

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THANH HÓA
TRƯỜNG THPT NGÀ SƠN**

SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

**KINH NGHIỆM HƯỚNG DẪN HỌC SINH GIẢI
NHANH BÀI TOÁN TRẮC NGHIỆM VỀ ĐƯỜNG TIỆM
CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ**

**Người thực hiện: Lê Thị Minh
Chức vụ: Giáo viên
SKKN thuộc lĩnh vực(môn): Toán**

THANH HÓA NĂM 2017

MỤC LỤC

1. MỞ ĐẦU	1
1.1 Lí do chọn đề tài	1
1.2 Mục đích nghiên cứu	2
1.3 Đối tượng nghiên cứu	2
1.4 Phương pháp nghiên cứu	2
2. NỘI DUNG SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM	2
2.1. Cơ sở lí luận của sáng kiến	2
2.2. Thực trạng vấn đề trước khi áp dụng sáng kiến	3
2.3. Các giải pháp đã thực hiện để giải quyết vấn đề	4
2.3.1. Hệ thống kiến thức liên quan	4
2.3.2. Các bài tập vận dụng	4
2.3.3. Hệ thống bài tập tự luyện	14
2.4. Hiệu quả của sáng kiến	16
3. KẾT LUẬN – KIẾN NGHỊ	18
3.1. Kết quả	18
3.2 Kiến nghị	18

1.Mở đầu:

1.1. Lí do chọn đề tài:

Đất nước ta đang trên con đường hội nhập và phát triển, từ đó cần những con người phát triển toàn diện. Muốn vậy, phải bắt đầu từ sự nghiệp giáo dục và đào tạo, đòi hỏi sự nghiệp giáo dục phải được đổi mới một cách căn bản và toàn diện để có thể đáp ứng kịp thời với sự thay đổi và phát triển của xã hội. Để đổi mới sự nghiệp giáo dục và đào tạo trước hết phải đổi mới phương pháp dạy học, trong đó có cả phương pháp dạy học môn Toán.

Trong kỳ thi THPT Quốc Gia năm học 2016- 2017 này, Bộ giáo dục và đào tạo đã quyết định thay đổi hình thức thi đối với môn toán, chuyển từ hình thức thi tự luận sang hình thức trắc nghiệm. Đây là cả một sự thay đổi lớn đối với môn học này. Nó đã làm cho cả giáo viên và học sinh phải thay đổi cách dạy, cách học, cách tư duy để có thể đáp ứng được sự thay đổi nói trên. Bản thân là một giáo viên trực tiếp giảng dạy môn này và đang thực hiện công việc ôn thi THPT Quốc Gia cho học sinh cuối cấp, tôi đã phải suy nghĩ và trăn trở rất nhiều, mình phải giảng dạy và hướng dẫn làm sao để học sinh hiểu, biết cách vận dụng để học sinh có thể giải quyết bài toán trắc nghiệm một cách nhanh nhất, hiệu quả nhất có thể.

Trước tình hình đó cùng với việc nghiên cứu các đề thi thử nghiệm của Bộ giáo dục và đào tạo, kết hợp với quá trình giảng dạy và nghiên cứu, tôi nhận thấy bài toán về đường tiệm cận của đồ thị hàm số có liên quan nhỏ về giới hạn hàm số lớp 11, khiến nhiều học sinh bị vướng mắc. Chính vì vậy, với mong muốn có thể cung cấp thêm cho các em một số kiến thức, giúp các em vượt qua vướng mắc đó và hướng dẫn để các em có thể giải nhanh những bài toán liên quan đến tiệm cận nhằm mục đích tiết kiệm tối đa thời gian. Từ đó tôi nghiên cứu và viết đề tài: **“Kinh nghiệm hướng dẫn học sinh giải nhanh bài toán trắc nghiệm về đường tiệm cận của đồ thị hàm số ”**. Trong khuôn khổ sáng kiến kinh nghiệm

của mình, tôi chỉ đề cập đến hai loại tiệm cận đó là: Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số. Hi vọng đây sẽ là tài liệu tham khảo bổ ích cho giáo viên và học sinh.

1.2. Mục đích nghiên cứu:

- Thứ nhất: Giúp học sinh tiếp cận và làm quen với cách học, cách làm nhanh bài toán trắc nghiệm, từ đó có thể phát huy tối đa hiệu quả làm bài, nhằm đạt được kết quả cao nhất.
- Thứ hai: Thông qua sáng kiến kinh nghiệm của mình, tôi muốn định hướng để học sinh có thể giải nhanh, giải chính xác đối với những bài toán có liên quan đến đường tiệm cận của đồ thị hàm số.

1.3. Đối tượng nghiên cứu:

- Kiến thức về đường tiệm cận của đồ thị hàm số.
- Kiến thức về cách tính giới hạn của hàm số.
- Học sinh lớp 12B, 12G năm học 2016 – 2017 trường THPT Nga Sơn.

1.4. Phương pháp nghiên cứu:

- Sử dụng phương pháp nghiên cứu tổng hợp.
- Sử dụng phương pháp thực nghiệm.
- Sử dụng phương pháp phân tích và so sánh những vấn đề có liên quan đến đề tài.

2. Nội dung sáng kiến kinh nghiệm:

2.1. Cơ sở lý luận của sáng kiến kinh nghiệm:

a) Định nghĩa:

+) Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là đường tiệm cận đứng (hay tiệm cận đứng) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong bốn điều kiện sau được thỏa mãn:

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty.$$

+) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên một khoảng vô hạn (là khoảng có dạng $(-\infty, a)$, $(b, +\infty)$ hoặc $(-\infty; +\infty)$). Đường thẳng $y = y_0$ được gọi là đường tiệm cận

ngang (hay tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0$ hoặc $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0$.

b) Cách tính giới hạn có dạng $\frac{0}{0}$:

+) Đối với giới hạn $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{P(x)}{Q(x)}$ với $P(x), Q(x)$ là các đa thức và $P(x_0) = Q(x_0) = 0$, ta tiến hành phân tích cả tử và mẫu thành nhân tử và rút gọn.

