

▮ BÀI 2 : GÓC TRONG KHÔNG GIAN

▮ BÀI GIẢNG 1 : GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG



LÝ THUYẾT



✎ Memorize :

✎ Lý thuyết bài giảng :



LÀM

Câu 56: [Mẫu 1] Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B .

- a) Xác định góc giữa cạnh SB và mặt phẳng (ABC)
- b) Xác định góc giữa cạnh SC và mặt phẳng (ABC) .
- c) Xác định góc giữa cạnh SC và mặt phẳng (SAB) .

 **Lời giải :**

Câu 57: [Mẫu 2] Cho hình chóp $S.ABC$, có $SA \perp (ABC)$, $SA = a$, ΔABC vuông tại B , $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tính góc $(SB, (SAC))$.

 **Lời giải :**

Câu 58: [Mẫu 2] Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$, $AB = AA' = a$. Tính $(A'B, (ACC'A'))$.

 **Lời giải :**

Câu 59: [Mẫu 3] Cho hình chóp $S.ABC, SA \perp (ABC), SA = 2a$, đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Tính góc $(AB, (SBC))$.

 **Lời giải :**

Câu 60: [Mẫu 3] Cho hình chóp $S.ABCD, SA \perp (ABCD), SA = a, ABCD$ hình vuông cạnh a . Tính góc giữa $(AC, (SBC))$.

 **Lời giải :**

Câu 61: [Mẫu 3] Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ đáy hình vuông tâm O cạnh a , $SO = 2a$. Tính $(SO, (SBC))$.

 **Lời giải :**



MÓN QUÀ

Câu 62: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC đều cạnh bằng $3a$, các cạnh bên SA, SB, SC bằng nhau và bằng $2a\sqrt{3}$. Tính góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) .

Câu 63: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có ΔABC đều cạnh $a, AA' = \sqrt{3}a$. Tính góc giữa đường thẳng AB' và (ABC) ?

Câu 64: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $a, SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{2}$

a) Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$.

b) Tính tan của góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) .

Câu 65: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và tam giác ABC vuông tại C . Biết $AB = 2a$, $SA = a\sqrt{2}$, $\angle ABC = 30^\circ$. Tính góc giữa SC và (SAB) .

Câu 66: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SB = a$, đáy ABC là tam giác vuông tại A có $BC = a$. Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) trùng với trung điểm H của BC . Tính góc giữa SA và (ABC) .

Câu 67: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, đáy là tam giác ABC vuông cân tại B , biết $AB = a, SA = a\sqrt{6}$.

a) Tính tan của góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) .

b) Tính sin của góc giữa đường thẳng AC và mặt phẳng (SBC) .

Câu 68: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B ; $AB = BC = a$, $AD = 2a$. Cạnh bên $SA = a\sqrt{2}$ và vuông góc với đáy. Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAD) ?

Câu 69: Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B , $AC = 2a, BC = a$, $SB = 2a\sqrt{3}$. Tính góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) ?



Câu 70: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC cân tại A , góc BAC bằng 120° và $AB = 2a$. Hình chiếu của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của BC , biết $AA' = a\sqrt{2}$. Tính góc giữa đường thẳng AA' và mặt phẳng (ABC) .

Câu 71: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD), AB \perp AD, SA = AD = a\sqrt{3}$, $AB = a$. Tính số đo của:

a) Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$.

b) Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SAB) .

Câu 72: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC), SA = 2a\sqrt{3}, AB = 2a$, tam giác ABC vuông cân tại B . Gọi M là trung điểm của SB . Tính góc giữa đường thẳng CM và mặt phẳng (SAB) ?

Câu 73: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O cạnh a và tam giác ABD đều, SO vuông góc mặt phẳng $(ABCD)$ và $SO = 2a$. M là trung điểm của SD . Tính tan góc giữa CM và $(ABCD)$?

Câu 74: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a, SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Tính góc giữa đường thẳng SB và (SAC) ?

