|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **NAM ĐỊNH** | **ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10**  **TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG**  **NĂM HỌC 2022-2023**  **Môn thi : TOÁN (Đề chuyên)**  *Thời gian làm bài : 150 phút*  *(Đề thi gồm 01 trang)* |

**Câu 1. (2,0 điểm)**

1. Cho có hai nghiệm phân biệt là . Đặt Tính giá trị của biểu thức 
2. Cho các số thực bất kỳ thỏa mãn . Chứng minh rằng :



**Câu 2. (2,0 điểm)** Giải các phương trình và hệ phương trình sau :



**Câu 3. (3,0 điểm)**

Cho đường tròn và điểm M nằm ngoài đường tròn. Từ điểm M kẻ hai tiếp tuyến với đường tròn (O) (là các tiếp điểm). Gọi D là điểm trên cung lớn của đường tròn sao cho và C là giao điểm thứ hai của đường thẳng với đường tròn 

1. Gọi H là giao điểm của các đường thẳng và Chứng minh rằng và tứ giác nội tiếp
2. Gọi là trọng tâm tam giác Chứng minh rằng ba điểm thẳng hàng
3. Giả sử . Kẻ đường kính của đường tròn . Gọi I là giao điểm của các đường thẳng Tính giá trị biểu thức 

**Câu 4. (1,5 điểm)**

1. Chứng minh rằng chia hết cho 24 với mọi số tự nhiên 
2. Cho là số nguyên tố có dạng Chứng minh nếu thỏa mãn chia hết cho p thì và . Từ đó suy ra phương trình  không có nghiệm nguyên

**Câu 5. (1,5 điểm)**

1. Xét các số thực không âm thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức 
2. Từ 2022 số nguyên dương đầu tiên là người ta chọn ra số phân biệt sao cho cứ 2 số bất kỳ được chọn ra đều có hiệu không là ước của hai số đó. Chứng minh rằng 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1. (2,0 điểm)**

1. **Cho** **có hai nghiệm phân biệt là** **. Đặt** **Tính giá trị của biểu thức** 

Xét ta có : 

Ta có 

Phương trình có hai nghiệm phân biệt 

Theo hệ thức Vi-et, ta có : 



Vậy 

1. **Cho các số thực** **bất kỳ thỏa mãn** **. Chứng minh rằng :**

****

Ta có :



**Câu 2. (2,0 điểm) Giải các phương trình và hệ phương trình sau :**

****

**Giải**

1. ĐKXĐ: 

Ta có : 



Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là 

1. 

ĐKXĐ: 

Giải (1) ta có :



+) Với thay vào (2) ta được :





Hệ có nghiệm 

+) Với thay vào (2) ta được :  


Đặt 

Khi đó ta có :



Với 



Hệ có nghiệm 

Vậy hệ phương trình có 3 nghiệm 

**Câu 3. (3,0 điểm)**

**Cho đường tròn và điểm M nằm ngoài đường tròn. Từ điểm M kẻ hai tiếp tuyến với đường tròn (O) (là các tiếp điểm). Gọi D là điểm trên cung lớn của đường tròn sao cho và C là giao điểm thứ hai của đường thẳng với đường tròn **

****

1. **Gọi H là giao điểm của các đường thẳng** **và** **Chứng minh rằng** **và tứ giác** **nội tiếp**

**\***Chứng minh 

Ta có : thuộc trung trực AB

(tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau) thuộc trung trực của 

là trung trực của AB nên tại H

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông đường cao có :



Xét và có :

(cùng chắn cung AC) ; chung



Từ (1) và (2) suy ra 

\*Chứng minh tứ giác nội tiếp

Vì   
Xét và có :



(2 góc tương ứng)

Hay 

Mà 2 góc này là góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác 

Nên là tứ giác nội tiếp

1. **Gọi** **là trọng tâm tam giác** **Chứng minh rằng ba điểm** **thẳng hàng**

Gọi E là giao điểm của và MB

Xét (O) có : (cùng chắn cung BC)

Xét và có :



(hai cặp cạnh tỉ lệ)

Ta có mà (so le trong do   


Xét và có : 

(hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)



Từ (3) và (4)là trung điểm của BM

là đường trung tuyến của tam giác 

Mà G là trọng tâm của tam giác thuộc đường thẳng AE

thẳng hàng thẳng hàng

1. **Giả sử . Kẻ đường kính của đường tròn . Gọi I là giao điểm của các đường thẳng Tính giá trị biểu thức **

Xét vuông tại A, đường cao ta có : (hệ thức lượng trong tam giác vuông)

Xét có lần lượt là trung điểm của 

là đường trung bình của tam giác (tính chất đường trung bình)



Ta có : 

Vì (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Suy ra (vì cùng vuông góc với AB)

Theo định lý Ta-let, ta có : 

Có 

Mà 

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông có :



Ta có : 

Vậy 

**Câu 4. (1,5 điểm)**

1. **Chứng minh rằng** **chia hết cho 24 với mọi số tự nhiên** 

Ta có :



Vì là tích của 4 số tự nhiên liên tiếp, trong 4 số tự nhiên liên tiếp luôn có 2 số chẵn, một số chia hết cho 4, số còn lại chia hết cho 2.

Ngoài ra có ít nhất một số chia hết cho 3

Vì vậy luôn chia hết cho 

1. **Cho** **là số nguyên tố có dạng** **Chứng minh nếu** **thỏa mãn** **chia hết cho p thì** **và** **. Từ đó suy ra phương trình**  **không có nghiệm nguyên**

Giả sử và chia hết cho p

Nếu và đều không chia hết cho p thì 

Áp dụng định lý Fermat ta có và 

Khi đó :



Mà 

Từ (1) và (2) suy ra hay (mâu thuẫn với giả thiết (vô lý)

Vậy và (do 

Áp dụng, chứng minh phương trình không có nghiệm nguyên

Ta có :



Lại có nên (vô lý)

Vậy phương trình không có nghiệm nguyên dương

**Câu 5. (1,5 điểm)**

1. **Xét các số thực không âm** **thỏa mãn** **. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức** 

Áp dụng bổ đề: Với thì 

Ta có : 

Lại có . Dấu bằng xảy ra khi 

Suy ra



Ta có :   


Vậy khi 

1. **Từ 2022 số nguyên dương đầu tiên là người ta chọn ra số phân biệt sao cho cứ 2 số bất kỳ được chọn ra đều có hiệu không là ước của hai số đó. Chứng minh rằng **

Nếu trong số được chọn, tồn tại 2 số cách nhau 2 đơn vị

Giả sử 2 số đó là với cùng tính chẵn lẻ



Trong n số được chọn, 2 số bất kỳ phải cách nhau tối thiểu 3 đơn vị

Suy ra có tối đa (số)

Vậy 