+) Đối với giới hạn $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{P(x)}{Q(x)}$ với $P(x), Q(x)$ là các biểu thức chứa căn cùng bậc và $P(x_0) = Q(x_0) = 0$, ta sử dụng các hằng đẳng thức để nhân lượng liên hợp cả tử và mẫu.

+) Đối với giới hạn $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{P(x)}{Q(x)}$ với $P(x_0) = Q(x_0) = 0$ và $P(x), Q(x)$ là các biểu thức chứa căn không cùng bậc

Giả sử: $P(x) = \sqrt[m]{u(x)} - \sqrt[n]{v(x)}$ với $\sqrt[m]{u(x_0)} = \sqrt[n]{v(x_0)} = a$.

Ta phân tích: $P(x) = (\sqrt[m]{u(x_0)} - a) - (\sqrt[n]{v(x_0)} - a)$ sau đó sử dụng cách làm như ở dạng trên.

c) Cách tính giới hạn có dạng $\frac{\infty}{\infty}$:

+) Đối với giới hạn $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{P(x)}{Q(x)}$ với $P(x), Q(x)$ là các đa thức, ta tiến hành chia cả tử và mẫu cho lũy thừa cao nhất của x .

- Nếu bậc của $P(x)$ nhỏ hơn bậc của $Q(x)$ thì kết quả của giới hạn bằng 0.
- Nếu bậc của $P(x)$ bằng bậc của $Q(x)$ thì kết quả của giới hạn đó bằng tỉ số các hệ số của lũy thừa cao nhất của tử và mẫu.
- Nếu bậc của $P(x)$ lớn hơn bậc của $Q(x)$ thì kết quả của giới hạn bằng ∞ .

+) Đối với giới hạn $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{P(x)}{Q(x)}$ với $P(x), Q(x)$ có chứa căn thì ta có thể chia cả tử và mẫu cho lũy thừa cao nhất của x hoặc nhân lượng liên hợp.

Trong trường hợp này tôi xin lưu ý vấn đề sau: +) $\begin{cases} -x = |x| = \sqrt[m]{x^m}, x < 0 \\ x = |x| = \sqrt[m]{x^m}, x \geq 0 \end{cases}$ (Nếu m chẵn)

+) $x = \sqrt[m]{x^m}, \forall x$ (Nếu m lẻ)

2.2. Thực trạng vấn đề trước khi áp dụng sáng kiến kinh nghiệm:

Việc hướng dẫn cho học sinh biết cách **giải nhanh bài toán trắc nghiệm về đường tiệm cận của đồ thị hàm số** là rất cần thiết vì các lí do sau: Thứ nhất, môn toán đã có sự thay đổi hình thức thi từ hình thức tự luận sang trắc nghiệm, từ đó đòi hỏi học sinh phải giải một bài toán một cách nhanh nhất có thể, để tiết kiệm thời gian. Thứ hai, trong các đề thi tự luận ngày trước bài toán về đường tiệm cận của đồ thị hàm số chỉ xuất hiện thoáng qua và chủ yếu khai thác ở loại hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, nhưng nay thì khác bài toán tiệm cận đã được khai thác sâu hơn và ở nhiều loại hàm số phức tạp hơn. Ngoài ra bài toán về đường tiệm cận có liên quan tới một phần nhỏ của giới hạn hàm số lớp 11, khiến nhiều học sinh lúng túng.

Trong bài viết này, tôi đưa ra một cách nhận biết và tính nhanh các đường tiệm cận mà trong quá trình giảng dạy tôi thường sử dụng, thấy kết quả đạt tốt và phù hợp đối với các đối tượng học sinh trường tôi.

2.3. Các giải pháp đã sử dụng để giải quyết vấn đề:

2.3.1. Hệ thống kiến thức liên quan

2.3.2. Một số bài tập vận dụng

Dạng 1: Bài toán tìm các đường tiệm cận của hàm số không chứa tham số:

Phương pháp: - Tìm TXĐ của hàm số.

- Sử dụng định nghĩa và cách tìm nhanh đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số được trình bày ở dưới đây.

Trong khuôn khổ sáng kiến kinh nghiệm của mình tôi tạm chia thành các loại hàm số và cách xác định tiệm cận tương ứng như sau:

Loại 1: Đối với hàm số $y = f(x)$, với $f(x)$ là hàm đa thức thì đồ thị hàm số sẽ không có tiệm cận.

Thí dụ: Đối với hàm số: $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 2$ ta có thể kết luận nhanh đồ thị hàm số không có tiệm cận.

Loại 2: Đối với hàm số $y = \frac{a_0x^m + a_1x^{m-1} + \dots + a_m}{b_0x^n + b_1x^{n-1} + \dots + b_n} = \frac{f(x)}{g(x)}$ với $a_0 \neq 0, b_0 \neq 0$ thì ta có kết luận như sau:

• **Đối với tiệm cận đứng:**

+) Trong trường hợp $g(x_0) = 0, f(x_0) \neq 0$, thì đồ thị hàm số có tiệm cận đứng: $x = x_0$.

Thí dụ: Đối với hàm số: $y = \frac{1 - 2x + 3x^2}{x + 3}$ ta có thể kết luận nhanh đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -3$.

+) Trong trường hợp $g(x_0) = 0, f(x_0) = 0$, thì ta phải đi tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$.

Nếu kết quả bằng L thì kết luận đường thẳng $x = x_0$ không phải tiệm cận đứng của đồ thị hàm số, còn nếu kết quả bằng ∞ thì kết luận đồ thị hàm số có tiệm cận đứng: $x = x_0$.

