**I. LÝ DO CHỌN ĐỀ TÀI**

Ở lớp 7, khi học bài “2 đường thẳng song song”, học sinh biết cách chứng minh 2 đường thẳng song song, khi học bài “2 tam giác bằng nhau”, học sinh biết cách chứng minh 2 tam giác bằng nhau … và nếu không theo cách này học sinh có thể chọn cách khác. Nhưng đối với “chứng minh 3 điểm thẳng hàng” học sinh không có sự định hướng tốt như vậy, nhiều em cũng muốn bài làm của mình được trọn vẹn, nhưng gặp nhiều khó khăn …

Qua nhiều năm giảng dạy ở khối 7, với nhiều đối tượng khác nhau tôi thấy một trong những nguyên nhân là do chúng ta chưa hết sức trong việc tập cho các em làm quen với việc “chứng minh 3 điểm thẳng hàng”. Từ những suy nghĩ đó và thực tế giảng dạy tôi đã mạnh dạn viết đề tài này

**II. THỰC TRẠNG**

**1. Quan sát:**

Kiến thức trang bị cho các em tương đối ít, hơn nữa các bài tập ở sách giáo khoa đưa ra đa số các bài toán đã có cả hình vẽ sẵn, điều này các thầy cô giáo khi dạy cũng không khai thác thêm các bài toán để phát huy óc sáng tạo của các em.

**2. Điều tra:**

Để nắm bắt được học sinh của mình có giải được dạng toán này không, tôi đã mạnh dạn bổ sung thêm câu hỏi “chứng minh ba điểm thẳng hàng” vào bài kiểm tra một tiết. Kết quả tổng số 79 em thì:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Năm học | Lớp | Sĩ số | Số học sinh giải đúng | Tỉ lệ (%) |
| 2016-2017 | 71 | 40 | 5 | 12,5% |
| 72 | 39 | 6 | 15,4% |

Số còn lại 68 em chiếm tỷ lệ 86,1% đều bỏ trống hoặc làm sai không định hướng được cách làm.

**III/ GIẢI PHÁP**

Qua thời gian nghiên cứu, tìm tòi và học hỏi từ đồng nghiệp. Tôi đã mạnh dạn đưa ra những **phương pháp** giải dạng toán "***chứng minh ba điểm thẳng hàng***" như sau:

**A. Lý thuyết:**

***1. Dựa vào định nghĩa góc bẹt để chứng minh ba điểm thẳng hàng***

A B C ** ***=*** *1800  Ba điểm A, B, C thẳng hàng*

***2. Vận dụng tiên đề Ơclít chứng minh hai đường thẳng cùng đi qua một điểm và cùng song song với một đường thẳng cho trước***

