**Bài 1.** Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn , điểm  thuộc cung nhỏ . Kẻ dây  vuông góc với . Gọi  là giao điểm của  và ,  là giao điểm của  và . Chứng minh rằng  song song với 

**Giải**

****

Gọi  là giao điểm của  và .

** ** đi qua trung điểm dây  (Liên hệ đường kính và dây).

 là đường trung trực của .

 (Tính chất đường trung trực).

 (Liên hệ dây và cung).

Theo tính chất góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn ta có:

.

  (Vì ).

.

 Tứ giác là tứ giác nội tiếp (hai góc đỉnh và  nhìn cạnh dưới cùng một góc).

 (Cùng chắn cung  của đường tròn ngoại tiếp tứ giác ).

Mà  (Tính chất góc nội tiếp). 

Mặt khác:  (Tính chất góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn).

 () 

Từ  và   

 (Cặp góc so le trong bằng nhau). (đpcm)

**Bài 2:** Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O) và. Tiếp tuyến của  tại  cắt đường thẳng  tại  . Gọi  là giao điểm của hai đường thẳng  và .

 a) Chứng minh .

 b) Chứng minh  nội tiếp.

 c) Chứng minh .

 

a) Xét  và  có:

 (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp chắn cùng chắn). là góc chung.

⇒  (g.g).

⇒  .

b) Ta có:   cân  .

 (góc ngoài bằng góc đối trong của tứ giác nội tiếp).

 (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung chắn và góc nội tiếp cùng chắn ).

⇒ .

⇒ Tứ giác  nội tiếp (hai góc bằng nhau cùng nhìn một cạnh).

c) Xét tứ giác  nội tiếp có:

(tổng hai góc đối bằng ) .

Cần CM: .

Thật vậy: (chứng minh phần b).

 (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung chắn và góc nội tiếp chắn cùng ).

.

 .

Từ , ta được:

  (trong cùng phía)

**Bài 2:**Cho góc nhọn . Từ một điểm ở trên tia  kẻ  vuông góc với  tại H và kẻ  vuông góc với đường phân giác của góc tại , Chứng minh tứ giác  nội tiếp được đường tròn và xác định tâm của đường tròn đó.

a) Chứng minh rằng .

b) Tiếp tuyến tại  với đường tròn  cắt  tại . Đường thẳng  cắt  tại. Chứng minh tứ giác  nội tiếp.

Lời giải:



a) Ta có:

 vuông tại  nên ba điểm  cùng thuộc đường tròn đường kính  

 vuông tại  nên ba điểm  cùng thuộc đường tròn đường kính 

Từ và  Tứ giác  nội tiếp được đường tròn đường kính .

 Tâm  trung điểm của đoạn .

b) Tứ giác nội tiếp nên:

 

 

Mà  ( là phân giác của ) 

Từ  và     

 thuộc đường trung trực của

Mặt khác   thuộc đường trung trực của 

Từ   là đường trung trực của    .

c) Ta có:  là góc ngoài của tam giác  nên 

Ta lại có:

  (So le trong)

  (hai cạnh tương ứng)

Mà (Chứng min trên)

Mặt khác  và 

 

Xét tứ giác  có:

Mà hai góc này ở vị trí đối nhau nên  nội tiếp.