Thí dụ: Đối với hàm số: $y = \frac{3x^2 - 2x - 1}{x - 1}$ ta có thể nhận thấy $x = 1$ là nghiệm của

cả tử và mẫu nên trong trường hợp này ta phải tính nhanh giới hạn có dạng $\frac{0}{0}$ và kết luận đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Nhận xét: Trong trường hợp $x = x_0$ là nghiệm của cả tử và mẫu học sinh thường hay cho rằng đường thẳng $x = x_0$ không phải tiệm cận đứng của đồ thị hàm số,

Tuy nhiên đối với hàm số: $y = \frac{3x^2 - 2x - 1}{(x - 1)^2}$ sẽ cho ta điều ngược lại. Cụ thể ta nhận thấy $x = 1$ là nghiệm của cả tử và mẫu, nhưng sau khi tính nhanh giới hạn có dạng $\frac{0}{0}$ thì ta có kết quả bằng ∞ nên đồ thị hàm số lại nhận đường thẳng $x = 1$ tiệm cận đứng.

• **Đối với tiệm cận ngang:**

+) Nếu bậc của $f(x)$ nhỏ hơn bậc của $g(x)$ thì đồ thị hàm số có tiệm cận ngang: $y = 0$.

Thí dụ: Đối với hàm số: $y = \frac{1 - 2x}{x^2 - 2x + 3}$ ta có thể kết luận nhanh đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 0$.

+) Nếu bậc của $f(x)$ bằng bậc của $g(x)$ thì đồ thị hàm số có tiệm cận ngang: $y = \frac{a_0}{b_0}$.

Thí dụ: Đối với hàm số: $y = \frac{3x^2 - 2x - 1}{(x - 1)^2}$ ta có thể kết luận nhanh đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 3$.

+) Nếu bậc của $f(x)$ lớn hơn bậc của $g(x)$ thì kết đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Thí dụ: Đối với hàm số: $y = \frac{1 - 2x + 3x^2}{x + 3}$ ta có thể kết luận nhanh đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Lưu ý 1: Đối với hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$, với $c \neq 0$, thì đồ thị hàm số này có tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c}$ và tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c}$.

Thí dụ: Đối với hàm số: $y = \frac{1 - 2x}{x + 3}$ ta có thể kết luận nhanh đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -3$ và tiệm cận ngang $y = -2$.

Loại 3: Đối với hàm số $\frac{f(x)}{g(x)}$ với $f(x)$, $g(x)$ là các biểu thức chứa căn cùng bậc ta phải lưu ý đặc biệt đến TXĐ của hàm số và tiến hành làm như sau:

• **Đối với tiệm cận đứng:**

+) Trong trường $g(x_0) = 0$: Nếu $f(x_0) \neq 0$ thì đồ thị hàm số có tiệm cận đứng: $x = x_0$, còn nếu $f(x_0)$ không xác định thì $x = x_0$ cũng không phải tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Thí dụ: Đối với hàm số: $y = \frac{\sqrt{x+2} - 1}{x - 2}$ ta có thể kết luận nhanh đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 2$, còn đối với hàm số $y = \frac{\sqrt{x-3} - 1}{x - 2}$ thì đường thẳng $x = 2$ không phải tiệm cận đứng.

+) Trong trường $f(x_0) = 0, g(x_0) = 0$, ta phải đi tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$. Nếu kết quả bằng L thì kết luận đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng, còn nếu kết quả bằng ∞ thì kết luận đồ thị hàm số có tiệm cận đứng: $x = x_0$.

Thí dụ: Đối với hàm số: $y = \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+1}}{x^2 - x}$ ta có thể nhận thấy $x = 0$ là nghiệm của cả tử và mẫu nên trong trường hợp này ta phải tính nhanh giới hạn có dạng $\frac{0}{0}$ và kết luận đường thẳng $x = 0$ không phải tiệm cận đứng của đồ thị hàm số. Ngoài ra $x = 1$ là nghiệm của mẫu nhưng không phải nghiệm của tử nên đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Còn đối với hàm số: $y = \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x^2}$ ta nhận thấy $x=0$ là nghiệm của cả tử và mẫu

nên trong trường hợp này ta phải tính nhanh giới hạn có dạng $\frac{0}{0}$ được kết quả bằng ∞ nên kết luận đường thẳng $x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Nhận xét: Như vậy khi $x=x_0$ là nghiệm của cả tử và mẫu ta không thể kết luận ngay đường thẳng $x=x_0$ không phải tiệm cận đứng của đồ thị hàm số, nó còn phụ thuộc vào kết quả giới hạn.

• **Đối với tiệm cận ngang:**

+) Nếu bậc của $f(x)$ nhỏ hơn bậc của $g(x)$ và hàm số có TXĐ có dạng $(-\infty, a)$, $(b, +\infty)$ hoặc $(-\infty, +\infty)$ thì đồ thị hàm số có tiệm cận ngang: $y=0$ còn hàm số có TXĐ có dạng (a, b) hoặc $[a; b]$ thì kết luận đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Thí dụ: Hàm số: $y = \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+1}}{x^2 - x}$ có TXĐ $D = \left[-\frac{1}{2}, +\infty\right) \setminus \{0, 1\}$ ta có thể kết luận

nhận đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=0$ còn hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$ có TXĐ $D = (-2, 2)$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

+) Nếu bậc của $f(x)$ bằng bậc của $g(x)$. Trước hết ta phải quan tâm đến TXĐ của hàm số để quyết định xem cần tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$ hay $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$. Cụ thể:

Nếu TXĐ có dạng $(-\infty, a)$ thì đi tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$, nếu TXĐ có dạng $(b, +\infty)$ thì tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$, còn nếu TXĐ có dạng $(-\infty, +\infty)$ thì chúng ta phải tính cả hai giới hạn trên rồi từ đó đưa ra kết luận.

Thí dụ: Đối với hàm số: $y = \frac{\sqrt{x^2+x}}{x-1}$. Vì TXĐ $D = (-\infty, -1] \cup [0, +\infty) \setminus \{1\}$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = \pm 1$.

Còn đối với hàm số: $y = \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{4x^2-x+1}}{\sqrt{x^2+2}+1}$ Vì TXĐ $D = [-1, +\infty)$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=2$.