AB **//** a

A

B

C

a

***=>*** *A, B, C thẳng hàng*

AC **//** a

***3. Chứng minh hai đường thẳng cùng đi qua một điểm và cùng vuông góc với***

***một đường thẳng cho trước:***

A

B

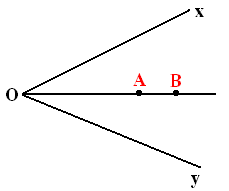
C

AB **** a

BC **** a

***=>*** *A, B, C thẳng hàng*

a



***4. Chứng minh ba điểm cùng thuộc tia phân giác của 1 góc***

*Tia OA là tia phân giác của *

***⇒*** *A, O, B thẳng hàng*

*Tia OB là tia phân giác của *

***5. Chứng minh ba điểm cùng thuộc đường trung trực của một đoạn thẳng***

A

B

C

M

N

*A thuộc đường trung trực của MN*

**=>** A, B, C thẳng hàng

*B thuộc đường trung trực của MN*

*C thuộc đường trung trực của MN*

***6. Áp dụng đường trung tuyến của một tam giác thì phải đi qua trọng tâm.***

B

M

C

G

A

*G là trọng tâm tam giác ABC*

*AM là trung tuyến tam giác ABC*

***=>*** *A, G, M thẳng hàng*

***7. Chứng minh đường phân giác của tam giác thì đi qua giao điểm chung của chúng:***

A

*I là giao điểm 2 đường phân giác,*

I

*AD là phân giác của *

*******D thẳng hàng*.

D

B

C

***8. Chứng minh đường cao của tam giác thì đi qua trực tâm của tam giác đó:***

B

H

A

D

C

*H là trực tâm ABC*

*AD là đường cao ABC*

***=>*** *A, H, D thẳng hàng*

***9. Chứng minh đường trung trực của một cạnh thì đi qua giao điểm hai đường trung trực của hai cạnh còn lại:***

C

A

E

B

F

O

*O là giao điểm 2 đường trung trực của 2 cạnh AC và BC*

*EF là đường trung trực của cạnh AB*

***=>*** *E, F,O thẳng hàng*

***10. Sử dụng phương pháp hình duy nhất***

*Để chứng minh 3 điểm A, B, C thẳng hàng, trong đó C thuộc hình H (hình H là đường thẳng, tia, đoạn thẳng ...) chúng ta có thể gọi C’ là giao điểm của AB với hình H tìm cách chứng minh 2 điểm C và C’ trùng nhau*

**B. Hướng dẫn học sinh áp dụng để làm bài tập.**

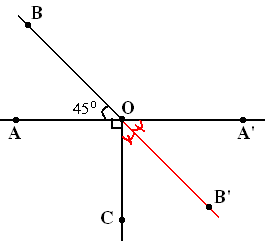
***1. Dựa vào định nghĩa góc bẹt để chứng minh ba điểm thẳng hàng:***

A B C ** **=** 1800  Ba điểm A, B, C thẳng hàng

*- Ngay từ bài 1: “Hai góc đối đỉnh”, ta có thể lồng vào bài toán yếu tố “3 điểm thẳng hàng” như sau:*

**Ví dụ 1:** Trên đường thẳng AA’ lấy điểm O. Trên nửa mặt phẳng bờ AA’ vẽ tia

OB sao cho AOB = 450. Trên nửa mặt phẳng còn lại vẽ tia OC sao cho AOC = 900. Gọi OB’ là tia phân giác của A’OC. Chứng minh ba điểm B, O, B’ thẳng hàng

**Giải**

A, O, A’ thẳng hàng ⇒ AOA’ = 1800

AOC + COA’ = AOA’

900 + COA’ = 1800

COA’ = 1800 – 900 = 900

Vì OB’ là tia phân giác của COA’

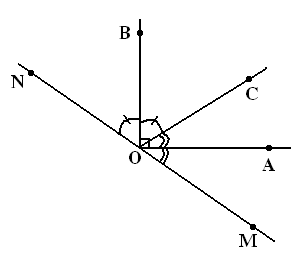
⇒ COB’ =  =  = 450

BOB’ = BOA + AOC + COB’

= 450 + 900 + 450 = 1800

Vậy ba điểm B, O, B’ thẳng hàng

**Ví dụ 2:** Cho góc vuông AOB và tia OC nằm trong góc đó. Vẽ tia OM sao cho tia OA là tia phân giác của COM. Vẽ tia ON sao cho tia OB là tia phân giác của CON. Chứng minh ba điểm M, O, N thẳng hàng.

**Giải**

 M, O, N thẳng hàng  OA là tia phân giác của COM ⇒ COM = 2 COA

 OB là tia phân giác của CON ⇒CON = 2 COB

 MON =COM + CON

 = 2COA + 2 COB

 = 2.(COA + COB)

= 2. AOB

= 2. 900

= 1800

Vậy ba điểm M, O, N thẳng hàng

**Ví dụ 3:** Cho ΔABC vuông ở A, M là trung điểm AC. Kẻ tia Cx vuông góc CA (tia Cx và điểm B ở hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ AC). Trên tia Cx lấy điểm D sao cho CD = AB. Chứng minh ba điểm B, M, D thẳng hàng.

**Giải**

=

=

/

/

D

M

C

B

A

Xét AMB và CMD có:

AB = DC (gt).



MA = MC (M là trung điểm AC)

Do đó: AMB = CMD (c.g.c).

Suy ra: 

Mà  (kề bù)

nên .

Vậy ba điểm B; M; D thẳng hàng.

