STRONG TEAM TOÁN VD-VDC

TỔ 4

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021

Bài thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút không kể thời gian phát đề

Mã đề thi 104

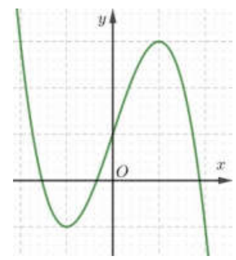
Họ, tên thí sinh : ....

Số báo danh : ....

Câu 1. Cho hai số phức $z=3+2i$ và $w=1-4i$. Số phức $z+w$ bằng

A. $4+2i$. **B.** $4-2i$. **C.** $-2-6i$. **D.** $2+6i$.

Câu 2. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=x^4+4x^2+1$.

C. $y=-x^3+3x+1$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.

Câu 3. Nếu $\int\limits_1^4 f(x)\mathrm{d}x=4$ và $\int\limits_1^4 g(x)\mathrm{d}x=-3$ thì $\int\limits_1^4 \left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** -7. **C.** -1. **D.** 7.

Câu 4. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=1$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;3;0)$ và bán kính bằng 2 . Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=2$. **B.** $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=4$.

C. $(x+1)^2+(y-3)^2+z^2=4$. **D.** $(x+1)^2+(y-3)^2+z^2=2$.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x>5$ là

A. $(-\infty;\log_2 5)$. **B.** $(\log_5 2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;\log_5 2)$. **D.** $(\log_2 5;+\infty)$

Câu 7. Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng

A. a^3. **B.** $2a^3$. **C.** $8a^3$. **D.** $4a^3$.

Câu 8. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{5}{3}}$ là

A. $y'=\frac{3}{8}x^{\frac{8}{3}}$. **B.** $y'=\frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}}$. **C.** $y'=\frac{5}{3}x^{-\frac{2}{3}}$. **D.** $y'=\frac{3}{5}x^{\frac{2}{3}}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;4)$. Tọa độ của véc tơ $\overrightarrow{OA}$ là

A. $(-2;1;4)$. **B.** $(2;-1;4)$. **C.** $(2;1;4)$. **D.** $(-2;1;-4)$.

Câu 10. Nếu $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int_0^3 4f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** 12. **C.** 36. **D.** 4.

Câu 11. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=10$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. -8. **B.** 8. **C.** 5. **D.** $\frac{1}{5}$.

Câu 12. Với n là số nguyên dương bất kì, $n\geq 3$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $A_n^3=\frac{(n-3)!}{n!}$. **B.** $A_n^3=\frac{3!}{(n-3)!}$. **C.** $A_n^3=\frac{n!}{(n-3)!}$. **D.** $A_n^3=\frac{n!}{3!(n-3)!}$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)=x^2+2$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=2x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+2x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^2+2x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x^3+2x+C$.

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x+4y-z-1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)

A. $\overrightarrow{n_2}=(2;-4;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}=(2;4;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(2;4;-1)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(-2;4;1)$.

Câu 16. Phần thực của số phức $z=4-2i$ bằng

A. 2. **B.** -4. **C.** 4. **D.** -2.

Câu 17. Nghiệm của phương trình $\log_2(5x)=3$ là:

A. $x=\frac{8}{5}$. **B.** $x=\frac{9}{5}$. **C.** $x=8$. **D.** $x=9$.

Câu 18. Tập xác định của hàm số $y=8^x$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $[0;+\infty)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 19. Cho $a>0$ và $a\neq 1$, khi đó $\log_a\sqrt[5]{a}$ bằng

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $-\frac{1}{5}$. **C.** 5. **D.** -5

Câu 20. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(1;5;-2)$ có một véc tơ chỉ phương $\vec{u}(3;-6;1)$. Phương trình của d là .

A. $\begin{cases}x=3+t\\y=-6+5t\\z=1-2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=5-6t\\z=2+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=5+6t\\z=-2+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=5-6t\\z=-2+t\end{cases}$.

Câu 21. Trên mặt phẳng toạ độ , điểm $M(-4;3)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây ?

A. $z_3=-4-3i$. **B.** $z_4=4+3i$. **C.** $z_2=4-3i$. **D.** $z_1=-4+3i$.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 5.

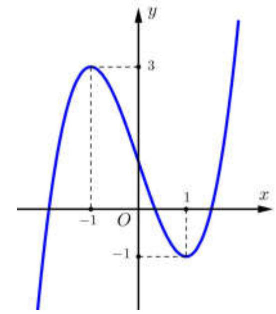
Câu 23. Cho hàm số $f(x)=e^x+4$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\,dx=e^x+4x+C$. **B.** $\int f(x)\,dx=e^x+C$.

C. $\int f(x)\,dx=e^{x-4}+C$. **D.** $\int f(x)\,dx=e^x-4x+C$.

Câu 24. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $\left(-1;1\right)$. **B.** $\left(1;+\infty\right)$.

C. $\left(-\infty;1\right)$. **D.** $\left(0;3\right)$.

Câu 25. Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S=\pi R^2$. **B.** $S=16\pi R^2$. **C.** $S=4\pi R^2$. **D.** $S=\frac{4}{3}\pi R^2$.

Câu 26. Đồ thị của hàm số $y=-2x^3+3x^2-5$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. -5. **B.** 0. **C.** -1. **D.** 2.

Câu 27. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=8a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $8a^3$. **B.** $\frac{4}{3}a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** $\frac{8}{3}a^3$.

Câu 28. Cho khối trụ có bán kính đáy $r=5$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 15π. **B.** 75π. **C.** 25π. **D.** 45π.

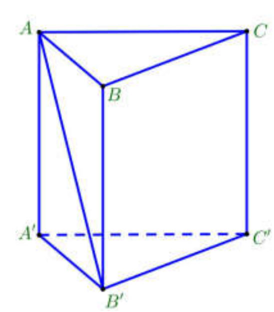
Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(2;1;-2\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right):3x+2y-z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với $\left(P\right)$ có phương trình là:

A. $\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{-1}$. **B.** $\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{1}$.

C. $\frac{x+2}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z+2}{1}$. **D.** $\frac{x+2}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{1}$.

Câu 30. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên).

Góc giữa hai đường thẳng AB' và CC' bằng



A. $30°$. **B.** $90°$.

C. $60°$. **D.** $45°$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB=4a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng $\left(SAB\right)$ bằng

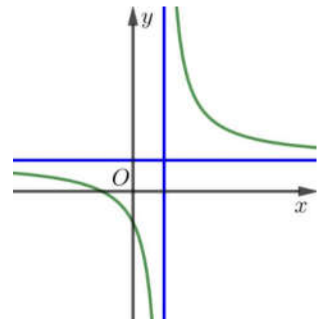
A. $4a$. **B.** $4\sqrt{2}a$. **C.** $2\sqrt{2}a$. **D.** $2a$.

Câu 32. Nếu $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 4$ thì $\int_0^2 \left[2f(x)-1\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 8. **B.** 10. **C.** 7. **D.** 6.

Câu 33. Biết hàm số $y=\frac{x+a}{x-1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq -1$) có đồ thị như trong hình bên.

Mệnh đề nào dưới đây đúng ?