+) Nếu bậc của $f(x)$ lớn hơn bậc của $g(x)$ thì kết đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Thí dụ: Đối với hàm số: $y = \frac{x\sqrt{x}+3}{x+1}$ ta có thể kết luận nhanh đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Loại 4: Đối với hàm số $\frac{f(x)}{g(x)}$ với $f(x), g(x)$ là các biểu thức chứa căn không cùng bậc ta cũng phải lưu ý đến TXĐ và làm như sau:

• **Đối với tiệm cận đứng:**

+) Trong trường hợp $g(x_0)=0$, nếu $f(x_0) \neq 0$ thì đồ thị hàm số có tiệm cận đứng: $x=x_0$, còn nếu $f(x_0)$ không xác định thì $x=x_0$ cũng không phải tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Thí dụ: Đối với hàm số: $y = \frac{\sqrt[3]{6x+2} - \sqrt{2x-1}}{x-1}$ ta có thể kết luận nhanh đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$, còn đối với hàm số $y = \frac{\sqrt[3]{x+1} - \sqrt{x-2}}{x+3}$ thì đường thẳng $x=-3$ không phải tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

+) Trong trường hợp $f(x_0)=0, g(x_0)=0$ ta phải đi tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$. Nếu kết quả bằng L thì kết luận đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng, còn nếu kết quả bằng ∞ thì kết luận đồ thị hàm số có tiệm cận đứng: $x=x_0$.

Thí dụ: Đối với hàm số: $y = \frac{\sqrt[3]{3x+2} - \sqrt{2x}}{x-2}$, bằng cách tính giới hạn có dạng $\frac{0}{0}$ được kết quả đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

• **Đối với tiệm cận ngang:**

Chúng ta sử dụng phương pháp tính giống ở phần tiệm cận ngang của **loại 3**.

Lưu ý 2: Đối với hàm số có dạng: $f(x) = \sqrt[n]{u(x)} - \sqrt[n]{v(x)}$ để tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số thì ta phải tìm TXĐ của hàm số để quyết định xem cần tính

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$ hay $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$. Giới hạn đó được tính bằng cách nhân với lượng liên

hợp hoặc chia cả tử và mẫu cho lũy thừa cao nhất của x . Nếu kết quả bằng y_0 thì đường thẳng $y=y_0$ là tiệm cận ngang còn kết quả bằng $\pm\infty$ thì kết luận không có tiệm cận ngang.

Thí dụ: Đối với bài toán tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số (C):

$$y = \sqrt{x^2 + 2x - 3} - x.$$

Ta có: Hàm số có TXĐ: $D = (-\infty, -3] \cup [1, +\infty)$.

Nên ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x - 3} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 3}{\sqrt{x^2 + 2x - 3} + x} = 1$. Nên $y = 1$ là tiệm cận ngang.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 2x - 3} - x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x \cdot \left(-\sqrt{1 + \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}} - 1 \right) = +\infty. \text{ Trường hợp này}$$

không có tiệm cận ngang.

Kết luận: $y = 1$ là tiệm cận ngang.

Loại 5: Các loại hàm số khác như: $y = e^x, y = a^x, y = \ln x, y = \log_a x$

Đối với các hàm số này học sinh cần lưu ý:

+) Đồ thị của hàm số mũ có tiệm cận ngang là trục Ox và không có tiệm cận đứng.

+) Đồ thị của hàm số logarit có tiệm cận đứng là trục Oy và không có tiệm cận ngang.

Dưới đây là các bài tập tự luận tương ứng với các loại hàm số mà tôi đã giới thiệu ở trên:

Bài tập 1: Tìm tiệm cận đứng của các đồ thị hàm số sau:

a) $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 2$.

g) $y = \frac{\sqrt{3x+1} - 2}{x^2 - x}$.

b) $y = \frac{2x+5}{x-3}$.

h) $y = \frac{\sqrt{1-x+x^2} - 1}{(x-1)^2}$.

c) $y = \frac{x^2+3}{x^2-x-6}$.

i) $y = \frac{\sqrt{4+x} - \sqrt[3]{1+x}}{x}$.

d) $y = \frac{3x^2 - 2x - 1}{x^2 - 5x + 4}$.

k) $y = \frac{\sqrt{7+x} - \sqrt[3]{8x+11}}{x^2 - 3x + 2}$.

e) $y = \frac{x^2 - 4}{(x-2)^2}$.

l) $y = \left(\frac{\pi}{3} \right)^x$.

f) $y = \frac{x+2}{\sqrt{1-x^2}}$.

m) $y = \log_{\pi} x$.

Đáp án:

a) Không có tiệm cận đứng.

g) $x = 0$.

b) $x = 3$.

h) $x = 1$.

c) $x = -2, x = 3$.

i) $x = 0$.

d) $x = 4$.

k) $x = 1$.

e) $x = 2$.

l) Không có tiệm cận đứng.

f) $x = \pm 1$

m) $x = 0$.

Bài tập 2: Tìm tiệm cận ngang của các đồ thị hàm số sau:

a) $y = -x^3 - 3x^2 + 2$.

g) $y = \frac{x\sqrt{3x^2+1} - 2}{1-x}$.

$$b) y = \frac{x-4}{4x-3}.$$

$$c) y = \frac{x+3}{x^2-x+5}$$

$$d) y = \frac{3x^3-2x-1}{x^2+4}.$$

$$e) y = \frac{x+2}{x\sqrt{x+3}}.$$

$$f) y = \frac{3x-1+\sqrt{x}}{\sqrt{x^2-1}}.$$

$$h) y = \frac{1-\sqrt[3]{1+x}}{x}.$$

$$i) y = \frac{\sqrt[3]{x^3+x+1}-1}{2x+1}.$$

$$k) y = \frac{x^2+x+3}{\sqrt{x+2}+\sqrt[3]{x^3+1}}.$$

$$l) y = \left(\frac{2}{3}\right)^x.$$

$$m) y = \log_2 x.$$

Đáp án:

a) Không có tiệm cận ngang.

$$b) y = \frac{1}{4}.$$

$$c) y = 0.$$

d) Không có tiệm cận ngang.

$$e) y = 0.$$

$$f) y = 3$$

g) Không có tiệm cận ngang.

$$h) y = 0.$$

$$i) y = \frac{1}{2}.$$

k) Không có tiệm cận ngang.

$$l) y = 0.$$

m) Không có tiệm cận ngang.