**Ví dụ 4:** (Bài tập 55 trang 80 SGK Hình học 7 tập 2).

Cho hình vẽ. Chứng minh ba điểm B, D, C thẳng hàng

**Giải**

KD là đường trung trực của AC

A

K

C

D

B

I

1

2

3

4

 DA = DC

 ΔADC cân tại D

Mà DK là đường trung trực

=> DK là đường phân giác

 *=*(1)

DI là đường trung trực của AB

DA = DB

ΔABD cân tại D

Mà DI là đường trung trực

=> DI là đường phân giác

=> *=* (2)

Từ (1) và (2) suy ra *+=+*

Ta có: DK **//** AI (cùng vuông góc với AC)

Mà ** suy ra **** =>***+=* ****

=> *+=+=* ****

*=+++*

Vậy ba điểm B, D, C điểm thẳng hàng.

***2. Vận dụng tiên đề Ơclít chứng minh hai đường thẳng cùng đi qua một điểm và cùng song song với một đường thẳng cho trước***

BC **//** a

***=>*** *A, B, C thẳng hàng*

A

B

C

a

AC **//** a

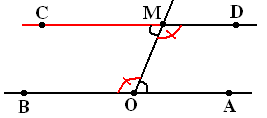
**Ví dụ 1:** Cho 2 góc AOM và MOB kề bù (theo hình vẽ)

Vẽ tia MC sao cho 2 góc CMO, MOA so le trong và bằng nhau

Vẽ tia MD sao cho 2 góc DMO, MOB so le trong và bằng nhau

Chứng minh ba điểm C, M, D thẳng hàng

**Giải**

 CMO và MOA là cặp góc so le trong bằng nhau

⇒ MC **//** OA

Mà B thuộc đường thẳng OA

 ⇒ MC **//** AB

DMO và MOB là cặp góc so le trong bằng nhau

⇒ MD **//** OB

Mà A thuộc đường thẳng OB

⇒ MD **//** AB

Ta có MC **//** AB (cmt)

MD **//** AB (cmt)

⇒ Ba điểm C, M, D thẳng hàng *(Tiên đề Ơclit)*

**Ví dụ 4:** Cho ΔABC vuông tại A. Vẽ ΔACD vuông tại C có CD < AB. Vẽ đường thẳng m qua A và song song với BC. E là điểm nằm trên đường thẳng m sao cho E và C cùng thuộc nửa mặt phẳng bờ AB, AE = BC. Chứng minh ba điểm D, C, E thẳng hàng.

**Giải**

Xét ABC và CEA có:

BC = EA (gt)

 (hai góc so le trong vì AE **//** BC)

AC là cạnh chung

Vậy: ABC = CEA (c.g.c)

=> 

Mà  là 2 góc so le trong

=> CE **//** AB

Mặt khác CD **⊥** AC (ACD vuông tại C)

và AB **⊥** AC (ABC vuông tại A)

=> CD **//** AB

Ta có CE **//** AB, CD **//** AB

Theo tiên đề Ơ-Clit ta có hai đường thẳng CE, CD trùng nhau

Vậy ba điểm D, C, E thẳng hàng

**Ví dụ 2:**Cho hai đoạn thẳng AC và BD cắt nhau tai trung điểm O của mỗi đoạn. Trên tia AB lấy lấy điểm M sao cho B là trung điểm AM, trên tia AD lấy điểm N sao cho D là trung điểm AN. Chúng minh ba điểm M, C, N thẳng hàng.

**Giải**

Xét AOD và COB có:

OA = OC (vì O là trung điểm AC)

 (hai góc đối đỉnh)

**OD = OB (vì O là trung điểm BD)

Vậy AOD = COB (c.g.c)

Suy ra: .

Do đó: AD **//** BC.

Nên (ở vị trí đồng vị)

XétDAB và CBM có :

AD = BC ( do AOD = COB),

(hai góc đồng vị)

AB = BM ( B là trung điểm AM)

Vậy DAB = CBM (c.g.c).

Suy ra . Do đó BD **//** CM. (1)

Lập luận tương tự ta được BD **//** CN. (2)

Từ (1) và (2) , theo tiên đề Ơ-Clit suy ra ba điểm M, C, N thẳng hàng.

