

**PHẦN D. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI**

- Câu 1.** Cho dãy số  $(u_n)$  có tổng  $n$  số hạng đầu được tính bởi công thức  $S_n = 2n^2 - 4n$ .
- a) Số hạng đầu  $u_1 = -2$ , số hạng thứ hai  $u_2 = 2$ .
- b) Với  $n \geq 2$  thì  $S_n - S_{n-1} = 4n - 6$ .
- c) Dãy số  $(u_n)$  là một cấp số cộng có công sai là  $-6$ .
- d) Tổng  $u_2 + u_4 + u_6 + \dots + u_{100}$  là 5000.

**Lời giải**

|         |         |        |        |
|---------|---------|--------|--------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Sai |
|---------|---------|--------|--------|

+ Ta có:  $S_1 = u_1 = -2; S_2 = u_1 + u_2 = 0$ . Do đó,  $u_2 = S_2 - S_1 = 2$ .

+ Với  $n \geq 2$  thì  $S_n - S_{n-1} = (2n^2 - 4n) - [2(n-1)^2 - 4(n-1)] = 4n - 6$ .

$u_n = S_n - S_{n-1} = 4n - 6$ . Do đó,  $u_n - u_{n-1} = 4n - 6 - [4(n-1) - 6] = 4$  với  $n \in \mathbb{N}^*, n \geq 2$ . Vậy  $(u_n)$  là một cấp số cộng có công sai là 4.

+ Các số  $u_2, u_4, u_6, \dots, u_{100}$  lập thành cấp số cộng có số hạng đầu  $u_2 = 2$ , công sai  $d = 2, u_{100} = 4 \cdot 100 - 6 = 394$ .

Ta có,  $u_2 + u_4 + u_6 + \dots + u_{100}$  là tổng của 50 số hạng.

$$\text{Vậy } u_2 + u_4 + u_6 + \dots + u_{100} = \frac{(u_2 + u_{100}) \cdot 50}{2} = 9900$$

- Câu 2.** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_1 = 8, u_{n+1} = 4u_n - 9$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ . Đặt  $v_n = u_n - 3$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ .
- a)  $v_1 = 5$

b) Dãy số  $(v_n)$  là một cấp số nhân có công bội  $q = -3$ .

c) Công thức của số hạng tổng quát  $v_n$  là  $v_n = 5 \cdot (-3)^{n-1}$ .

d) Công thức của số hạng tổng quát  $u_n$  là  $u_n = 3 + 5 \cdot (-3)^{n-1}$ .

**Lời giải**

|         |        |        |        |
|---------|--------|--------|--------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Sai | d) Sai |
|---------|--------|--------|--------|

+ Ta có:  $v_1 = u_1 - 3 = 8 - 3 = 5$ .

+  $v_{n+1} = u_{n+1} - 3 = 4u_n - 9 - 3 = 4u_n - 12 = 4(u_n - 3) = 4v_n$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$ .

Vậy dãy số  $(v_n)$  là một cấp số nhân có số hạng đầu  $v_1 = 5$ , công bội  $q = 4$ .

+  $v_n = 5 \cdot 4^{n-1}, u_n = 3 + v_n = 3 + 5 \cdot 4^{n-1}$ .

**Câu 3.** Cho dãy số  $(u_n)$  có tổng  $n$  số hạng đầu được tính bởi công thức  $S_n = n^2 - \frac{3}{2}n$ .  
**a)** Ta có:  $S_1 = -\frac{1}{2}; S_2 = 1$ .

**b)** Số hạng thứ hai của dãy số là  $u_2 = 1$ .

**c)** Số hạng tổng quát của dãy số là  $u_n = -\frac{5}{2} + 2n$ .

**d)** Dãy số  $(u_n)$  là một cấp số cộng có công sai là 2.

**Lời giải**

|                |               |                |                |
|----------------|---------------|----------------|----------------|
| <b>a) Đúng</b> | <b>b) Sai</b> | <b>c) Đúng</b> | <b>d) Đúng</b> |
|----------------|---------------|----------------|----------------|

+ Ta có:  $S_1 = u_1 = -\frac{1}{2}; S_2 = u_1 + u_2 = 1$ . Do đó,  $u_2 = S_2 - u_1 = \frac{3}{2}$ .