A. $y'<0, \forall x \in R$. **B.** $y'<0, \forall x \neq 1$.

C. $y'>0, \forall x \in R$. **D.** $y'>0, \forall x \neq 1$.

Câu 34. Cho số phức z thỏa mãn $iz = 4+3i$. Số phức liên hợp của z là

A. $\overline{z}=3+4i$. **B.** $\overline{z}=-3-4i$. **C.** $\overline{z}=3-4i$. **D.** $\overline{z}=-3+4i$.

Câu 35. Từ một hộp chứa 12 quả bóng gồm 5 quả màu đỏ và 7 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu đỏ bằng

A. $\frac{1}{22}$. **B.** $\frac{7}{44}$. **C.** $\frac{5}{12}$. **D.** $\frac{2}{7}$.

Câu 36. Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 5$, khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $a^3b=32$. **B.** $a^3b=25$. **C.** $a^3+b=25$. **D.** $a^3+b=32$.

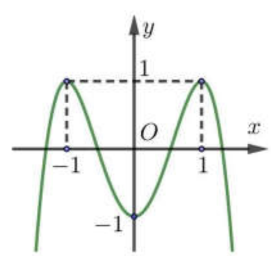
Câu 37. Trên đoạn $[-1;2]$, hàm số $y=x^3+3x^2+1$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A. $x=2$. **B.** $x=0$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$ và $B(3;2;1)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $2x+2y+z-2=0$. **B.** $4x+2y+z-17=0$.
C. $4x+2y+z-4=0$. **D.** $2x+2y+z-11=0$.

Câu 39. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(f(x)\right)=0$ là



A. 12. **B.** 10.

C. 8. **D.** 4.

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(2^{x^2}-4^x\right)\left[\log_3(x+25)-3\right] \le 0$?

A. 24. **B.** Vô số. **C.** 25. **D.** 26.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2x+2 \ khi \ x\ge 1\\ 3x^2+1 \ khi \ x<1\end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0)=2$. Giá trị của $F(-1)+2F(2)$ bằng

A. 18. **B.** 20. **C.** 9. **D.** 24.

Câu 42. Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng $30°$, ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

A. $\sqrt{7}\pi a^2$. **B.** $\sqrt{13}\pi a^2$. **C.** $2\sqrt{13}\pi a^2$. **D.** $2\sqrt{7}\pi a^2$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-2z+2=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình:

A. $\frac{x}{-2}=\frac{y}{4}=\frac{z-1}{3}$. **B.** $\frac{x}{14}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{8}$. **C.** $\frac{x}{-2}=\frac{y}{4}=\frac{z+1}{3}$. **D.** $\frac{x}{14}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{8}$.

Câu 44. Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x\in\left(\frac{1}{3};6\right)$ thỏa mãn $27^{3x^2+xy}=(1+xy).27^{18x}$?

A. 19. **B.** 20. **C.** 18. **D.** 21.

Câu 45. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2(m+1)z+m^2=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0|=6$?

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 46. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD=4a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng $60°$. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $48\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{16\sqrt{3}}{9}a^3$. **C.** $\frac{16\sqrt{3}}{3}a^3$. **D.** $16\sqrt{3}a^3$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ với a,b,c là các số thực. Biết hàm số $g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -5 và 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường $y=\frac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ bằng

A. $\ln 3$. **B.** $3\ln 2$. **C.** $\ln 10$. **D.** $\ln 7$.

Câu 48. Xét các số phức z; w thỏa mãn $|z|=1$ và $|w|=2$. Khi $|z+i\overline{w}+6+8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z-w|$ bằng:

A. $\frac{\sqrt{29}}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{221}}{5}$. **C.** 3. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(-2;1-3\right)$ và $B\left(1;-3;2\right)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ sao cho $MN=3$. Giá trị lớn nhất của $\left|AM-BN\right|$ bằng:

A. $\sqrt{65}$. **B.** $\sqrt{29}$. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** $\sqrt{91}$.

Câu 50. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=\left(x-9\right)\left(x^2-16\right),\forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g\left(x\right)=f\left(\left|x^3+7x\right|+m\right)$ có ít nhất 3 điểm cực trị ?

A. 16. **B.** 9. **C.** 4. **D.** 8.

BẢNG ĐÁP ÁN

1B	2C	3D	4C	5C	6D	7C	8B	9B	10B
11C	12C	13B	14C	15C	16C	17A	18B	19A	20D
21D	22B	23A	24A	25C	26A	27D	28B	29A	30D
31A	32D	33B	34A	35A	36A	37B	38A	39B	40D
41A	42B	43D	44B	45D	46.D	47B	48A	49A	50D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. **[2D4-2.1-1]** **[Mức độ 1]** Cho hai số phức $z=3+2i$ và $w=1-4i$. Số phức $z+w$ bằng

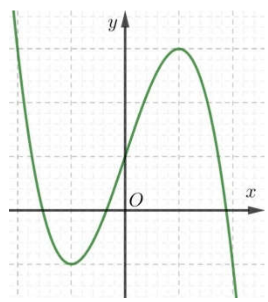
A. $4+2i$. **B.** $4-2i$. **C.** $-2-6i$. **D.** $2+6i$.

Lời giải

FB tác giả: QGiaoDo

Ta có $z+w=(3+2i)+(1-4i)=4-2i$

Câu 2. **[2D1-5.1-1]** **[Mức độ 1]** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=x^4+4x^2+1$. **C.** $y=-x^3+3x+1$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.

Lời giải

FB tác giả: QGiaoDo

Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị nên đây là đồ thị hàm bậc 3, mặt khác $\lim\limits_{x\to-\infty} y=+\infty$ nên $a<0$.

Câu 3. **[2D3-2.1-1]** **[Mức độ 1]** Nếu $\int\limits_1^4 f(x)\mathrm{d}x=4$ và $\int\limits_1^4 g(x)\mathrm{d}x=-3$ thì $\int\limits_1^4 [f(x)-g(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** -7. **C.** -1. **D.** 7.

Lời giải

FB tác giả: QGiaoDo

Ta có $\int\limits_1^4 [f(x)-g(x)]\mathrm{d}x=\int\limits_1^4 f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_1^4 g(x)\mathrm{d}x=4-(-3)=7$.

Câu 4. **[2D1-4.1-1]** **[Mức độ 1]** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình ?

A. $x=2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=1$.

Lời giải

FB tác giả: QGiaoDo

TXĐ: $D=\mathbb{R}\backslash\{-2\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to(-2)^+} y=-\infty$ nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x=-2$ là tiệm cận đứng.

Câu 5. **[2H3-1.3-1]** **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;3;0)$ và bán kính bằng 2 . Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=2$. **B.** $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=4$.

C. $(x+1)^2+(y-3)^2+z^2=4$. **D.** $(x+1)^2+(y-3)^2+z^2=2$.

Lời giải

FB tác giả: QGiaoDo

Ta có mặt cầu (S) có tâm $I(-1;3;0)$ và bán kính bằng 2 nên có phương trình là:

$(x+1)^2+(y-3)^2+z^2=4$.

Câu 6. **[2D2-6.1-1]** **[Mức độ 1]** Tập nghiệm của bất phương trình $2^x>5$ là

A. $(-\infty;\log_2 5)$. **B.** $(\log_5 2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;\log_5 2)$. **D.** $(\log_2 5;+\infty)$

Lời giải

FB tác giả: Vũ Thị Thu Trang

Ta có: $2^x>5\Leftrightarrow x>\log_2 5$.

Tập nghiệm của bất phương trình là : $(\log_2 5;+\infty)$

Câu 7. **[2H1-3.2-1]** **[Mức độ 1]** Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng

A. a^3. **B.** $2a^3$. **C.** $8a^3$. **D.** $4a^3$.

Lời giải

FB tác giả: Vũ Thị Thu Trang

Ta có $V=(2a)^3=8a^3$.