**Ví dụ 3:** Cho ΔABC. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AC, AB. Trên các đường thẳng BM và CN lần lượt lấy các điểm D và E sao cho M là trung điểm BD và N là trung điểm EC. Chứng minh ba điểm E, A, D thẳng hàng.

**Giải**

=

=

/

/

E

D

N

M

C

B

A

Xét BMC và DMA có:

MC = MA (do M là trung điểm AC)

 (hai góc đối đỉnh)

MB = MD (do M là trung điểm BD)

Vậy: BMC = DMA (c.g.c)

Suy ra: 

Mà là hai góc này ở vị trí so le trong

nên BC // AD (1)

Chứng minh tương tự : BC // AE (2)

Điểm A ở ngoài BC có một và chỉ một đường thẳng song song BC

nên từ (1) và (2) và theo Tiên đề Ơ-Clit

Suy ra ba điểm E, A, D thẳng hàng.

***3. Chứng minh hai đường thẳng cùng đi qua một điểm và cùng vuông góc với***

***một đường thẳng cho trước:***

A

B

C

AB **** a

BC **** a

***=>*** *A, B, C thẳng hàng*

a

**Ví dụ 1:** Cho ΔABC, trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho AD = AB. Trên tia đối của tia AC lấy điểm E sao cho AE = AC. Vẽ AH vuông góc BC (H  BC).

Trên đoạn DE lấy điểm K sao cho BH = DK. Chứng minh ba điểm A, H, K thẳng hàng.

**Giải**

Có ΔADE = ΔABC (vì AE = AC, AD = AB, *=*)

 *=* mà *,* là 2 góc so le trong

E

K

C

H

B

A

D

 DE **//** BC

ΔAHB = ΔAKD (vì AB= AD, BH = DK,  )

*=*

=> AK **⊥** DE

Mà DE **//** BC

 *AK* **⊥** *BC*

mà *AH* **⊥** BC

Suy ra ba điểm K, A, H thẳng hàng.

**Ví dụ 2:** Cho ΔABC cân tại A, AD là đường trung tuyến. Trên nửa mặt phẳng bờ BC không chứa điểm A vẽ ΔDCE vuông tại D. Chứng minh ba điểm A, D, E thẳng hàng.

E

D

C

B

A

**Giải**

Ta có ΔABC cân tại A (gt)

AD là đường trung tuyến (gt)

=> AD là đường cao của ΔABC

=> AD **⊥** BC

Mà DE **⊥** BC (ΔDCE vuông tại D)

Do vậy hai đường thẳng AD, DE trùng nhau

Vậy ba điểm A, D, E thẳng hàng

**Ví dụ 3:** Cho ΔABC có AB = AC. Gọi M là trung điểm BC. Vẽ hai đường tròn tâm B và tâm C có cùng bán kính sao cho chúng cắt nhau tại hai điểm P và Q. Chứng minh ba điểm A, P, Q thẳng hàng.

**Giải**

Xét ΔABM và ΔACM có:

AB =AC (gt)

AM chung

MB = MC (M là trung điểm BC)

Vậy ΔABM = ΔACM (c.c.c)

Suy ra: (hai góc tương ứng)

Mà (hai góc kề bù)

nên 

Do đó: AM  BC (đpcm)

Chứng minh tương tự ta được: ΔBPM = ΔCPM (c.c.c).

Suy ra: (hai góc tương ứng)

mà 

nên = 900  **=>** PM **⊥** BC.

Lập luận tương tự QM **⊥** BC

Từ điểm M trên BC có AM **⊥** BC, PM **⊥** BC, QM **⊥** BC

Nên ba điểm A, P, Q thẳng hàng (đpcm)

**Ví dụ 4:** Cho ΔABC có AB = 5, AC = 12, BC = 13. Vẽ ΔACD sao cho AD = 16, CD = 20. Chứng minh ba điểm B, A, D thẳng hàng

**Giải**

Ta có AB2 + AC2 = 52 + 122 = 169

BC2 = 132 = 169

Nên AB2 + AC2 = BC2

=> ΔABC vuông tại A (định lí Py-ta-go đảo)

=> AB ⊥ AC

Tương tự: ΔACD có AC2 + AD2 = CD 2 = 400

=> ΔACD vuông tại A (định lí Py-ta-go đảo)