Nhận xét: Sau khi học sinh đã có thể nhận biết và tìm nhanh được tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của các loại hàm số tôi đã giới thiệu ở trên, tôi sẽ hướng dẫn để học sinh có thể vận dụng để giải nhanh bài toán trắc nghiệm liên quan đến tiệm cận. Sau đây là một vài ví dụ minh họa:

Ví dụ 1: Đồ thị hàm số nào sau đây có tiệm cận đứng?

$$A. y = x^4 - 2x^2$$

$$B. y = x^3 - 2x^2 + 2$$

$$\underline{C.} y = \frac{x+2}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$D. y = \frac{3x^2-2x-1}{x-1}.$$

Phân tích: Học sinh dễ dàng loại đáp án A, B nhờ sử dụng cách nhận biết nhanh ở trên, còn đối với đáp án C nhận thấy $x = \pm 1$ là nghiệm của mẫu số và lần lượt thay vào tử và được kết quả đều khác 0 nên có thể chọn ngay đáp án là C.

Ví dụ 2: Đồ thị hàm số nào sau đây có tiệm cận ngang?

$$A. y = -x^4 + x^2 + 1$$

$$B. y = \frac{\sqrt{3-x^2}}{x^2-3x+4}$$

$$C. y = \frac{3x\sqrt{x+2}}{x+1}$$

$$\underline{D.} y = \frac{2-x}{\sqrt{x^2+2}}.$$

Phân tích: Học sinh loại ngay được đáp án A vì là hàm đa thức. loại đáp án B vì TXĐ $D = [-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$. Đồng thời loại đáp án C vì bậc của tử cao hơn bậc của mẫu, từ đó suy ra đáp án D

Ví dụ 3: Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số (C): $y = \frac{\sqrt{3x+1}-2}{x^2-x}.$

$$A. x=0, x=1$$

$$\underline{B.} x=0$$

$$C. x=1$$

D. (C) không có tiệm cận đứng.

(Trích bộ đề trắc nghiệm luyện thi THPT Quốc gia năm 2017 môn toán)

Phân tích: Nhận thấy $x=0, x=1$ là nghiệm của mẫu số, ngoài ra khi thay $x=0$ vào tử được kết quả khác 0 nên ta khẳng định ngay $x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số, từ đó loại đáp án C, D. Vì $x=1$ là nghiệm của tử số nên ta phải tính giới hạn: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1}-2}{x^2-x} = \frac{3}{4}$, nên suy ra $x=1$ không phải tiệm cận đứng của đồ thị hàm số. Từ đó kết luận đáp án B.

Ví dụ 4: Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số (C): $y = \sqrt{x^2+1} - \sqrt[3]{x^3-1}$.

A. $y=0$ B. $y=-1$ C. $y=x$ D. (C) không có tiệm cận ngang.

(Trích bộ đề trắc nghiệm luyện thi THPT Quốc gia năm 2017 môn toán)

Hướng dẫn: Ta có: TXĐ $= (-\infty; +\infty)$. Nên ta có:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+1} - \sqrt[3]{x^3-1}) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+1-x^2}{\sqrt{x^2+1}+x} + \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3-x^3+1}{\sqrt[3]{(x^3-1)^2} + x\sqrt[3]{x^3-1} + x^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x} + \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{(x^3-1)^2} + x\sqrt[3]{x^3-1} + x^2} = 0 \end{aligned}$$

Nên $y=0$ là tiệm cận ngang.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2+1} - \sqrt[3]{x^3-1}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x \cdot \left(-\sqrt{1+\frac{1}{x^2}} - \sqrt[3]{1-\frac{1}{x^3}} \right) = +\infty. \text{ Trường hợp này không có}$$

tiệm cận ngang.

Kết luận: Chọn đáp án A

Ví dụ 5: Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-3x-4}$ có bao nhiêu tiệm cận?

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

(Trích bộ đề trắc nghiệm luyện thi THPT Quốc gia năm 2017 môn toán)

Phân tích: Hàm số có TXĐ: $D = [-2, 2] \setminus \{-1\}$. Nên ta khẳng định luôn đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang. Còn khi cho mẫu số bằng 0 ta được $x=-1, x=4$. Do $x=4$ làm cho tử số không xác định nên đường thẳng $x=4$ không phải tiệm cận đứng của đồ thị hàm số còn $x=-1$ làm cho tử khác 0 nên chỉ có đường thẳng $x=-1$ là tiệm cận đứng. Kết luận đáp án B.

Nhận xét: Bên cạnh những bài toán về đường tiệm cận không chứa tham số, hiện nay trong các đề thi thử THPT Quốc gia của Bộ giáo dục và đào tạo và của các trường THPT trên cả nước còn xuất hiện nhiều những bài toán liên quan đến tiệm cận có chứa tham số m. Dưới đây tôi xin trình bày một vài bài toán như vậy:

Dạng 2: Bài toán tiệm cận liên quan đến tham số m:

Phương pháp: - Sử dụng định nghĩa tiệm cận đứng, tiệm cận ngang.

- Sử dụng cách nhận biết và tính nhanh tiệm cận đứng, tiệm cận ngang như trình bày ở trên.

Ví dụ 1: Với điều kiện nào của tham số m cho dưới đây, đồ thị hàm số

$$(C_m): y = \frac{x-2}{x^2-3x+m^2} \text{ chỉ có một tiệm cận đứng.}$$

- A. $\forall m$ B. $m = \pm\sqrt{2}, m = \pm\frac{3}{2}$ C. $m = \pm\sqrt{2}$ D. Không tồn tại m .