Câu 75: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với đáy. Tính cosin góc giữa SA và (SBC) ?

THỦ THUẬT

Câu 76: (TN 2022) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Giá trị sin của góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 77: (TN 2021) Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = 2$ và $AA' = 2\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng CA' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 78: (TN 2019) Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = 2a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AB = \sqrt{2}a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 60° . B. 45° . C. 30° . D. 90° .

Câu 79: (TN 2018) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của SD . Tang của góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

Câu 80: (TN 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB = 2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

- A. 60° B. 90° C. 30° D. 45°

Câu 81: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B có $AC = a\sqrt{3}$, cạnh bên $AA' = 3a$. Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng

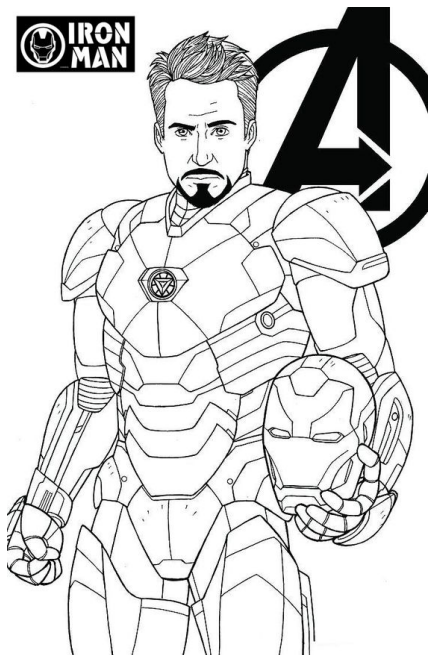
- A. 45° . B. 90° . C. 60° . D. 30° .

Câu 82: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , tam giác ABD đều có cạnh bằng $a\sqrt{2}$, SA vuông góc với đáy và $SA = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$. Góc giữa đường SO và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .

Khi tất cả mọi thứ dường như chống lại bạn, hãy nhớ rằng máy bay cất cánh được nhờ
ngược chiều gió.

▣ BÀI GIẢNG 2 : GÓC NHỊ DIỆN



 **Memorize :**

 **Lý thuyết bài giảng :**



LÀM

Câu 91: [CB 1] Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $SA = a$ và $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Tính góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và (SBC) ?

 **Lời giải :**

Câu 92: [CB 1] Tứ diện đều $ABCD, AB = a$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (BCD) và (ACD) ?

 **Lời giải :**

Câu 93: [CB 2] Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, có O là tâm của đáy và $SO = AB = a$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) ?

 **Lời giải :**

Câu 94: [CB 2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD), SA = a$, $ABCD$ là hình vuông $AB = a$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) ?

 **Lời giải :**

Câu 95: [BTTQ] Cho hình chóp $S.ABC$, có $(SAB) \perp (ABC)$ và $\triangle SAB, \triangle ABC$ là hai tam giác đều cạnh a . Tính số đo góc nhị diện $[S, BC, A]$?

 **Lời giải :**

Câu 96: [BTTQ] Cho hình chóp $S.ABC$ với ΔABC vuông cân tại B và $BA = BC = a$, $SA \perp (ABC)$, $SA = a\sqrt{3}$

- a) Tính số đo góc nhị diện $[S, BC, A]$? b) Tính số đo góc nhị diện $[A, SC, B]$?

 **Lời giải :**

Câu 97: [BTTQ] Chóp $S.ABCD$, $(SAB) \perp (ABCD)$, ΔSAB đều, $ABCD$ hình vuông cạnh a .
Tính số đo góc nhị diện $[S, BD, A]$?

 **Lời giải :**

Câu 98: [BTTQ] Cho hình chóp $S.ABC$, có $SA \perp (ABC)$, $SA = a$ và ΔABC là tam giác đều cạnh a . Tính số đo góc nhị diện $[A, SC, B]$?

