

Câu I: (1,5 điểm)

1) Sau khi thống kê độ dài (đơn vị: centimét) của 60 lá dương xỉ trưởng thành, người ta có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	10 ; 20)	20 ; 30)	30 ; 40)	40 ; 50)	Cộng
Tần số (n)	7	16	27	10	60

Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm 30 ; 40).

2) Trên mặt phẳng cho năm điểm phân biệt A, B, C, D, E, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hai điểm A, B được tô màu đỏ; ba điểm C, D, E được tô màu xanh. Bạn Châu chọn ra ngẫu nhiên một điểm tô màu đỏ, sau đó chọn ngẫu nhiên một điểm tô màu xanh để nối thành một đoạn thẳng.

Tính xác suất của mỗi biến cố X: “ Trong hai điểm được chọn ra có điểm A”.

Câu II: (1,5 điểm)

a) Tính: $A = 2\sqrt{9} + 3\sqrt{0,25} - \sqrt{1\frac{9}{16}}$

b) rút gọn biểu thức $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-7} - \frac{14\sqrt{x}}{x-49} - \frac{7}{\sqrt{x}+7}$ với $x \geq 0, x \neq 49$

c) Xác định hàm số bậc nhất biết đồ thị của nó đi qua điểm M(-1; -5) và và điểm N(1;1)

Câu III: (2,5 điểm)

1) Để mở rộng kinh doanh, một cửa hàng đã vay 600 triệu đồng kì hạn 12 tháng từ hai ngân hàng A và B với lãi suất lần lượt là 8%/năm và 9%/năm. Tổng số tiền lãi một năm phải trả cho cả hai ngân hàng là 50 triệu đồng. Tính số tiền của hàng đã vay từ mỗi ngân hàng.

2) Một tổ sản xuất phải làm 600 sản phẩm trong một thời gian quy định với năng suất như nhau. Sau khi làm được 400 sản phẩm, tổ đã tăng năng suất thêm mỗi ngày 10 sản phẩm, do đó đã hoàn thành công việc sớm hơn một ngày. Tính số sản phẩm làm trong mỗi ngày theo quy định.

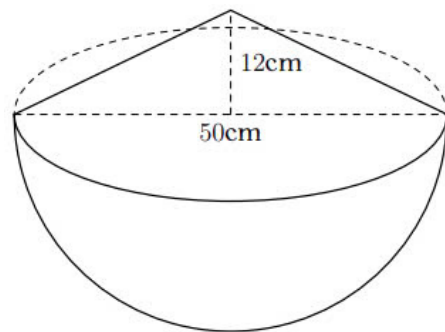
3) Cho phương trình $x^2 - 5x + 1 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $M = \frac{|x_1 - x_2|}{\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}}$

Câu IV: (3,0 điểm) Cho đường tròn tâm (O) và dây BC cố định không đi qua O . Trên cung lớn BC lấy điểm A sao cho $AB < AC$. Kẻ đường kính AK , E là hình chiếu của C trên AK . M là trung điểm của BC .

- Chứng minh bốn điểm C, E, M, O cùng thuộc một đường tròn.
- Kẻ $AD \perp BC$ tại D . Chứng minh $AD \cdot AK = AB \cdot AC$ và $\triangle MDE$ cân.
- Gọi F là hình chiếu của B trên AK . Chứng minh khi A di chuyển trên cung lớn BC thì tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle DEF$ là 1 điểm cố định.

Câu V: (1,5 điểm)

1) Một cái thùng dùng để đựng gạo có dạng nửa hình cầu với đường kính 50cm , phần gạo vun lên có dạng hình nón cao 12cm .



- Tính thể tích phần gạo trong thùng.
- Nhà bạn An dùng lon sữa bò dạng hình trụ với bán kính đáy là 5cm , chiều cao 14cm dùng để đựng gạo mỗi ngày. Biết rằng mỗi ngày nhà An ăn 4 lon gạo và mỗi lần đựng thì lượng gạo chiếm 90% thể tích của lon. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu ngày để nhà An có thể ăn hết số gạo trong thùng?