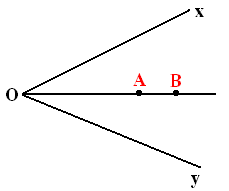
=> AD ⊥ AC

Ta có AB ⊥ AC và AD ⊥ AC

=> Hai đường thẳng AB, AD trùng nhau

Vậy ba điểm B, A, D thẳng hàng

***4. Chứng minh ba điểm cùng thuộc tia phân giác của một góc:***



*Tia OA là tia phân giác của *

*Tia OB là tia phân giác của *

***⇒*** *A, O, B thẳng hàng*

**Ví dụ 1**: Cho ΔABC có AB = AC. Gọi M là một điểm nằm trong tam giác sao cho MB = MC. Gọi N là trung điểm của BC. Chứng minh ba điểm A, M, N thẳng hàng.

**Giải**

A

*ABM*  *ACM*

*(*vì AM chung, AB = AC, MB = MC )

*=*

M

 AM là tia phân giác ** (1)

Tương tự *ABN*  *ACN (c.c.c)*

*=*

C

N

B

 AN là tia phân giác ** (2)

Từ (1), (2) suy ra ba A, M, N điểm thẳng hàng.

**Ví dụ 2:** Cho **. Trên hai cạnh Ox và Oy lấy lần lượt hai điểm B và C sao cho OB = OC. Vẽ đường tròn tâm B và tâm C có cùng bán kính sao cho chúng cắt nhau tại hai điểm A và D nằm trong góc xOy. Chứng minh ba điểm O, A, D thẳng hàng.

**Giải**

Xét ΔBOD và ΔCOD có:

**OB = OC (gt)

OD chung

BD = CD (D là giao điểm của

hai đường tròn tâm B và tâm C cùng bán kính).

Vậy ΔBOD =ΔCOD (c.c.c).

Suy ra : .

Điểm D nằm trong 

nên tia OD nằm giữa hai tia Ox và Oy.

Do đó OD là tia phân giác của .

Chứng minh tương tự ta được OA là tia phân giác của .

chỉ có một tia phân giác nên hai tia OD và OA trùng nhau.

Vậy ba điểm O, D, A thẳng hàng.

***5. Chứng minh ba điểm cùng thuộc đường trung trực của một đoạn thẳng***

A

B

C

M

N

*A thuộc đường trung trực của MN*

=*> A, B, C thẳng hàng*

*B thuộc đường trung trực của MN*

*C thuộc đường trung trực của MN*

**Ví dụ 1*:*** Cho ΔABC, ΔDBC và ΔEBC cân có chung đáy BC.

Chứng minh rằng ba điểm A, D, E thẳng hàng.

E

C

D

A

B

**Giải**

Ta có ΔABC cân tại A suy ra AB = AC

A thuộc đường trung trực của BC (1)

ΔDBC cân tại D suy ra DB = DC

D thuộc đường trung trực của BC (2)

ΔEBC cân tại E suy ra EB = EC

 E thuộc đường trung trực của BC (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra ba điểm A, D, E thẳng hàng.

**Ví dụ 2:** Cho Δ ABC cân tại A, M là trung điểm BC. Đường trung trực của AB, AC cắt nhau ở D. Chứng minh ba điểm A, M, D thẳng hàng

**A**

**C**

**B**



**M**

**D**

**Giải**

Ta có : AB = AC (gt)

MB = MC (M là trung điểm BC)

Suy ra: AM là đường trung trực của đoạn BC (1)

Δ ABC có đường trung trực của AB và AC cắt nhau tại D

Suy ra: D là giao điểm 3 đường trung trực trong Δ ABC

Nên: D thuộc đường trung trực của BC (2)

Từ (1) và (2) suy ra ba điểm A, M, D thẳng hàng

***6. Áp dụng đường trung tuyến của một tam giác thì phải đi qua trọng tâm.***

B

M

C

G

A

*G là trọng tâm tam giác ABC*

*AM là trung tuyến tam giác ABC*

***=>*** *A, G, M thẳng hàng*

**Ví dụ 1:** Cho ΔABC vuông tại A, có BC = 10cm, AC = 8cm. Lấy điểm M trên AB sao cho BM = 4cm. Vẽ điểm D sao cho A là trung điểm DC, gọi N là trung điểm BD. Chứng minh ba điểm C, M, N thẳng hàng