Câu 8. **[2D2-2.1-1]** **[Mức độ 1]** Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{5}{3}}$ là

A. $y'=\frac{3}{8}x^{\frac{8}{3}}$. **B.** $y'=\frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}}$. **C.** $y'=\frac{5}{3}x^{-\frac{2}{3}}$. **D.** $y'=\frac{3}{5}x^{\frac{2}{3}}$.

Lời giải

FB tác giả: Vũ Thị Thu Trang

Ta có: $y'=\frac{5}{3}x^{\frac{5}{3}-1}=\frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}}$.

Câu 9. **[2H3-1.1-1]** **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;4)$. Tọa độ của véc tơ $\overrightarrow{OA}$ là

A. $(-2;1;4)$. **B.** $(2;-1;4)$. **C.** $(2;1;4)$. **D.** $(-2;1;-4)$.

Lời giải

FB tác giả: Vũ Thị Thu Trang

Ta có: $\overrightarrow{OA}=(2;-1;4)$.

Câu 10. **[2D3-2.1-1]** **[Mức độ 1]** Nếu $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int_0^3 4f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** 12. **C.** 36. **D.** 4.

Lời giải

FB tác giả: Vũ Thị Thu Trang

Ta có: $\int_0^3 4f(x)\mathrm{d}x=4\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x=4.3=12$.

Câu 11. **[1D3-4.3-1]** **[Mức độ 1]** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=10$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. -8. **B.** 8. **C.** 5. **D.** $\frac{1}{5}$.

Lời giải

FB tác giả: Admin T4

Ta có: $u_2=u_1.q\Rightarrow q=\frac{u_2}{u_1}=\frac{10}{2}=5$.

Câu 12: **[1D2-2.6-1]** **[Mức độ 1]** Với n là số nguyên dương bất kì, $n\ge 3$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $A_n^3=\frac{(n-3)!}{n!}$. **B.** $A_n^3=\frac{3!}{(n-3)!}$. **C.** $A_n^3=\frac{n!}{(n-3)!}$. **D.** $A_n^3=\frac{n!}{3!(n-3)!}$.

Lời giải

FB tác giả: Admin T4

Ta có: $A_n^3 = \dfrac{n!}{(n-3)!}$.

Câu 13. **[2D3-1.1-2]** **[Mức độ 2]** Cho hàm số $f(x) = x^2 + 2$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = 2x + C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{x^3}{3} + 2x + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = x^2 + 2x + C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x = x^3 + 2x + C$.

Lời giải

FB tác giả: Admin T4

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x = \int (x^2+2)\mathrm{d}x = \dfrac{x^3}{2} + 2x + C$.

Câu 14. **[2D1-2.2-1]** **[Mức độ 1]** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

FB tác giả: Admin T4

Từ bảng biến thiên suy ra giá trị cực tiểu là $y = 1$.

Câu 15. **[2H3-2.2-1]** **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x + 4y - z - 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)

A. $\overrightarrow{n_2} = (2;-4;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_1} = (2;4;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_3} = (2;4;-1)$. **D.** $\overrightarrow{n_4} = (-2;4;1)$.

Lời giải

FB tác giả: Admin T4

Câu 16. **[2D4-1.1-1]** **[Mức độ 1]** Phần thực của số phức $z = 4 - 2i$ bằng

A. 2. **B.** -4. **C.** 4. **D.** -2.

Lời giải

FB tác giả: Duong Khuong Duy

Phần thực của số phức $z=4-2i$ là 4

Câu 17. [2D2-5.1-1] **[Mức độ 1]** Nghiệm của phương trình $\log_2(5x)=3$ là:

A. $x=\frac{8}{5}$. **B.** $x=\frac{9}{5}$. **C.** $x=8$. **D.** $x=9$.

Lời giải

FB tác giả: Duong Khuong Duy

Điều kiện $x>0$

$\log_2(5x)=3 \Leftrightarrow 5x=2^3 \Leftrightarrow 5x=8 \Leftrightarrow x=\frac{8}{5}$ (nhận).

Câu 18. [2D2-4.1-1] **[Mức độ 1]** Tập xác định của hàm số $y=8^x$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $[0;+\infty)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

FB tác giả: Duong Khuong Duy

Tập xác định của hàm số $y=8^x$ là $\mathbb{R}$

Câu 19. [2D2-3.1-1] Cho $a>0$ và $a\neq 1$, khi đó $\log_a\sqrt[5]{a}$ bằng

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $-\frac{1}{5}$. **C.** 5. **D.** -5

Lời giải

FB tác giả: Duong Khuong Duy

Ta có $\log_a\sqrt[5]{a}=\log_a a^{\frac{1}{5}}=\frac{1}{5}$.

Câu 20. [2H3-3.2-1] **[Mức độ 1]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(1;5;-2)$ có một véc tơ chỉ phương $\vec{u}(3;-6;1)$. Phương trình của d là .

A. $\begin{cases}x=3+t\\y=-6+5t\\z=1-2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=5-6t\\z=2+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=5+6t\\z=-2+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=5-6t\\z=-2+t\end{cases}$.

Lời giải

FB tác giả: Duong Khuong Duy

Đường thẳng d có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}(3;-6;1)$ và đi qua điểm $M(1;5;-2)$ nên có phương trình tham số . $\begin{cases} x=1+3t \\ y=5-6t \\ z=-2+t \end{cases}$.

Câu 21. **[2D4-1.2-1]** **[Mức độ 1]** Trên mặt phẳng toạ độ , điểm $M(-4;3)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây ?

A. $z_3=-4-3i$. **B.** $z_4=4+3i$. **C.** $z_2=4-3i$. **D.** $z_1=-4+3i$.

Lời giải

FB tác giả: Trần Đào

Điểm $M(-4;3)$ là điểm biểu diễn số phức $z_1=-4+3i$.

Câu 22. **[2D1-2.2-1]** **[Mức độ 1]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

FB tác giả: Trần Đào

Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số $y=f(x)$ đổi dấu khi qua $x=-2$; $x=-1$; $x=2$; $x=4$.

Do đó, hàm số đã cho có 4 điểm cực trị.

Câu 23. **[2D3-1.1-2]** **[Mức độ 2]** Cho hàm số $f(x)=\mathrm{e}^x+4$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+4x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+C$.

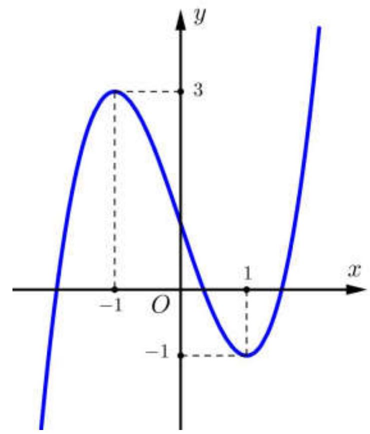
C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^{x-4}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x-4x+C$.

Lời giải

FB tác giả: Trần Đào

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int(\mathrm{e}^x+4)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+4x+C$.

Câu 24. **[2D1-1.2-1]** **[Mức độ 1]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(0;3)$.

Lời giải

FB tác giả: Trần Đào

Từ hình vẽ ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 25. **[2H2-2.1-1]** **[Mức độ 1]** Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S=\pi R^2$. **B.** $S=16\pi R^2$. **C.** $S=4\pi R^2$. **D.** $S=\frac{4}{3}\pi R^2$.

Lời giải

FB tác giả: Trần Đào

Công thức diện tích S của mặt cầu bán kính R là: $S=4\pi R^2$.