 **Lời giải :**



Câu 100: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ với O là tâm của đáy và có tất cả các cạnh đều bằng a . Xác định và tính góc phẳng nhị diện:

Câu 101: Cho hình chóp tứ giác đều $S \cdot ABCD$ có O là tâm của đáy và có tất cả các cạnh bằng nhau.

Câu 102: Cho biết kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee (Mỹ) có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao $98m$ và cạnh đáy $180m$. Tính số đo góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy.



Câu 104: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$, cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $\frac{a\sqrt{15}}{6}$. Tính số đo góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$.

Câu 112: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $AB = AC = a$, $\angle BAC = 120^\circ$, $SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính số đo của góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$

Câu 113: Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác BCD vuông cân tại B và $AB \perp (BCD)$. Cho biết $BC = a\sqrt{2}$, $AB = \frac{a}{\sqrt{3}}$. Xác định và tính góc giữa hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) .

Câu 114: Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có cạnh bằng a .

a) Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$.

b) Tính cosin của số đo góc nhị diện $[A', BD, C']$.

Câu 115: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông, AC cắt BD tại O , $SO \perp (ABCD)$. Tất cả các cạnh của hình chóp bằng a .

a) Tính góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) .

b) Gọi α là số đo của góc nhị diện $[S, CD, A]$. Tính $\cos \alpha$.

c) Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) , β là số đo của góc nhị diện $[A, d, D]$. Tính $\cos \beta$.

$d^*)$ Gọi γ là số đo góc nhị diện $[B, SC, D]$. Tính $\cos \gamma$.



Câu 116: Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$ và chiều cao bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tan của góc nhị diện $[S, AB, O]$

- A. 1. B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. C. $\sqrt{3}$. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 117: Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh $2a$, $SA = a\sqrt{6}$ và vuông góc với đáy. Góc nhị diện $[S, BD, A]$?

- A. 90° . B. 30° . C. 45° . D. 60° .

Câu 118: Cho tứ diện $S.ABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = SB = SC = 1$. Tính $\cos \alpha$, trong đó α là góc nhị diện $[S, BC, A]$

- A. $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$. B. $\cos \alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}}$. C. $\cos \alpha = \frac{1}{3\sqrt{2}}$. D. $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 119: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AB = a\sqrt{2}$. Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. Góc nhị diện $[S, BC, A]$

A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 120: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Giá trị sin của góc nhị diện $[A', BD, A]$

A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 121: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi α là góc nhị diện $[A, B'C', A']$. Tính giá trị của $\tan \alpha$?

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 122: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ với O là tâm của đáy và chiều cao $SO = \frac{\sqrt{3}}{2} AB$. Tính góc nhị diện $[S, AB, O]$

A. 90° . B. 60° . C. 30° . D. 45° .

Câu 123: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB = 4a$, $AD = 3a$. Các cạnh bên đều có độ dài $5a$. Tính góc nhị diện $[S, BC, O]$

A. $\alpha \approx 75^\circ 46'$. B. $\alpha \approx 71^\circ 21'$. C. $\alpha \approx 68^\circ 31'$. D. $\alpha \approx 65^\circ 21'$.

Câu 124: Cho tứ diện $OABC$ có OA , OB , OC đôi một vuông góc và $OB = OC = a\sqrt{6}$, $OA = a$. Tính góc nhị diện $[A, BC, O]$

A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 90° .

Câu 125: Lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Gọi M là điểm trên cạnh AA' sao cho $AM = \frac{3a}{4}$. Tang của góc nhị diện $[M, BC, A]$:

A. 2. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 126: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và $SA = \frac{a\sqrt{6}}{6}$. Khi đó góc nhị diện $[S, BD, A]$.