**Giải**

**A**

**C**

**B**

**M**

**D**

**N**

**4**

Áp dụng định lý Pythagore

Tính được AB = 6cm

ΔDBC có BA là trung tuyến

và == ⇒ BM = BA

Vậy M là trọng tâm của ΔDBC

N là trung điểm BD suy ra CN là trung tuyến ΔBDC

Trung tuyến CN phải đi qua trọng tâm M

Vậy ba điểm C, M, N thẳng hàng

**Ví dụ 2:** Cho ΔABC, kẻ trung tuyến AM. Trên AM lấy hai điểm P, Q sao cho AQ = PQ = PM. Gọi E là trung điểm của AC. Chứng minh ba điểm B, P, E thẳng hàng.

**Giải**

C

E

P

Q

B

A

ΔABC có AM là trung tuyến

mà AQ = QP = PM (gt)

AP = AM

M

P là trọng tâm Δ ABC

Vì E là trung điểm của AC nên BE là trung tuyến của  ABC

BE đi qua trọng tâm P hay ba điểm B, P, E thẳng hàng.

***7. Chứng minh đường phân giác của tam giác thì đi qua giao điểm chung của chúng:***

A

*I là giao điểm 2 đường phân giác* ,**

I

*AD là phân giác của *

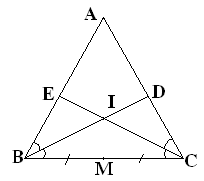
*******D thẳng hàng.*

C

D

B

**Ví dụ 1:** Cho ΔABC cân tại A. Vẽ phân giác BD và CE cắt nhau tại I. Gọi M là trung điểm BC. Chứng minh ba điểm A, I, M thẳng hàng

 **Giải**

Ta có Δ ABC có phân giác của B và C cắt nhau tại I

suy ra I là giao điểm của 3 đường phân giác trong tam giác

Δ ABC cân tại A có

AM là đường trung tuyến ứng với cạnh đáy

nên AM cũng là phân giác.

Đường phân giác AM phải đi qua giao điểm I

Vậy ba điểm A, I, M thẳng hàng

**Ví dụ 2:** Cho ΔABC, các tia phân giác các góc A và C cắt nhau tại I. Các đường phân giác các góc ngoài tại đỉnh A và C cắt nhau ở K. Chứng minh ba điểm B, I, K thẳng hàng.

**Giải**

Vì K thuộc đường phân giác góc ngoài tại A

A

B

I

C

K

y

x

nên K cách đều hai cạnh Ax và AC (1)

Vì K thuộc đường phân giác góc ngoài tại C

nên K cách đều hai cạnh Cy và AC (2)

Từ (1) và (2)

suy ra K cách đều 2 cạnh Ax và Cy

Hay K cách đều hai cạnh BA và BC

 KB là tia phân giác 

vì I là giao điểm của hai tia phân giác , 

nên: BI là tia phân giác  (gt)

=> Ba điểm B, I, K thẳng hàng

***8. Chứng minh đường cao của tam giác thì đi qua trực tâm của tam giác đó:***

*H là trực tâm ABC*

B

C

H

D

A

*AD là đường cao ABC*

***=>*** *A, H, D ba điểm thẳng hàng*

**Ví dụ 1:** Cho ΔABC cân tại A, vẽ đường cao BH và CK cắt nhau tại I. Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh ba điểm A, I, M thẳng hàng.

**Giải**

B

M

C

A

H

K

I

Vì I là giao điểm hai đường cao BH và CK

nên I là trực tâm  ABC

 ABC cân tại A có

AM là đường trung tuyến

Nên AM cũng là đường cao.

**=>** Đường cao AM đi qua trực tâm I

**=>** Ba điểm A, I, M thẳng hàng.

**Ví dụ 2:** Cho ΔABC vuông tại A. Tia phân giác  cắt cạnh AC tại D. Trên cạnh BC lấy E sao cho BE = AB. Đường thẳng qua C vuông góc với BD cắt AB ở F. Chứng minh ba điểm D, E, F thẳng hàng.