Câu 26. **[2D1-5.4-1]** **[Mức độ 1]** Đồ thị của hàm số $y=-2x^3+3x^2-5$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. -5. **B.** 0. **C.** -1. **D.** 2.

Lời giải

FB tác giả: Phùng Hương

Gọi $M(x_0;y_0)$ là giao điểm của đồ thị hàm số $y=-2x^3+3x^2-5$ và trục tung, ta có:

$x_0=0 \Rightarrow y_0=-2.0^3+3.0^2-5=-5$.

Câu 27. **[2H1-3.2-1]** **[Mức độ 1]** Cho khối chóp có diện tích đáy $B=8a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $8a^3$. **B.** $\frac{4}{3}a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** $\frac{8}{3}a^3$.

Lời giải

FB tác giả: Phùng Hương

Thể tích của khối chóp có diện tích đáy $B = 8a^2$ và chiều cao $h = a$ là:

$V = \frac{1}{3}B.h = \frac{1}{3}.8a^2.a = \frac{8}{3}a^3$

Câu 28. **[2H2-1.1-1]** **[Mức độ 1]** Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 5$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 15π. **B.** 75π. **C.** 25π. **D.** 45π.

Lời giải

FB tác giả: Phùng Hương

Thể tích khối trụ: $V = \pi r^2 h = \pi.5^2.3 = 75\pi$.

Câu 29. **[2H3-3.2-2]** **[Mức độ 2]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-2)$ và mặt phẳng $(P):3x+2y-z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là:

A. $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-1}$. **B.** $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{1}$.

C. $\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{1}$. **D.** $\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$.

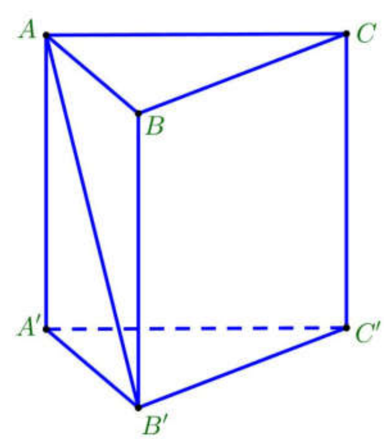
Lời giải

FB tác giả: Phùng Hương

Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có VTCP: $\vec{u} = \overrightarrow{n_P} = (3;2;-1)$.

Phương trình đường thẳng cân tìm là : $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-1}$.

Câu 30. **[1H3-4.6-2]** **[Mức độ 2]** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên).

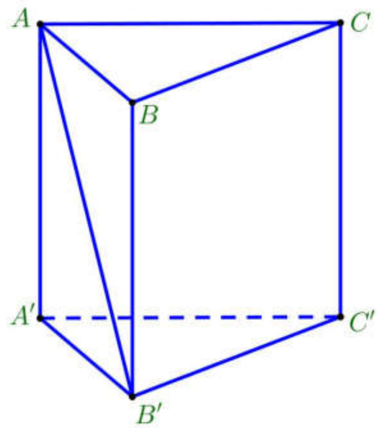


Góc giữa hai đường thẳng AB' và CC' bằng

A. 30°. **B.** 90°. **C.** 60°. **D.** 45°.

Lời giải

FB tác giả: Phùng Hương



Ta có $BB' // CC'$ (do BB' và CC' là cạnh bên của hình lăng trụ).

Suy ra $\left(\widehat{AB', CC'}\right) = \left(\widehat{AB', BB'}\right)$.

Tứ giác $ABB'A'$ là hình vuông (do $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng có tất cả các cạnh bằng nhau) nên $\widehat{AB'B} = 45^\circ$.

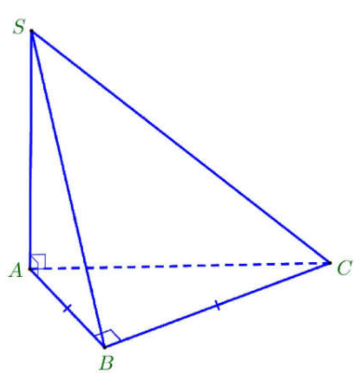
Vậy $\left(\widehat{AB', CC'}\right) = \left(\widehat{AB', BB'}\right) = \widehat{AB'B} = 45^\circ$.

Câu 31. **[1H3-5.3-2]** **[Mức độ 2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB = 4a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $4a$. **B.** $4\sqrt{2}a$. **C.** $2\sqrt{2}a$. **D.** $2a$.

Lời giải

FB tác giả: Thuy tong



Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB\ (\text{gt}) \\ BC \perp SA\ \left(\text{do } SA \perp (ABC)\right) \\ AB \subset (SAB) \\ SA \subset (SAB) \\ AB \cap SA = A \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$ tại B.

Suy ra $d\left(C,(SAB)\right) = CB$.

Xét ΔABC vuông cân tại B có: $BC = AB = 4a$.

Vậy $d\left(C,(SAB)\right) = 4a$.

Câu 32. **[2D3-2.1-2]** **[Mức độ 2]** Nếu $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 4$ thì $\int_0^2 \left[2f(x)-1\right]\mathrm{d}x$ bằng

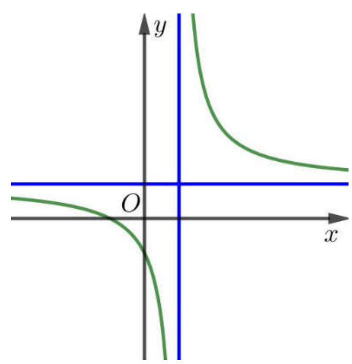
A. 8. **B.** 10. **C.** 7. **D.** 6.

Lời giải

FB tác giả:Thuy tong

Ta có: $\int_0^2 \left[2f(x)-1\right]\mathrm{d}x = 2\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x - \int_0^2 \mathrm{d}x = 2.4 - 2 = 6$.

Câu 33. **[2D1-5.1-2]** **[Mức độ 2]** Biết hàm số $y = \dfrac{x+a}{x-1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq -1$) có đồ thị như trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?



A. $y' < 0, \forall x \in R$. **B.** $y' < 0, \forall x \neq 1$. **C.** $y' > 0, \forall x \in R$. **D.** $y' > 0, \forall x \neq 1$.

Lời giải

FB tác giả:Thuy tong

Ta có TXĐ: $D = R \setminus \{1\}$ và $y' = \dfrac{-1-a}{(x-1)^2} \neq 0, \forall x \neq 1$.

Vì đồ thị hàm số là đường cong đi xuống (tính từ trái sang phải) trên từng khoảng xác định nên hàm số đã cho nghịch biến trên mỗi khoảng xác định. Vậy $y' < 0, \forall x \neq 1$.

Câu 34. [2D4-3.1-2] **[Mức độ 2]** Cho số phức z thỏa mãn $iz = 4+3i$. Số phức liên hợp của z là

A. $\overline{z} = 3+4i$. **B.** $\overline{z} = -3-4i$. **C.** $\overline{z} = 3-4i$. **D.** $\overline{z} = -3+4i$.

Lời giải

FB tác giả:Thuy tong

Ta có: $z = \dfrac{4+3i}{i} = \dfrac{(4+3i).(-i)}{-i^2} = \dfrac{-4i-3i^2}{1} = 3-4i$. Suy ra $\overline{z} = 3+4i$.