A. 60° B. 45° C. 30° D. 75°

Câu 127: Cho tứ diện $ABCD$ có BCD là tam giác vuông tại đỉnh B , cạnh $CD = a$, $BD = \frac{a\sqrt{6}}{3}$, $AB = AC = AD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính góc nhị diện $[A, BC, D]$

A. $\frac{\pi}{4}$.

B. $\frac{\pi}{3}$.

C. $\frac{\pi}{6}$.

D. $\arctan 3$.

Câu 128: Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , biết $AB = AC = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tính góc nhị diện $[B, SA, C]$

A. 30° .

B. 150° .

C. 60° .

D. 120° .

Câu 129: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $AB = BC = a$ và $SA = a$. Góc nhị diện $[B, SC, A]$

A. 60° .

B. 90° .

C. 30° .

D. 45° .

Câu 130: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có mặt $ABCD$ là hình vuông, $AA' = \frac{AB\sqrt{6}}{2}$.
Xác định góc nhị diện $[A', BD, C']$

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Bạn sẽ không bao giờ đạt đến đích nếu bạn cứ đứng lại và ném đá vào mỗi con chó trên đường, chỉ vì tiếng sủa của chúng.

▮ BÀI GIẢNG 3 : GÓC GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG



LÝ THUYẾT



Memorize :

Lý thuyết bài giảng :



LÀM

Câu 131: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc, $OB = OC = a, OA = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của BC . Tính góc giữa hai đường thẳng OM và AB .

 **Lời giải :**

Câu 132: Tứ diện $ABCD$ có $CD = a\sqrt{2}$ tất cả các cạnh còn lại bằng a . Tính góc giữa hai đường thẳng AC và BD .

 **Lời giải :**

Câu 133: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD), SA = a$, $AB = 2a, BC = a$. Tính góc giữa hai đường SC và BD .

 **Lời giải :**

Câu 134: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $AA' = 4a$, M là trung điểm của BC . Tính góc giữa hai đường thẳng AM và $B'C$.

 **Lời giải :**

Câu 135: [B-2008] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA = a$, $SB = a\sqrt{3}$ và mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC . Tính $\cos(\angle SM, DN)$. **ĐS:** $\cos \varphi = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

 **Lời giải :**



MÓN QUÀ

Câu 136: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, tam giác SAD là tam giác đều và M là trung điểm của cạnh AD . Tính góc giữa hai đường thẳng BC và SA ; BC và SM .

Câu 137: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi $ABCD$ cạnh a . Cho biết $SA = a\sqrt{3}$, $SA \perp AB$ và $SA \perp AD$. Tính góc giữa SB và CD , SD và CB .

Câu 138: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $SA = a\sqrt{3}$, $SA \perp AC$, $SA \perp BC$, $\angle BAD = 120^\circ$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC . Tính góc giữa các cặp đường thẳng:

a) SD và BC .

b) MN và SC .

Câu 139: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $a, SA = a\sqrt{3}, SA \perp BC$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SA, SC . Tính góc giữa các cặp đường thẳng:

a) IJ và BD ;

b) SD và BC .

Câu 140: Tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Gọi K là trung điểm của CD . Tính góc giữa hai đường thẳng AK và BC .

Câu 141: Cho tứ diện đều $ABCD, M$ là trung điểm của cạnh BC . Tính góc giữa AB và DM .

Câu 142: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tính góc giữa hai đường thẳng AD và BC , biết $MN = a\sqrt{3}$ và $AD = BC = 2a$.

Câu 143: Cho tứ diện $ABCD$ có AB vuông góc với (BCD) . Biết tam giác BCD vuông tại C và $AB = \frac{a\sqrt{6}}{2}, AC = a\sqrt{2}, CD = a$. Gọi E là trung điểm của AD . Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CE ?

Câu 144: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O và tất cả các cạnh của hình chóp đều bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh SA, AB .

a) Tính góc giữa các cặp đường thẳng sau: MN và $SD; MO$ và SB .

b) Tính tang của góc giữa hai đường thẳng SN và BC .

Câu 145: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với AB và $AD, SA = a$. Gọi M là trung điểm của SB . Tính góc giữa AM và BD .

Một môi không phải là lý do để từ bỏ, mà là lý do để tôi tiến lên