2) Cho $0 \leq x, y, z \leq 2$ và $x + y + z = 3$. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{x+1} + \sqrt{y+1} + \sqrt{z+1}$.

Hết

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM

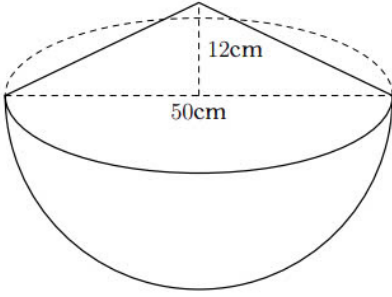
CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM										
Câu I 1,5 đ	Câu I: (1,5 điểm) 1) Sau khi thống kê độ dài (đơn vị: centimét) của 60 lá dương xỉ trưởng thành, người ta có bảng tần số ghép nhóm như sau: <table><tr><td>Nhóm</td><td>10 ; 20)</td><td>20 ; 30)</td><td>30 ; 40)</td><td></td></tr><tr><td>Tần số (n)</td><td>7</td><td>16</td><td>27</td><td></td></tr></table> Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm 30 ; 40). 2) Trên mặt phẳng cho năm điểm phân biệt A, B, C, D, E, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hai điểm A, B được tô màu đỏ; ba điểm C, D, E được tô màu xanh. Bạn Châu chọn ra ngẫu nhiên một điểm tô màu đỏ, sau đó chọn ngẫu nhiên một điểm tô màu xanh để nối thành một đoạn thẳng. Tính xác suất của mỗi biến cố X: “ Trong hai điểm được chọn ra có điểm A”.	Nhóm	10 ; 20)	20 ; 30)	30 ; 40)		Tần số (n)	7	16	27		
	Nhóm	10 ; 20)	20 ; 30)	30 ; 40)								
	Tần số (n)	7	16	27								
	1) Tần số ghép nhóm 30 ; 40) là 27 Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm 30 ; 40) là: $\frac{27.100}{60} \% = 45 \%$	0,5 0,5										
2) Không gian mẫu của phép thử là: $\Omega = \{AC ; AD ; AE ; BC ; BD ; BE\}$ Không gian mẫu có 6 phần tử. Các kết quả của phép thử là đồng khả năng. + Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố X là AC ; AD ; AE . Xác suất của biến cố X là $P(X) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.	0,5											
Câu II: (1,5 điểm) a) Tính: $A = 2\sqrt{9} + 3\sqrt{0,25} - \sqrt{1\frac{9}{16}}$ b) rút gọn biểu thức $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-7} - \frac{14\sqrt{x}}{x-49} - \frac{7}{\sqrt{x}+7}$ với $x \geq 0, x \neq 49$ c) Xác định hàm số bậc nhất biết đồ thị của nó đi qua điểm M(-1; -5) và và												