**Giải**

Xét ΔABD và ΔEBD có

AB = BE (gt)

=(BD là phân giác )

BD là cạnh chung

Do đó ΔABD = ΔEBD (c-g-c)

=> =

Mà  (gt)

Nên 

=> DE ⊥ BC

Mặt khác ΔFBC có

CA, BD là 2 đường cao cắt nhau tại D (BD **⊥** AC (gt), CA **⊥** AB (gt))

Nên D là trực tâm của ΔFBC

=> FD **⊥** BC

Ta có DE **⊥** BC, FD **⊥** BC

=> Hai đường thẳng DE, DF trùng nhau

Vậy ba điểm D, E, F thẳng hàng.

***9. Chứng minh đường trung trực của một cạnh thì đi qua giao điểm hai đường trung trực của hai cạnh còn lại:***

C

A

E

B

F

O

*O là giao điểm 2 đường trung trực của 2 cạnh AC và BC*

*EF là đường trung trực của cạnh AB*

***=>*** *E, F,O thẳng hàng*

**Ví dụ 1:** Cho ΔABC cân tại A, M là trung điểm của BC. Đường trung trực của AB, AC cắt nhau ở D. Chứng minh ba điểm A, D, M thẳng hàng.

**Giải**

ABC cân tại A có MB = MC

A

C

M

D

B

nên: AM là đường trung tuyến ABC

=> AM cũng là đường trung trực của ABC

Mà D là giao điểm hai đường trung trực cạnh AB, AC

Nên AM đi qua D

=> Ba điểm A, D, M thẳng hàng.

**Ví dụ 2:** Cho ΔABC vuông tại A (AB < AC). Trên nửa mặt phẳng bờ BC không chứa điểm A, lấy các điểm D, E sao cho BD = BA và BD ⊥ BA, BE = BC và BE ⊥ BC. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng CE. Chứng minh ba điểm A, D, M thẳng hàng.

**Giải**

Xét ABC và DBE có:

AB = BD (gt)

****=(cùng phụ với )

BC = BE (gt)

Do đó ABC = DBE (c-g-c)

=> =

Nên 

Gọi F là giao điểm của ED và AC

Ta có AB ⊥ BD, DF ⊥ BD

=> AB // DF

Xét ABD và DFA có:

=

AD là cạnh chung

=

Do đó ABD = DFA (g-c-g)

=> BD = FA và AB = DF

Mà AB = BD (gt)

Do đó AB = BD = AF = DF

Chứng minh được BM = FM = 

Ta có AB = AF, BD = DF, BM = FM

=> A, D, M cùng nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng BF

Vậy ba điểm A, D, M thẳng hàng.

***10. Sử dụng phương pháp hình duy nhất***

*Để chứng minh 3 điểm A, B, C thẳng hàng, trong đó C thuộc hình H (hình H là đường thẳng, tia, đoạn thẳng ...) chúng ta có thể gọi C’ là giao điểm của AB với hình H tìm cách chứng minh 2 điểm C và C’ trùng nhau*

**Ví dụ 1:** Cho ΔABC. Vẽ ΔABD sao cho D nằm trên trên nửa mặt phẳng bờ AB không chứa C và AD // BC. Gọi M là trung điểm cạnh AC. Trên tia đối của tia MB lấy điểm E sao cho ME = MB. Chứng minh rằng ba điểm D, A, E thẳng hàng.

**Giải**

Gọi E’ là giao điểm của BM và AD

Xét ΔMAE’ và ΔMCB có

=(đối đỉnh)

MA = MC (M là trung điểm AC)

=(so le trong vì AE’ // BC)

Do đó ΔMAE’ = ΔMCB (g-c-g)

=> ME’ = MB

Mà ME = MB (gt)

Do đó ME = ME’ => E ≡ E’.

Vậy ba điểm D, A, E thẳng hàng

**Ví dụ 2:** Cho ΔABC cân tại A. Trên các cạnh AB, AC lần lượt lấy D, E sao cho AD = AE. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng BC, DE. Chứng minh rằng ba điểm A, M, N thẳng hàng.