Câu 35. [1D2-5.2-2] **[Mức độ 2]** Từ một hộp chứa 12 quả bóng gồm 5 quả màu đỏ và 7 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu đỏ bằng

A. $\dfrac{1}{22}$. **B.** $\dfrac{7}{44}$. **C.** $\dfrac{5}{12}$. **D.** $\dfrac{2}{7}$.

Lời giải

FB tác giả:Thuy tong

Không gian mẫu $n(\Omega) = C_{12}^3$.

Gọi A là biến cố " cả 3 quả bóng lấy ra đều là màu đỏ" $\Rightarrow n(A) = C_5^3$.

Xác suất để lấy được 3 quả màu đỏ là: $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{C_5^3}{C_{12}^3} = \dfrac{1}{22}$.

Câu 36. [2D2-3.2-2] **[Mức độ 2]** Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 5$, khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $a^3 b = 32$. **B.** $a^3 b = 25$. **C.** $a^3 + b = 25$. **D.** $a^3 + b = 32$.

Lời giải

FB tác giả: Chinh Nguyen Xuan

Ta có: $\log_2 a^3 + \log_2 b = 5 \Leftrightarrow \log_2\left(a^3 b\right) = 5 \Leftrightarrow a^3 b = 32$.

Câu 37. [2D1-3.1-2] **[Mức độ 2]** Trên đoạn $[-1;2]$, hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 1$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A. $x = 2$. **B.** $x = 0$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 1$.

Lời giải

FB tác giả: Chinh Nguyen Xuan

Xét hàm số $y = f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$.

$\Rightarrow y' = f'(x) = 3x^2 + 6x$.

$+\ f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \in [-1;2] \\ x = -2 \notin [-1;2] \end{array}\right.$.

Ta có $f(-1)=3$, $f(0)=1$ và $f(2)=21$.

Nên $\min\limits_{x\in[-1;2]} f(x)=1$ khi $x=0$.

Câu 38. [2H3-2.3-2] **[Mức độ 2]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$ và $B(3;2;1)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

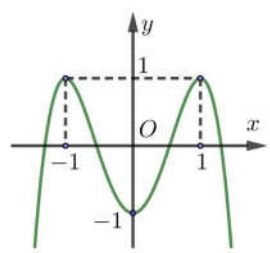
A. $2x+2y+z-2=0$. **B.** $4x+2y+z-17=0$.
C. $4x+2y+z-4=0$. **D.** $2x+2y+z-11=0$.

Lời giải

FB tác giả: Chinh Nguyen Xuan

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(1;0;0)$ nhận vectơ $\overrightarrow{AB}=(2;2;1)$ làm vectơ pháp tuyến là : $2(x-1)+2(y-0)+1(z-0)=0 \Leftrightarrow 2x+2y+z-2=0$.

Câu 39. [2D1-5.4-3] **[Mức độ 3]** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x))=0$ là



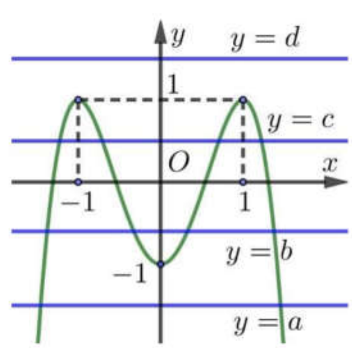
A. 12. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

FB tác giả: Admin T4

Ta có $f(f(x))=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=a,\ \ a<-1 \\ f(x)=b,\ \ -1<b<0 \\ f(x)=c,\ \ 0<c<1 \\ f(x)=a,\ \ d>1 \end{array}\right.$

Từ giả thiết ta có:



Vậy số nghiệm của phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=0$ là $2+4+4+0=10$ nghiệm.

Câu 40. **[2D2-6.5-3]** **[Mức độ 3]** Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(2^{x^2}-4^x\right)\left[\log_3\left(x+25\right)-3\right]\le 0$?

A. 24. **B.** Vô số. **C.** 25. **D.** 26.

Lời giải

FB tác giả: Nvhaicqt

ĐK: $x>-25$

+) Ta có $\left(2^{x^2}-4^x\right)\left[\log_3\left(x+25\right)-3\right]=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2=2x\\x+25=27\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$

Ta có bảng xét dấu $f\left(x\right)=\left(2^{x^2}-4^x\right)\left[\log_3\left(x+25\right)-3\right]$

x	$-\infty$		-25		0		2		$+\infty$
$f(x)$				$-$	0	$+$	0	$+$	

+) Suy ra: $f\left(x\right)\le 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-25<x\le 0\\x=2\end{array}\right.$

+) Vì $x\in\mathbb{Z}$ nên ta có $x\in\left\{-24;-23;...;-1;0;2\right\}$. Vậy có 26 giá trị x nguyên thỏa bài toán.

Câu 41. **[2D3-2.1-3]** **[Mức độ 3]** Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}2x+2 \text{ khi } x\ge 1\\3x^2+1 \text{ khi } x<1\end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F\left(0\right)=2$. Giá trị của $F\left(-1\right)+2F\left(2\right)$ bằng

A. 18. **B.** 20 . **C.** 9. **D.** 24.

Lời giải

FB tác giả: Nvhaicqt

Ta có: $\int\limits_0^1 f\left(x\right)dx=\int\limits_0^1\left(3x^2+1\right)dx=2=F\left(1\right)-F\left(0\right)\Rightarrow F\left(1\right)=2+F\left(0\right)=4$

Trên khoảng $\left(-\infty;1\right)$, ta có: $F\left(x\right)=\int\left(3x^2+1\right)dx=x^3+x+C_1$

Mà $F\left(0\right)=2\Rightarrow C_1=2\Rightarrow F\left(x\right)=x^3+x+2.$

Trên nửa khoảng $\left[1;+\infty\right)$, ta có: $F\left(x\right)=\int\left(2x+2\right)dx=x^2+2x+C_2$

Mà $F\left(1\right)=4\Rightarrow C_2=1\Rightarrow F\left(x\right)=x^2+2x+1.$

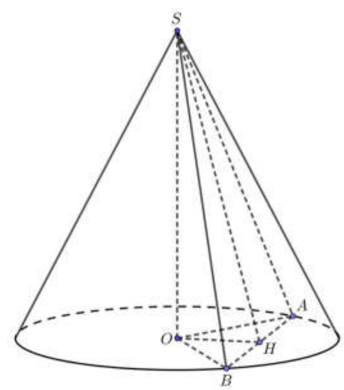
Do đó: $F(-1)+2F(2)=0+2.9=18$.

Câu 42. [2H2-1.2-3] **[Mức độ 3]** Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng $30°$, ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

A. $\sqrt{7}\pi a^2$. **B.** $\sqrt{13}\pi a^2$. **C.** $2\sqrt{13}\pi a^2$. **D.** $2\sqrt{7}\pi a^2$.

Lời giải

FB tác giả: Nvhaicqt



Xét hình nón (N) và mặt phẳng (SAB) đi qua đỉnh cắt (O) tại A, B, và H là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Tam có $SH=\dfrac{AB\sqrt{3}}{2}=a\sqrt{3}$.

Ta có $\left(\widehat{(SAB),(OAB)}\right)=\left(\widehat{SH,OH}\right)=\widehat{SHO}=30°$.

Ta có: $SO=SH.\sin 30°=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $OB=\sqrt{SB^2-SO^2}=\sqrt{(2a)^2-\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{13}}{2}$.

Vậy $S_{xq}=\pi.SB.OB=\pi.2a.\dfrac{a\sqrt{13}}{2}=\sqrt{13}\pi a^2$.