(Trích bộ đề trắc nghiệm luyện thi THPT Quốc gia năm 2017 môn toán)

Hướng dẫn: Đồ thị hàm số trên có một tiệm cận đứng sẽ xảy ra các trường hợp sau:

TH1: Mẫu số: $x^2 - 3x + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt, trong đó có một nghiệm bằng 2, điều đó xảy ra khi:

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ 2^2 - 3 \cdot 2 + m^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 4m^2 > 0 \\ m = \pm\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{3}{2} < m < \frac{3}{2} \\ m = \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

TH2: Mẫu số: $x^2 - 3x + m = 0$ có nghiệm kép khác 2, điều đó xảy ra khi:

$$\begin{cases} \Delta = 0 \\ 2^2 - 3 \cdot 2 + m^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 4m^2 = 0 \\ m^2 \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = \pm\frac{3}{2}$$

TH3: Mẫu số: $x^2 - 3x + m = 0$ có $x = 2$ là nghiệm kép, điều đó xảy ra khi:

$$\begin{cases} \Delta = 0 \\ 2^2 - 3 \cdot 2 + m^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 4m^2 = 0 \\ m^2 = 2 \end{cases} \quad (\text{vô lí})$$

Kết luận: Đáp án B

Phân tích: Để làm đúng bài này và không xét thiếu trường hợp nào thì học sinh cần phải nắm vững những khả năng nào có dẫn đến kết quả tính giới hạn

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$. Thường thì học sinh hay xét thiếu hai trường hợp sau vì nghĩ rằng $x = x_0$ là nghiệm của cả tử và mẫu thì đường thẳng $x = x_0$ không phải tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Ví dụ 2: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số

$$(C_m): y = \frac{\sqrt{mx^2 + mx - 1}}{2x + 1} \text{ có hai tiệm cận ngang.}$$

- A. $m = 0$ B. $m < 0$ C. $m > 0$ D. Không tồn tại m .

(Trích bộ đề trắc nghiệm luyện thi THPT Quốc gia năm 2017 môn toán)

Hướng dẫn: Ta xét các trường hợp sau:

+) Nếu $m > 0$ ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{mx^2 + mx - 1}}{2x + 1} = \frac{\sqrt{m}}{2}$. Nên $y = \frac{\sqrt{m}}{2}$ là tiệm cận ngang.

Mặt khác: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{mx^2 + mx - 1}}{2x + 1} = -\frac{\sqrt{m}}{2}$. Nên $y = -\frac{\sqrt{m}}{2}$ là tiệm cận ngang.

Khi đó đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.

+) Nếu $m=0$, hàm số không tồn tại.

+) Nếu $m < 0$, đồ thị hàm số cũng không có tiệm cận.

Kết luận: Đáp án C

Ví dụ 3 : Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số sau có 4

đường tiệm cận $(C_m): y = \frac{1}{[x^2 - (2m+1)x + 2m]\sqrt{x-m}}$.

A. $\begin{cases} m < 1 \\ m \neq \frac{1}{2} \end{cases}$

B. $m > 1$

C. $\begin{cases} 0 < m < 1 \\ m \neq \frac{1}{2} \end{cases}$

D. $\begin{cases} 0 \leq m \leq 1 \\ m \neq \frac{1}{2} \end{cases}$.

(Trích đề thi thử THPT Quốc gia lần 3 năm 2017, trường THPT Lương Thế Vinh – Hà Nội)

Hướng dẫn: Trước hết ta thấy hàm số xác định khi: $x \neq 1, x \neq 2m, x > m$.

Nhận thấy bậc của tử luôn bé hơn bậc của mẫu nên đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang $y=0$. Như vậy ta phải đi tìm m để đồ thị hàm số có 3 tiệm cận đứng.

Điều đó có nghĩa phương trình: $[x^2 - (2m+1)x + 2m]\sqrt{x-m} = 0$ phải có 3 nghiệm phân biệt, trong đó hai nghiệm phân biệt của phương trình: $x^2 - (2m+1)x + 2m = 0$

phải lớn hơn m . Điều này xảy ra khi $\begin{cases} 2m \neq 1 \\ 1 > m \\ 2m > m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < m < 1 \\ m \neq \frac{1}{2} \end{cases}$. Nên chọn đáp án C.

Ví dụ 4: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số

$(C_m): y = \frac{2x+m}{mx+1}$ có tiệm cận đứng, tiệm cận ngang và các tiệm cận cùng với hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 8 (đvdt).

A. $m = \pm \frac{1}{4}$

B. $m = \pm \frac{1}{2}$

C. $m = \pm \frac{1}{8}$

D. Không tồn tại m .

(Trích đề thi thử THPT Quốc gia lần 3 năm 2017, trường THPT Đồng Quan – Hà Nội)

Hướng dẫn: Với $m \neq 0$, ta có đồ thị hàm số có tiệm cận đứng: $x = -\frac{1}{m}$ và tiệm

cận ngang: $y = \frac{2}{m}$. Theo bài ra ta có: $S = \left| -\frac{1}{m} \right| \cdot \left| \frac{2}{m} \right| = 8 \Leftrightarrow m = \pm \frac{1}{2}$. Từ đó kết luận đáp án B.

2.3.3. Hệ thống bài tập tự luyện:

Bài tập 1: Đồ thị hàm số nào sau đây có tiệm cận đứng?

A. $y = -2x^2 - x + 1$

B. $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 2$

C. $y = \frac{x^2+2}{x+4}$

D. $y = \frac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1}$.

Bài tập 2: Đồ thị hàm số nào sau đây có tiệm cận ngang?

A. $y = -2x^4 - x^2 + 1$ B. $y = x^3 - 2x^2 + 7$ C. $y = \frac{3x^2 + 2}{3x + 4}$ D. $y = \frac{2 - x}{x}$.

Bài tập 3: Kí hiệu n ($n \in \mathbb{N}$) là số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số (C):

$y = \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 2}{x^2 - 3x + 2}$. Tìm n .