Câu II 1,5 đ	điểm N(1;1)	
	a) $2\sqrt{9}+3\sqrt{0,25}-\sqrt{1\frac{9}{16}}=2.3+3.0,5-\sqrt{\frac{25}{16}}=6+\frac{3}{2}-\frac{5}{4}$ $=6+\frac{1}{4}=\frac{25}{4}$	0,25 0,25
	b) $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-7} - \frac{14\sqrt{x}}{x-49} - \frac{7}{\sqrt{x}+7}$ $B = \frac{\sqrt{x} \cdot (\sqrt{x}+7)}{(\sqrt{x}+7)(\sqrt{x}-7)} - \frac{14\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+7)(\sqrt{x}-7)} - \frac{7(\sqrt{x}-7)}{(\sqrt{x}+7)(\sqrt{x}-7)}$ $B = \frac{x+7\sqrt{x}-14\sqrt{x}-7\sqrt{x}+49}{(\sqrt{x}+7)(\sqrt{x}-7)}$ $B = \frac{(\sqrt{x}-7)^2}{(\sqrt{x}+7)(\sqrt{x}-7)} = \frac{\sqrt{x}-7}{\sqrt{x}+7}$	0,25 0,25
	c) Gọi công thức hàm số cần tìm là: $y = ax + b$ ($a \neq 0$) (d) Do (d) đi qua điểm M(-1; -5) nên $-a + b = -5$ (1) Do (d) đi qua điểm M(1; 1) nên $a + b = 1$ (2) Từ (1) và (2) tìm được $a = 3$, $b = -2$ nên hàm số bậc nhất cần tìm là $y = 3x - 2$	0,25 0,25
	Câu III: (2,5 điểm) 1) Để mở rộng kinh doanh, một cửa hàng đã vay 600 triệu đồng kì hạn 12 tháng từ hai ngân hàng A và B với lãi suất lần lượt là 8%/năm và 9%/năm. Tổng số tiền lãi một năm phải trả cho cả hai ngân hàng là 50 triệu đồng. Tính số tiền của hàng đã vay từ mỗi ngân hàng. 2) Một tổ sản xuất phải làm 600 sản phẩm trong một thời gian quy định với năng suất như nhau. Sau khi làm được 400 sản phẩm, tổ đã tăng năng suất thêm mỗi ngày 10 sản phẩm, do đó đã hoàn thành công việc sớm hơn một ngày. Tính số sản phẩm làm trong mỗi ngày theo quy định. 3) Cho phương trình $x^2 - 5x + 1 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $M = \frac{ x_1 - x_2 }{\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}}$	
	1) Gọi x (triệu đồng), y (triệu đồng) lần lượt là số tiền mà cửa hàng đã vay từ ngân hàng A và B ($x > 0, y > 0$). Cửa hàng đã vay tổng 600 triệu đồng nên: $x + y = 600$ Vì lãi suất của hai ngân hàng A và B lần lượt là 8%/năm và 9%/năm, tổng tiền lãi một năm phải trả cho cả hai ngân hàng là 50 triệu đồng nên: $8\% \cdot x + 9\% \cdot y = 50$ hay $8x + 9y = 5000$. Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 600 (1) \\ 8x + 9y = 5000 (2) \end{cases}$	0,25

Câu III: 2,5 đ	Từ phương trình (1) ta có: $y=600-x$. Thế $y=600-x$ vào phương trình (2) ta được: $8x+9.(600-x)=5000$ (3) Giải phương trình (3): $8x+9.(600-x)=5000 \Rightarrow 8x+5400-9x=5000 \Rightarrow -x=-400 \Rightarrow x=400$ Ta thấy $x=400$ thỏa mãn $x>0$ Thay $x=400$ vào phương trình $y=600-x$, ta có: $y=600-400=200$ (thỏa mãn $y>0$) Vậy số tiền của hàng đã vay từ ngân hàng A và B lần lượt là 400 triệu đồng và 200 triệu đồng.	0,25 0,25 0,25
	2) Gọi số sản phẩm dự kiến làm trong mỗi ngày là x (sản phẩm). Điều kiện: $x>0$. Thời gian dự kiến là $\frac{600}{x}$ (ngày). Thời gian làm 400 sản phẩm đầu là $\frac{400}{x}$ (ngày). Thời gian làm $600-400=200$ sản phẩm sau là $\frac{200}{x+10}$ (ngày). Vì thực tế công việc hoàn thành sớm hơn dự kiến 1 ngày nên ta có phương trình: $\frac{600}{x} - \left(\frac{400}{x} + \frac{200}{x+10} \right) = 1$ $\frac{200}{x} - \frac{200}{x+10} = 1$ $\frac{200(x+10) - 200x}{x(x+10)} = 1$ $x^2 + 10x - 2000 = 0$ $x^2 + 10x + 25 - 2025 = 0$ $(x+5)^2 = 2025.$ $x_1=40$ (thỏa mãn), $x_2=-50$ (loại). Vậy số sản phẩm dự kiến làm trong mỗi ngày là 40 (sản phẩm).	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
	3) Cho phương trình $x^2 - 5x + 1 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt x_1, x_2. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $M = \frac{ x_1 - x_2 }{\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}}$ Theo định lý Vi – Ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 5 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = 1 \end{cases}$ Ta có $M = \frac{ x_1 - x_2 }{\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}} = \frac{ (\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2})(\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}) }{\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}}$	0,25