Câu 43. [2H3-3.2-3] **[Mức độ 3]** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-2z+2=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình:

A. $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y}{4}=\dfrac{z-1}{3}$. **B.** $\dfrac{x}{14}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{8}$. **C.** $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y}{4}=\dfrac{z+1}{3}$. **D.** $\dfrac{x}{14}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{8}$.

Lời giải

FB tác giả: Thu Hiền

Gọi $A = d \cap (P)$

+) $A \in d \Rightarrow A(a;-a;1+2a)$

+) $A \in (P) \Leftrightarrow a - 2a - 2 - 4a + 2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$ suy ra $A(0;0;1)$

Ta có $B(1;-1;3) \in d$

+) Gọi H là hình chiếu của B lên mp (P) suy ra $H(1+h;-1+2h;3-2h)$

+) $H \in (P) \Leftrightarrow 1 + h - 2 + 4h - 6 + 4h + 2 = 0 \Leftrightarrow h = \frac{5}{9}$ suy ra $H\left(\frac{14}{9};\frac{1}{9};\frac{17}{9}\right)$

Ta có $\overrightarrow{AH} = \left(\frac{14}{9};\frac{1}{9};\frac{8}{9}\right) = \frac{1}{9}(14;1;8)$

Vậy phương trình hình chiếu vuông góc của d trên (P) là: $\frac{x}{14} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{8}$

Câu 44. **[2D2-5.5-4]** **[Mức độ 4]** Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x \in \left(\frac{1}{3};6\right)$ thỏa mãn $27^{3x^2+xy} = (1+xy).27^{18x}$?

A. 19. **B.** 20. **C.** 18. **D.** 21.

Lời giải

FB tác giả: Bich ngoc

$27^{3x^2+xy} = (1+xy).27^{18x} \quad (1)$

Do $VT_{(1)} > 0$ nên $1 + xy > 0$. Với điều kiện trên

$(1) \Leftrightarrow 27^{3x^2-18x+xy} = 1 + xy \Leftrightarrow 3x^2 - 18x + xy = \log_{27}(1+xy)$

$\Leftrightarrow 3x^2 + (y-18)x - \log_{27}(1+xy) = 0$

Xét hàm số $f(x) = 3x^2 + (y-18)x - \log_{27}(1+xy)$ với $x \in \left(\frac{1}{3};6\right)$

Ta có: $f'(x) = 6x + y - 18 - \frac{y}{(xy+1)\ln 27}$.

$f''(x) = 6 + \frac{y^2}{(1+xy)^2 \ln 27} > 0 \quad \forall x \in \left(\frac{1}{3};6\right)$.

Suy ra hàm số $f'(x)$ đồng biến trên $\left(\frac{1}{3};6\right) \Rightarrow f'(x) > f'\left(\frac{1}{3}\right) = y - 16 - \frac{y}{(y+3)\ln 3}$

TH1: $y \geq 19$

Khi đó $y - 16 \geq 3$; $\frac{y}{(y+3)\ln 3} \geq \frac{19}{22\ln 3}$, suy ra $f'(x) > 0 \quad \forall x \in \left(\frac{1}{3};6\right)$

$\Rightarrow f(x) > f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{y}{3} - \log_{27}\left(1+\frac{y}{3}\right) - \frac{17}{3}$.

Xét hàm $g(t) = t - \log_{27}(1+t)$ với $t > 0$

$g'(t) = 1 - \frac{1}{(1+t)\ln 27}$; $g''(t) = \frac{1}{(1+t)^2 \ln 27} > 0 \Rightarrow g'(t) > 1 - \frac{1}{\ln 27} > 0\ \forall t > 0$

Suy ra hàm số $g(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty) \Rightarrow f(x) > g\left(\frac{19}{3}\right) - \frac{17}{3}\ \forall y \ge 19$

$\Rightarrow f(x) > 0$

Vậy với $y \ge 19$ phương trình $f(x) = 0$ vô nghiệm trên $\left(\frac{1}{3};6\right)$.

TH2: $1 \le y \le 18$

Ta có $f\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{17}{3} + \frac{1}{3}y - \log_{27}\left(1+\frac{y}{3}\right) = -\frac{17}{3} + g\left(\frac{y}{3}\right) \le -\frac{17}{3} + g(6) < 0$ với $1 \le y \le 18$

$f(6) = 6y - \log_{27}(1+6y) = g(6y) \ge g(6) > 0\ \forall y \in [1;18]$.

Suy ra $f\left(\frac{1}{3}\right) f(6) < 0$, mà hàm số $f(x)$ liên tục trên $\left[\frac{1}{3};6\right]$ suy ra phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm trên $\left(\frac{1}{3};6\right)$. Vậy $1 \le y \le 18$ thỏa mãn.

TH3: $y = 0$

Phương trình (1) có nghiệm $x = 0; x = 6$ không thỏa mãn $x \in \left(\frac{1}{3};6\right)$.

TH4: $y < 0$

Do $1 + xy > 0 \Rightarrow y > -\frac{1}{x} \Rightarrow -y < \frac{1}{x} < 3\ \left(do\ x > \frac{1}{3}\right) \Rightarrow y > -3$.

Mà $y < 0$, y nguyên nên $y = -2$ hoặc $y = -1$.

- Với $y = -2$, ta có $f(x) = 3x^2 - 20x - \log_{27}(1-2x)$.

  Ta có $f\left(\frac{1}{3}\right) < 0$; $\lim\limits_{x \to \frac{1}{2}^-} f(x) = +\infty \Rightarrow \exists a \in \left(\frac{1}{3};\frac{1}{2}\right) : f(a) > 0$

  Vậy $f\left(\frac{1}{3}\right).f(a) < 0$, suy ra phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm trên $\left(\frac{1}{3};a\right)$ hay phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm trên $\left(\frac{1}{3};6\right)$. Do đó $y = -2$ thỏa mãn.

- Với $y = -1$, ta có $f(x) = 3x^2 - 19x - \log_{27}(1-x)$

  Tương tự như trường hợp $y = -2$

  Ta có $f\left(\frac{1}{3}\right) < 0$; $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = +\infty \Rightarrow \exists b \in \left(\frac{1}{3};1\right) : f(b) > 0$

Vậy $f\left(\frac{1}{3}\right).f\left(b\right)<0$, suy ra phương trình $f\left(x\right)=0$ có nghiệm trên $\left(\frac{1}{3};b\right)$ hay phương trình $f\left(x\right)=0$ có nghiệm trên $\left(\frac{1}{3};6\right)$. Do đó $y=-1$ thỏa mãn .

Kết hợp bốn trường hợp ta có $y\in\left\{-2;-1;1;2;....;18\right\}$.

Vậy có 20 số nguyên y thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Cách 2: [Nvhaicqt] Xét $x\in\left(\frac{1}{3};6\right)$.