A. $n = 0$ B. $n = 2$ C. $n = 3$ D. $n = 1$.

(Trích bộ đề trắc nghiệm luyện thi THPT Quốc gia năm 2017 môn toán)

Bài tập 4: Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số: $y = \frac{2x - 1 - \sqrt{x^2 + x + 3}}{x^2 - 5x + 6}$.

A. $x = -3, x = -2$ B. $x = -3$ C. $x = 3$ D. $x = 3, x = 2$.

(Trích đề thi minh họa môn toán lần 2 của Bộ giáo dục và đào tạo)

Bài tập 5: Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số (C): $y = x^{-5}$.

A. $y = 1$ B. trục Ox C. trục Oy D. (C) không có tiệm cận ngang.

(Trích bộ đề trắc nghiệm luyện thi THPT Quốc gia năm 2017 môn toán)

Bài tập 6: Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số (C): $y = \frac{x + 1 - \sqrt{1 - x}}{\sqrt{x^2 - x - 2}}$.

A. $y = 1$ B. $y = -1$ C. trục Oy D. $y = \pm 1$.

(Trích đề luyện tập trắc nghiệm môn toán, Thành phố Hồ Chí Minh)

Bài tập 7: Đồ thị hàm số $y = \frac{x - 2}{\sqrt{x^2 + 1}}$ có bao nhiêu tiệm cận ngang?

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3.

Bài tập 8: Đồ thị hàm số $y = \frac{3x + 1 + \sin 5x}{\sqrt{x^2 - 9} - 4}$ có bao nhiêu tiệm cận ngang?

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3.

Bài tập 9: Đồ thị hàm số $y = \frac{x + \sqrt{x^2 + x + 1}}{x - 1}$ có bao nhiêu tiệm cận?

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3.

Bài tập 10: Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{x}}{x + 1}$, khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 0$ và tiệm cận đứng $x = -1$.
- B. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 0$ và không có tiệm cận đứng.
- C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang và tiệm cận đứng $x = -1$.
- D. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

(Trích đề thi thử THPT Quốc gia năm 2017, thành phố Hồ Chí Minh)

Bài tập 11: Với giá trị nào của tham số m cho dưới đây, đồ thị hàm số

$(C_m): y = \frac{2x^2 - 3x + m}{x - m}$ không có tiệm cận đứng.

A. $m = 0, m = 1$ B. $m = 0$ C. $m = 1$ D. Không tồn tại m .

(Trích bộ đề trắc nghiệm luyện thi THPT Quốc gia năm 2017 môn toán)

Bài tập 12: Với điều kiện nào của tham số m cho dưới đây, đồ thị hàm số

$(C_m): y = \frac{x-1}{x^2+x-m}$ có hai tiệm cận đứng.

- A. $\forall m$ B. $m \neq 2$ C. $\begin{cases} m > -\frac{1}{4} \\ m \neq 2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} m \geq -\frac{1}{4} \\ m \neq 2 \end{cases}$.

(Trích bộ đề trắc nghiệm luyện thi THPT Quốc gia năm 2017 môn toán)

Bài tập 13: Với giá trị nào của tham số m cho dưới đây, đồ thị hàm số

$(C_m): y = \frac{x+m-1}{x-1}$ không có tiệm cận ngang.

- A. $\forall m$ B. $m=0$ C. $m=1$ D. Không tồn tại m .

(Trích bộ đề trắc nghiệm luyện thi THPT Quốc gia năm 2017 môn toán)

Bài tập 14: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số

$(C_m): y = \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có hai tiệm cận ngang? (Trích đề thi minh họa môn toán lần

1 của Bộ giáo dục và đào tạo)

- A. $m=0$ B. $m < 0$ C. $m > 0$ D. Không tồn tại m .

Bài tập 15: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số

$(C_m): y = \frac{x}{x-m}$ có tiệm cận.

- A. $m \neq 1$ B. $\forall m$ C. $m \neq 0$ D. Không tồn tại m .

(Trích bộ đề trắc nghiệm luyện thi THPT Quốc gia năm 2017 môn toán)

Bài tập 16: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số

$(C_m): y = \frac{x+2}{x^2-4x+m}$ có đúng ba đường tiệm cận.

- A. $m < 4, m \neq 12$ B. $m > 4$ C. $m < 4$ D. $m = -12$ hoặc $m = 4$.

(Trích đề thi thử THPT Quốc gia năm 2017, trường THPT Võ Nguyên

Giáp – Quảng Ngãi)

Bài tập 17: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho tiệm cận ngang của

đồ thị hàm số $(C_m): y = \frac{mx+1}{x+1}$ đi qua điểm $M(2;1)$.

- A. $m=1$ B. $\forall m$ C. $m=-1$ D. Không tồn tại m .

(Trích bộ đề trắc nghiệm luyện thi THPT Quốc gia năm 2017 môn toán)

Bài tập 18: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho tiệm cận ngang của

đồ thị hàm số $(C_m): y = \frac{mx-2}{x-m+1}$ tiếp xúc với parabol $y = x^2 + 5$.

- A. $m=5$ B. $\forall m$ C. $m=6$ D. Không tồn tại m .

(Trích bộ đề trắc nghiệm luyện thi THPT Quốc gia năm 2017 môn toán)

Bài tập 19: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho tâm đối xứng của đồ thị hàm số $(C_m): y = \frac{mx+3}{1-x}$ thuộc đường thẳng $d: 2x - y + 1 = 0$.

- A. $m = 3$ B. $\forall m$ C. $m = -3$ D. Không tồn tại m .

(Trích bộ đề trắc nghiệm luyện thi THPT Quốc gia năm 2017 môn toán)

Bài tập 20: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho tâm đối xứng của đồ thị hàm số $(C_m): y = \frac{x-4}{x-m}$ cách đường thẳng $d: 3x + 4y - 1 = 0$ một khoảng bằng 3.

- A. $m = 4$ B. $m = 4, m = -6$ C. $m = -6$ D. Không tồn tại m .