	$M = \left \sqrt{x_1} - \sqrt{x_2} \right $ $M^2 = \left(\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2} \right)^2 = x_1 + x_2 - 2\sqrt{x_1 \cdot x_2} = 5 - 2 \cdot 1 = 3$ $\Rightarrow M = \left \sqrt{x_1} - \sqrt{x_2} \right = \sqrt{3} \text{ vì } M > 0$	0,25
Câu IV: 3,0 đ	Câu IV: (3,0 điểm) Cho đường tròn tâm (O) và dây BC cố định không đi qua O. Trên cung lớn BC lấy điểm A sao cho $AB < AC$. Kẻ đường kính AK, E là hình chiếu của C trên AK. M là trung điểm của BC. a) Chứng minh bốn C, E, M, O cùng thuộc một đường tròn. b) Kẻ $AD \perp BC$ tại D. Chứng minh $AD \cdot AK = AB \cdot AC$ và ΔMDE cân. c) Gọi F là hình chiếu của B trên AK. Chứng minh khi A di chuyển trên cung lớn BC thì tâm đường tròn ngoại tiếp ΔDEF là 1 điểm cố định.	
	a) ΔOBC cân tại O, M là trung điểm của BC nên OM vừa là đường trung tuyến vừa là đường cao. Suy ra $OM \perp BC \Rightarrow \widehat{OMC} = 90^\circ$ Theo bài ra, E là hình chiếu của C trên AK nên $CE \perp AK$ $\Rightarrow CE \perp EO \Rightarrow \widehat{OEC} = 90^\circ$ Gọi I là trung điểm của OC Dễ dàng chứng minh $IO = IE = \frac{1}{2} OC = IC$ Do đó C, E, M, O cùng thuộc một đường tròn (I).	0,5 0,5 0,5
	b) *Chứng minh $AD \cdot AK = AB \cdot AC$ Xét ΔDBA và ΔCKA có +) $\widehat{ADB} = \widehat{ACK} = 90^\circ$ +) $\widehat{ABD} = \widehat{ACK}$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC) Nên $\Delta DBA \sim \Delta CKA$	0,25

	Do đó ta có: $\frac{AD}{AB} = \frac{AC}{AK}$ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ) Hay $AD \cdot AK = AB \cdot AC$ (đpcm). *Chứng minh ΔMDE cân. Theo bài ra $\begin{cases} \angle AD \perp BC \\ \angle AE \perp EC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \widehat{ADC} = 90^\circ \\ \widehat{AEC} = 90^\circ \end{cases}$ Gọi Q là trung điểm của AC Dễ dàng chứng minh $QA = QC = QD = QE$ Suy ra bốn điểm A, C, D, E cùng thuộc đường tròn (Q) Suy ra $\widehat{CAE} = \widehat{CDE}$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn cung CE) (1) Xét (O) ta có: $\widehat{CBK} = \widehat{CAE}$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn cung CK) (2) Từ (1) và (2) suy ra mà hai góc này ở vị trí đồng vị (3) Suy ra $DE \parallel BK$ $\widehat{CBK} = \widehat{CDE}$ Xét đường tròn (I) có: $\widehat{EMC} = \widehat{EOC}$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn $\widehat{EC}$). (4) Xét đường tròn (O) có: $\widehat{KBC} = \frac{1}{2} \widehat{KOC}$ (Góc nt và góc ở tâm cùng chắn $\widehat{KC}$). (5) Từ (3); (4) và (5) suy ra: $\widehat{EMC} = 2 \widehat{CDE}$. ΔMDE có $\widehat{EMC} = \widehat{MDE} + \widehat{MED}$ (góc ngoài của tam giác) mà $\widehat{EMC} = 2 \widehat{MDE}$ Nên $\widehat{MDE} = \widehat{MED}$. Do đó, ΔMDE cân tại M.	0,25 0,25 0,25
	c) Gọi P là trung điểm của BO Dễ dàng chứng minh được $PB = PO = PF = PM$ Suy ra bốn điểm O, M, B, F cùng thuộc đường tròn (P) Nên $\widehat{OBM} = \widehat{MFO}$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn $\widehat{MO}$). Xét đường tròn (I) có: $\widehat{MEO} = \widehat{MCO}$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn $\widehat{MO}$). Mà $\widehat{OBM} = \widehat{OCM}$ (ΔOCB cân tại O). Do đó $\widehat{MFO} = \widehat{MEO} \Rightarrow \Delta EMF$ cân tại $M \Rightarrow ME = MF$ Mà $ME = MD$ (Tam giác MDE cân tại M). Suy ra: $MD = ME = MF$. Suy ra M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $\triangle$. Mà M là trung điểm của BC nên M là điểm cố định. Vậy khi A di chuyển trên cung lớn BC thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $\triangle$ là một điểm cố định.	0,25 0,25

