - 3y = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 11\sqrt{x-1} = 55 \\ 3\sqrt{x-1} + y = 18 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-1} = 5 \\ 3\sqrt{x-1} + y = 18 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = 25 \\ 3 \cdot 5 + y = 18 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 26 \\ y = 3 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm:
$$\begin{cases} x = 26 \\ y = 3 \end{cases}.$$

Bài 57. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2\sqrt{x} - \frac{1}{y-1} = 1 \\ 3\sqrt{x} + \frac{2}{y-1} = 12 \end{cases}$$

Lời giải:

đk: $x \geq 0$; $y \neq 1$

$$\begin{cases} 2\sqrt{x} - \frac{1}{y-1} = 1 \\ 3\sqrt{x} + \frac{2}{y-1} = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4\sqrt{x} - \frac{2}{y-1} = 2 \\ 3\sqrt{x} + \frac{2}{y-1} = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{x} - \frac{1}{y-1} = 1 \\ 7\sqrt{x} = 14 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{x} - \frac{1}{y-1} = 1 \\ \sqrt{x} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - \frac{1}{y-1} = 1 \\ x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = \frac{4}{3} \end{cases} \quad (\text{tmđk})$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y) = \left(4; \frac{4}{3}\right)$