**Giải**

Gọi N’ là giao điểm AM và DE

ΔABC cân tại A

AM là đường trung tuyến (M là trung điểm của cạnh BC)

=> AM là đường phân giác của 

ΔADE cân tại A

AN’ là đường phân giác

=> AN’ là đường trung tuyến của ΔADE

=> N’ là trung điểm của cạnh DE

Mà N là trung điểm của cạnh DE

Do đó N’ ≡ N

Vậy ba điểm A, M, N thẳng hàng.

**Ví dụ 3:** Cho ΔABC cân tại A. Trên cạnh AB lấy điểm M, trên tia đối tia CA lấy điểm N sao cho BM = CN. Gọi K là trung điểm MN. Chứng minh ba điểm B, K, C thẳng hàng

**Giải**

Kẻ ME // AC (E BC)

E

N

M

B

C

A

K

K'

=

=



(hai góc đồng vị)



Mà nên



Vậy ΔMBE cân ở M.

Do đó: MB = ME

Mà MB = NC

ta được ME = CN.

Gọi K’ là giao điểm của BC và MN.

Xét ΔMEK’ và ΔNCK’ có:

(so le trong của ME //AC)



ME = CN (chứng minh trên)

(so le trong của ME //AC)



Do đó : ΔMEK’ = ΔNCK’ (g.c.g)

MK’ = NK’.



Vậy K’ là trung điểm MN,

mà K là trung điểm MN

nên K  K’

Do đó ba điểm B, K, C thẳng hàng.

**IV. KẾT QUẢ:**

Qua thời gian tổ chức thực hiện đề tài, với sự sửa chữa, bổ sung sau mỗi tiết dạy, bản thân tôi tự nhận xét, đúc rút ra những kinh nghiệm về cách tiến hành đề tài này. Nhìn chung học sinh rất tiến bộ trong học tập, các em rất hăng say và sôi nổi trong các tiết học.

Sau khi áp dụng sáng kiến kinh nghiệm này thì kết quả thu được như sau:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Năm học | Tổng số học sinh | Trước khi áp dụng SKKN | | | | Sau khi áp dụng SKKN | | | |
| Số hs giải đúng | Tỉ lệ | Số hs giải sai | Tỉ lệ | Số hs giải đúng | Tỉ lệ | Số hs giải sai | Tỉ lệ |
| 2016-2017 | 79 | 11 | 13,9% | 68 | 86,1% | / | / | */* | / |
| 2017-2018 | 80 | / | / | */* | / | 66 | 82,5% | 14 | 17,5% |

**V. KẾT LUẬN**

Chứng minh ba điểm thẳng hàng là một kiến thức rộng và sâu, tương đối khó đối với học sinh, rất cần thiết trong chương trình hình học THCS. Vì vậy đòi hỏi người học phải có đầy đủ kiến thức, phải có kỹ năng phân tích, tổng hợp tốt.

Do khả năng có hạn, kinh nghiệm giảng dạy chưa nhiều, tầm quan sát tổng thể chương trình môn toán chưa cao, nên khó tránh khỏi những thiếu sót nhất định. Vì vậy để đề tài của tôi thật sự có hiệu quả trong quá trình giảng dạy, tôi rất mong nhận được sự đóng góp, giúp đỡ nhiệt tình của quý thầy cô để đề tài được hoàn thiện hơn

|  |  |
| --- | --- |
| **MỤC LỤC** | **Trang** |
| I/ Lý do chon đề tài | 1 |
| II/ Thực trạng | 1 |
| III/ Giải pháp | 1 → 14 |
| IV/ Kết quả | 15 |
| V/ Kết luận | 15 |

**TÀI LIỆU THAM KHẢO**

1/ Sách giáo khoa Toán 7 tập 1, 2

2/ Sách giáo viên Toán 7 tập 1, 2

3/ Sách bài tập Toán 7 tập 1, 2

4/ Bài tập nâng cao và một số chuyên đề Toán 7 (nhà xuất bản giáo dục)

5/ 400 bài toán cơ bản và nâng cao Toán 7 (nhà xuất bản giáo dục)

6/ Đổi mới phương pháp ở trường trung học cơ sở (Tác giả: PGS-TS Trần Kiều)