(Trích bộ đề trắc nghiệm luyện thi THPT Quốc gia năm 2017 môn toán)

2.4. Hiệu quả của sáng kiến kinh nghiệm:

Thực tế cho thấy, với cách làm trên đã tạo được cho học sinh sự nhanh nhẹn, kiên trì, linh hoạt, tiết kiệm được thời gian trong quá trình giải toán. Học sinh biết vận dụng và có sự sáng tạo hơn trong học tập, biết liên kết nhiều mảng kiến thức, nhiều phương pháp giải cho mỗi phần trong cùng một bài toán. Cách làm trên đã đáp ứng được nhu cầu học tập tích cực của học sinh. Sau khi đã được ôn tập những kiến thức cơ bản về cách tính giới hạn dạng: $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$ và định nghĩa tiệm cận đứng, tiệm cận ngang, học sinh đã tự giải được những bài tập tương tự, nhất là những bài tập nằm trong các đề thi thử THPT Quốc gia của các trường trên cả nước trong thời gian gần đây. Đồng thời biết tự xây dựng cho mình hệ thống bài tập phù hợp với nội dung kiến thức được học và những bài tập tương tự trong các đề thi thử nghiệm của Bộ giáo dục và đào tạo. Qua đó, hiệu quả trong học tập của học sinh đã được nâng lên rõ rệt.

Để có được bài viết trên, tôi đã phải mày mò nghiên cứu và kiểm chứng qua một số nhóm học sinh có học lực khá và trung bình khá trong các lớp mà tôi giảng dạy như lớp 12B và lớp 12G năm học 2016 – 2017.

Với bài toán: Gọi k, l lần lượt là số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+1}}{x^2 - x}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $k = 1; l = 2$ B. $k = 1; l = 0$ C. $k = 0; l = 1$ D. $k = 1; l = 1$

(Trích đề thi thử THPT Quốc gia lần 4 của trường THPT Chuyên Phan Bội Châu, tỉnh Nghệ An, năm 2017).

Tôi đã chọn ra hai nhóm học sinh với số lượng bằng nhau, có lực học ngang nhau, làm theo hai cách:

Cách 1: Sử dụng phương pháp tìm tiệm cận đứng và tiệm cận ngang theo định nghĩa.

Cách 2: Vận dụng phương pháp tìm nhanh tiệm cận đứng và tiệm cận ngang như đã trình bày ở trên.

Kết quả thu được thể hiện ở bảng sau:

Nhóm	Số học sinh	Số học sinh có lời giải		Số học sinh có lời giải đúng	
		Số lượng	%	Số lượng	%
Nhóm I(Sử dụng phương pháp tìm tiệm cận đứng và tiệm cận ngang theo định nghĩa)	15	10	66,7%	7	46,7%
Nhóm II(Vận dụng phương pháp tìm nhanh tiệm cận đứng và tiệm cận ngang như đã trình bày ở trên)	15	15	100%	14	93,3%

Qua bảng thống kê trên ta thấy, kết quả học tập của học sinh đã vượt trội sau khi sử dụng phương pháp giải nhanh các bài toán về đường tiệm cận của đồ thị hàm số. Từ đó có thể tự mình lựa chọn phương pháp giải phù hợp với khả năng của mình trong một bài toán cụ thể.

Qua kết quả thực nghiệm, đồng thời với cương vị là người trực tiếp giảng dạy tôi nhận thấy việc **hướng dẫn học sinh giải nhanh bài toán trắc nghiệm về đường tiệm cận của đồ thị hàm số** là rất cần thiết và hiệu quả.

3. Kết luận, kiến nghị:

3.1. Kết luận:

Trong quá trình dạy học, đối với mỗi thể loại kiến thức, nếu giáo viên biết tìm ra những cơ sở lý thuyết, biết phát huy, sáng tạo cái mới và hướng dẫn học sinh vận dụng một cách hợp lý vào việc giải các bài tập tương ứng thì sẽ tạo được điều kiện để học sinh củng cố và hiểu sâu về lý thuyết cùng với việc thực hành giải toán một cách hiệu quả hơn, tạo được sự hứng thú, phát huy được tính chủ động và sự sáng tạo trong học tập của học sinh.

Mỗi nội dung kiến thức luôn chứa đựng những cách tiếp cận thú vị. Mỗi giáo viên, cần có sự chủ động trong việc tìm tòi cách giải mới, kế thừa và phát huy những kiến thức có sẵn một cách sáng tạo. Trong quá trình giảng dạy, cần xây dựng phương pháp giải và đưa ra hệ thống các bài tập phù hợp với từng đối tượng học sinh để giúp cho việc học của học sinh tích cực, chủ động và đạt kết quả cao hơn.

3.2. Kiến nghị:

Mặc dù đã có sự đầu tư kỹ lưỡng nhưng bài viết chắc không tránh khỏi những thiếu sót, tôi rất mong các bạn đồng nghiệp bổ sung góp ý để bài viết được hoàn thiện hơn, cũng như ứng dụng vào việc dạy học cho học sinh lớp mình giảng

Kinh nghiệm hướng dẫn học sinh giải nhanh bài toán trắc nghiệm về đường tiệm cận của đồ thị hàm số

dạy, đem lại cho học sinh những bài giảng hay hơn, cuốn hút hơn và hiệu quả hơn.

XÁC NHẬN CỦA THỦ TRƯỞNG
ĐƠN VỊ

Thanh Hoá, ngày 05/05/2017

Tôi xin cam đoan đây là sáng kiến
kinh nghiệm của mình viết, không sao
chép nội dung của người khác.
Người viết:

Lê Thị Minh

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Đề minh họa của Bộ giáo dục và đào tạo

2. Đề thi thử THPT Quốc gia của các THPT chuyên và không chuyên trên cả nước.
3. Bộ đề trắc nghiệm luyện thi THPT Quốc gia năm 2017 môn toán – Phạm Đức Tài(chủ biên) – Lại Tiến Minh – Nguyễn Ngọc Hải – NXB Giáo dục Việt Nam.