Giả thiết ta có: $1+xy>0\Leftrightarrow y>\frac{-1}{x}\overset{y\in\mathbb{Z}}{\Rightarrow} y\geq -2$ vì $x\in\left(\frac{1}{3};6\right)$. Đặt $f\left(x\right)=27^{3x^2+xy-18x}-1-xy$

+) Với $y\in\left\{-2;-1\right\}$ ta có $f\left(\frac{1}{3}\right)<0, f\left(6\right)>0$ suy ra $f\left(x\right)=0$ có nghiệm $x\in\left(\frac{1}{3};6\right)$

+) Với $y=0$ không thỏa bài toán

+) Với $y\geq 1$, ta có: $27^{3x^2+xy-18x}=1+xy\Leftrightarrow\left(3x^2+xy-18x\right)\ln 27=\ln\left(1+xy\right)\leq xy$

$\Rightarrow y\leq\frac{\left(18-3x\right)\ln 27}{\ln 27-1}<\frac{17\ln 27}{\ln 27-1}\approx 24,4$ (1)

Ta lại có $g\left(y\right)=27^{3x^2+xy-18x}-1-xy, g'\left(y\right)=x\left(27^{3x^2+x(y-18)}\ln 27-1\right)>0,\forall y\geq 19$

+) $\forall y\geq 19$, $g\left(y\right)\geq g\left(19\right)=g\left(y\right)=27^{3x^2+x}-1-19x>0,\forall x\in\left(\frac{1}{3};6\right)$ (2)

Từ (1), (2) suy ra $y\leq 18$. Với $y\leq 18$ ta có $f\left(\frac{1}{3}\right)=27^{\frac{y}{3}-\frac{17}{3}}-1-\frac{y}{3}<0, f\left(6\right)=27^{6y}-1-6y>0$.

Do đó với $y\leq 18$ pt $f\left(x\right)=0$ có nghiệm $x\in\left(\frac{1}{3};6\right)$

Vậy có 20 giá trị y nguyên thỏa bài toán.

Câu 45. **[2D4-4.4-3]** **[Mức độ 3]** Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2\left(m+1\right)z+m^2=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $\left|z_0\right|=6$?

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

FB tác giả: Lê Thanh Nhã.

Ta có: $\Delta'=\left(m+1\right)^2-m^2=2m+1$.

- Nếu $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{1}{2}$: Phương trình có hai nghiệm phức $z = m + 1 \pm \sqrt{-2m-1}.i$.

Ta có: $|z_0| = 6 \Leftrightarrow (m+1)^2 - 2m - 1 = 36 \Leftrightarrow m^2 = 36 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 6 \quad (l) \\ m = -6\,(n) \end{array}\right.$

- Nếu $\Delta' = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$: Phương trình có kép $z = \frac{1}{2}$.

Khi đó $|z| = \frac{1}{2}$ nên $m = -\frac{1}{2}$ không thỏa mãn.

- Nếu $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{2}$: Phương trình có hai nghiệm thực phân biệt $z = m + 1 \pm \sqrt{2m+1}$.

Ta có: $|z_0| = 6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_0 = 6 \\ z_0 = -6 \end{array}\right.$

+ Với $z_0 = 6$: Thay vào phương trình ta được:

$6^2 - 2(m+1).6 + m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 12m + 24 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 6 - 2\sqrt{3}\ (n) \\ m = 6 + 2\sqrt{3}\ (n) \end{array}\right.$

+ Với $z_0 = -6$: Thay vào phương trình ta được:

$(-6)^2 - 2(m+1).(-6) + m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2 + 12m + 48 = 0$ (PTVN).

Vậy có 3 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Cách 2: [Nvhaicqt] Đặt $f(z) = z^2 - 2(m+1)z + m^2$

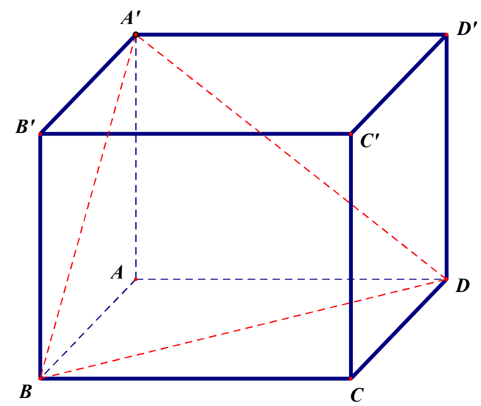
$$\text{Ycbt} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(6) = 0 \\ f(-6) = 0 \\ \begin{cases} \Delta' = 2m + 1 < 0 \\ |z_0| = 6 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m^2 - 12m + 24 = 0 \\ m^2 + 12m + 48 = 0 \\ \begin{cases} m < \frac{-1}{2} \\ 36 = |z_0|^2 = z_0.z_1 = m^2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 6 + \sqrt{12} \\ m = 6 - \sqrt{12} \\ m = -6 \end{array}\right.$$

Câu 46. **[2H1-3.2-3]** **[Mức độ 3]** Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 4a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng $60°$. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $48\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{16\sqrt{3}}{9}a^3$. **C.** $\frac{16\sqrt{3}}{3}a^3$. **D.** $16\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

FB tác giả: Nvhaicqt



Đặt $x = AA', AB = AD = a\sqrt{8}$

Ta có: $\frac{\sqrt{3}}{2} = \sin\left((A'BD),(ABD)\right) = \frac{d\left(A,(A'BD)\right)}{d\left(A,BD\right)} \Rightarrow d\left(A,(A'BD)\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}.2a = a\sqrt{3}$

Vì $ABDA'$ là tam diện vuông tại A nên ta có: $\frac{1}{3a^2} = \frac{1}{8a^2} + \frac{1}{8a^2} + \frac{1}{x^2} \Leftrightarrow x = a\sqrt{12}$

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = a\sqrt{12}.a\sqrt{8}.a\sqrt{8} = 16\sqrt{3}a^3$

Câu 47. **[2D3-3.1-4]** **[Mức độ 4]** Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ với a,b,c là các số thực. Biết hàm số $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -5 và 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường $y = \frac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y = 1$ bằng

A. $\ln 3$. **B.** $3\ln 2$. **C.** $\ln 10$. **D.** $\ln 7$.

Lời giải

FB tác giả: Nvhaicqt

Ta có: $g'(x) = f'(x) + f''(x) + f'''(x) = f'(x) + f''(x) + 6.$

Gọi $x_1, x_2\ (x_1 < x_2)$ là hai điểm cực trị của hàm số $g(x)$.

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$ nên $g(x_1) = 2, g(x_2) = -5$

Ta có: $\frac{f(x)}{g(x)+6} = 1 \Leftrightarrow g(x) - f(x) + 6 = 0 \Leftrightarrow f'(x) + f''(x) + 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = x_1 \\ x = x_2 \end{array}\right.$

Khi đó diện tích hình phẳng bởi đường $y = \frac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y = 1$ là:

$$S = \int_{x_1}^{x_2} \left|\frac{f(x)}{g(x)+6} - 1\right| \mathrm{d}x = \left|\int_{x_1}^{x_2} \frac{f'(x)+f''(x)+6}{g(x)+6} \mathrm{d}x\right| = \left|\int_{x_1}^{x_2} \frac{g'(x)}{g(x)+6} \mathrm{d}x\right| = \left|\ln\left|g(x)+6\right|\Big|_{x_1}^{x_2}\right| = 3\ln 2$$

Câu 48. **[2D4-5.2-4]** **[Mức độ 4]** Xét các số phức z ; w thỏa mãn $|z|=1$ và $|w|=2$. Khi $|z+i\overline{w}+6+8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z-w|$ bằng:

A. $\dfrac{\sqrt{29}}{5}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{221}}{5}$. **C.** 3. **D.** $\sqrt{5}$.

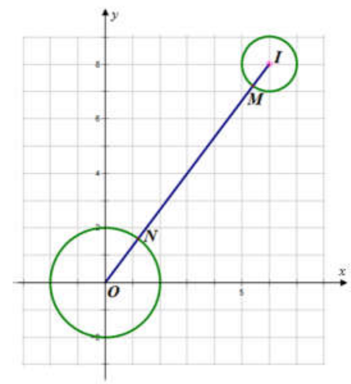
Lời giải

FB tác giả: Nvhaicqt

Đặt $z_1=z+6+8i,\ z_2=-i\overline{w}$. Gọi $M(z_1),\ N(z_2), I(6;8), O(0;0)$

+) Ta có: $|z_1-6-8i|=1, |z_2|=2, |z+i\overline{w}+6+8i|=|z_1-z_2|=MN$

+) Ta có $MN\geq |OI-1-2|=7$



+) $MN_{\min}=7 \Leftrightarrow \begin{cases}\overrightarrow{OM}=\dfrac{9}{10}\overrightarrow{OI}\\ \overrightarrow{ON}=\dfrac{2}{10}\overrightarrow{OI}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1=\dfrac{27}{5}+\dfrac{36}{5}i\\ z_2=\dfrac{6}{5}+\dfrac{8}{5}i\end{cases}$

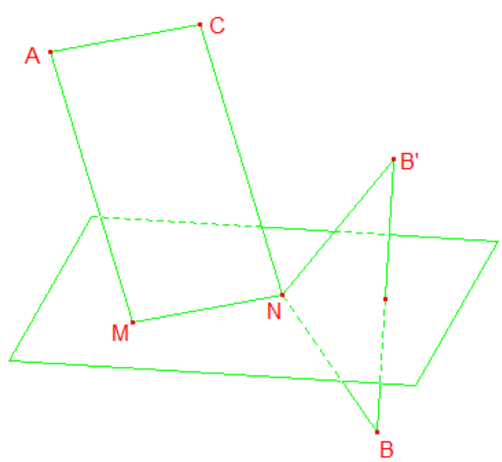
$\Leftrightarrow \begin{cases} z=\dfrac{-3}{5}+\dfrac{-4}{5}i\\ \text{w}=\dfrac{-8}{5}+\dfrac{-6}{5}i\end{cases}$. Suy ra: $|z-\text{w}|=\dfrac{\sqrt{29}}{5}$

Câu 49. **[2H3-3.8-4]** **[Mức độ 4]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1-3)$ và $B(1;-3;2)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=3$. Giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng:

A. $\sqrt{65}$. **B.** $\sqrt{29}$. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** $\sqrt{91}$.

Lời giải

Fb: Huong Nguyen Thi



Gọi C thoả mãn $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{MN}$. Ta có: $\begin{cases} AC = MN = 3 \\ AM = CN \\ AC \parallel (Oxy) \end{cases}$.

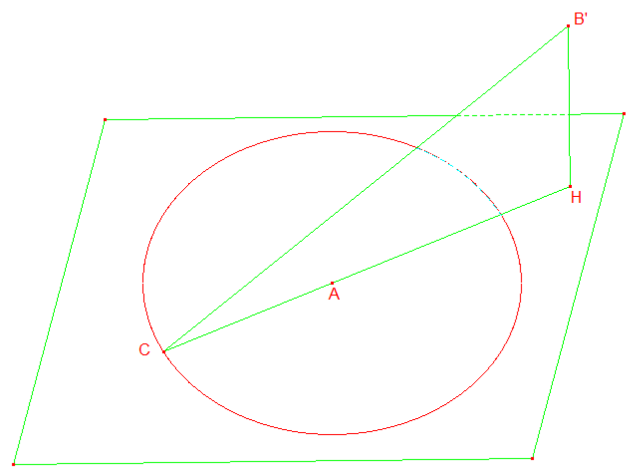
Suy ra: C thuộc đường tròn tâm $A(-2;1-3)$ bán kính $R = 3$, đường tròn này nằm trên mặt phẳng $(\alpha): z = -3$ (là mặt phẳng đi qua $A(-2;1-3)$ và song song với mặt phẳng (Oxy)).

Gọi $B'(1;-3;-2)$ là điểm đối xứng với $B(1;-3;2)$ qua mặt phẳng (Oxy).

Ta có: $BN = B'N$, $B' \notin (\alpha) \parallel (Oxy)$ và A, B' nằm về cùng một phía so với mặt phẳng (Oxy).
Suy ra C, B' nằm về cùng một phía so với mặt phẳng (Oxy) và CB' cắt mặt phẳng (Oxy) (*).

Do đó: $|AM - BN| = |NC - NB'| \le B'C$ (1).

Dấu bằng xảy ra khi C, B', N thẳng hàng; N thuộc mặt phẳng (Oxy) và N nằm ngoài đoạn CB' (thoả mãn do (*)).



Gọi $H(1;-3;-3)$ là hình chiếu của B' lên mặt phẳng (α) ta có: $B'H = 1, AH = 5$.

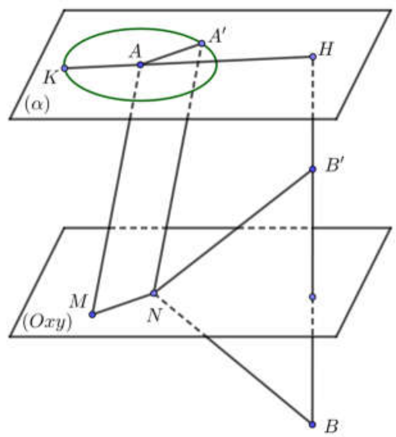
Mà $B'C = \sqrt{B'H^2 + HC^2} = \sqrt{1^2 + HC^2} \le \sqrt{1 + (AH + R)^2} = \sqrt{1 + (5+3)^2} = \sqrt{65}$ (2)

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\overrightarrow{HC} = \frac{8}{5}\overrightarrow{HA} \Leftrightarrow C\left(\frac{19}{5};\frac{17}{5};-3\right)$.

Từ (1) và (2) ta suy ra $|AM - BN| \le \sqrt{65}$.

Vậy giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng $\sqrt{65}$.

Cách 2: Nvhaicqt



Ta có A, B nằm khác phía với mp (Oxy).

Gọi $(\alpha): z+3=0$ là mp qua A song song với mp (Oxy) và (C) là đường tròn tâm A bán kính $R=3$ nằm trong mp (α).

+) $BH \perp (\alpha)$ tại H suy ra $H(1;-3;-3)$

+) B' là điểm đối xứng của B qua mp (Oxy) suy ra $B'(1;-3;-2)$

+) Và $NA'//MA,\ A' \in (C)$

Ta có: $|AM-NB| = |NA'-NB'| \le A'B' = \sqrt{B'H^2 + A'H^2} \le \sqrt{1+(HA+3)^2} = \sqrt{65}$

Suy ra $|AM-NB|_{\max} = \sqrt{65}$

Câu 50. **[2D1-2.6-4]** **[Mức độ 4]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-9)(x^2-16), \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^3+7x\right|+m\right)$ có ít nhất 3 điểm cực trị ?

A. 16. **B.** 9. **C.** 4. **D.** 8.

Lời giải

FB tác giả: Nvhaicqt

Ta có: $g'(x) = f'\left(\left|x^3+7x\right|+m\right).\dfrac{x\left(x^2+7\right)}{\left|x^3+7x\right|}.\left(3x^2+7\right)$

Xét hệ pt: $\left[\begin{array}{l} \left|x^3+7x\right|=-4-m \\ \left|x^3+7x\right|=4-m \\ \left|x^3+7x\right|=9-m \\ x=0 \end{array}\right.$.

Ta có BBT hàm số $y=\left|x^3+7x\right|$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Ycbt $\Leftrightarrow 9-m>0 \overset{m\in\mathbb{Z}^+}{\Leftrightarrow} m\in\{1;2;...;8\}$