	Câu V: (1,5 điểm) 1) Một cái thùng dùng để đựng gạo có dạng nửa hình cầu với đường kính 50 cm, phần gạo vun lên có dạng hình nón cao 12 cm. a) Tính thể tích phần gạo trong thùng. b) Nhà bạn An dùng lon sữa bò dạng hình trụ với bán kính đáy là 5 cm, chiều cao 14 cm dùng để đựng gạo mỗi ngày. Biết rằng mỗi ngày nhà An ăn 4 lon gạo và mỗi lần đựng thì lượng gạo chiếm 90% thể tích của lon. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu ngày để nhà An có thể ăn hết số gạo trong thùng? 2) Cho $0 \leq x, y, z \leq 2$ và $x + y + z = 3$. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{x+1} + \sqrt{y+1} + \sqrt{z+1}$.	
Câu V: 1,5 đ	1) a) Bán kính của hình cầu là: $R = \frac{d}{2} = \frac{50}{2} = 25\text{ (cm)}$ Thể tích phần gạo hình cầu là: $V_c = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi 25^3 = \frac{31250}{3} \pi \text{ (cm}^3\text{)}$ Thể tích phần gạo vun lên dạng hình nón là: $V_n = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 25^2 \cdot 12 = 2500 \pi \text{ (cm}^3\text{)}$ Thể tích gạo trong thùng là: $V_g = \frac{31250}{3} \pi + 2500 \pi = \frac{38750}{3} \pi \text{ (cm}^3\text{)}$ b) Thể tích lon là: $\pi \cdot 5^2 \cdot 14 = 350 \pi \text{ (cm}^3\text{)}$ Thể tích gạo một ngày mức là: $4.90\% \cdot 350 \pi = 1260 \pi \text{ (cm}^3\text{)}$ Ta có: $\frac{38750}{\pi} : 1260 \pi \approx 10,3$ Vậy cần ít nhất 11 ngày để dùng hết số gạo trong thùng.	0,25 0,25 0,25 0,25
	2. + Theo bất đẳng thức Bunhiacopxkia: $P^2 = (1 \cdot \sqrt{x+1} + 1 \cdot \sqrt{y+1} + 1 \cdot \sqrt{z+1})^2 \leq (1^2 + 1^2 + 1^2)(x+1+y+1+z+1) = 18$ $\Rightarrow P \leq 3\sqrt{2}.$ Suy ra $\text{Max} P = 3\sqrt{2}$ khi $x = y = z = 1$. Giả sử $z = \max\{x; y; z\} \Rightarrow 1 \leq z \leq 2$. Khi đó: $(\sqrt{x+1} + \sqrt{y+1})^2 = 5 - z + 2\sqrt{xy+x+y+1} \geq 5 - z + 2\sqrt{4-z} = (\sqrt{4-z} + 1)^2$ $\Rightarrow \sqrt{x+1} + \sqrt{y+1} \geq \sqrt{4-z} + 1 \Rightarrow P \geq \sqrt{4-z} + \sqrt{z+1} + 1.$ Lại có: $(\sqrt{4-z} + \sqrt{z+1})^2 = 5 + 2\sqrt{-z^2 + 3z + 4} = 5 + 2\sqrt{6 + (2-z)(z-1)} \geq 5 + 2\sqrt{6} = (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2.$ Suy ra $P \geq 1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}$ hay $\text{min} P = 1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}$ khi $x = 1, y = 0, z = 2$ và các hoán vị.	0,25 0,25