+ Với  $n \geq 2$  thì  $u_n = S_n - S_{n-1} = -\frac{5}{2} + 2n$ . Mà  $u_1 = -\frac{1}{2} = -\frac{5}{2} + 2 \cdot 1$  nên  $u_n = -\frac{5}{2} + 2n$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ .

+ Ta có:  $u_n - u_{n-1} = -\frac{5}{2} + 2n - \left(-\frac{5}{2} + 2(n-1)\right) = 2$  với  $n \in \mathbb{N}^*, n \geq 2$ .

Vậy  $(u_n)$  là một cấp số cộng có công sai là 2.

**Câu 4.** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_1 = 1, u_{n+1} = \frac{u_n}{1 - 2u_n}$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ . Đặt  $v_n = \frac{u_n + 2}{u_n}$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ .

**a)**  $v_1 = 3$

**b)** Dãy số  $(v_n)$  là một cấp số cộng có công sai  $d = 4$ .

**c)** Công thức của số hạng tổng quát  $v_n$  là  $v_n = 7 - 4n$ .

**d)** Công thức của số hạng tổng quát  $u_n$  là  $u_n = \frac{2}{7 - 4n}$ .

**Lời giải**

|                |               |               |               |
|----------------|---------------|---------------|---------------|
| <b>a) Đúng</b> | <b>b) Sai</b> | <b>c) Sai</b> | <b>d) Sai</b> |
|----------------|---------------|---------------|---------------|

+ Ta có:  $v_1 = \frac{u_1 + 2}{u_1} = 3$ .

+ Theo giả thiết, ta có  $v_n = \frac{u_n + 2}{u_n} = 1 + \frac{2}{u_n}$  nên  $v_{n+1} = 1 + \frac{2}{u_{n+1}}$ .

Do  $u_{n+1} = \frac{u_n}{1 - 2u_n}$  nên  $\frac{1}{u_{n+1}} = \frac{1 - 2u_n}{u_n} = \frac{1}{u_n} - 2$ . Suy ra  $v_{n+1} = 1 + 2\left(\frac{1}{u_n} - 2\right)$ .

Khi đó,  $v_{n+1} - v_n = 1 + \frac{2}{u_n} - 4 - \left(1 + \frac{2}{u_n}\right) = -4$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$ .

Vậy dãy số  $(v_n)$  là một cấp số cộng có số hạng đầu  $v_1 = 3$ , công sai  $d = -4$ .

+ Ta có:  $v_n = v_1 + (n-1)d = 3 + (n-1)(-4) = 7 - 4n$ .

+ Từ  $v_n = \frac{u_n + 2}{u_n}$  suy ra  $u_n = \frac{2}{v_n - 1} = \frac{2}{7 - 4n - 1} = \frac{1}{3 - 2n}$ .

**Câu 5.** Cho dãy số  $(u_n)$  có tổng  $n$  số hạng đầu được tính bởi công thức:  $S_n = \frac{1 - 3^n}{2 \cdot 3^{n-2}}$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ .

a) Số hạng thứ nhất của dãy số là  $u_1 = -3$ .

b) Số hạng thứ hai của dãy số là  $u_2 = -4$ .

c) Số hạng tổng quát của dãy số là  $u_n = \frac{1}{3^{n-2}}$ .

d) Dãy số  $(u_n)$  là một cấp số nhân có công bội là  $-\frac{1}{3}$ .

**Lời giải**

|                |               |               |               |
|----------------|---------------|---------------|---------------|
| <b>a) Đúng</b> | <b>b) Sai</b> | <b>c) Sai</b> | <b>d) Sai</b> |
|----------------|---------------|---------------|---------------|

+ Ta có:  $S_1 = u_1 = -3, S_2 = u_1 + u_2 = -4$  nên  $u_2 = S_2 - S_1 = -1$ .

+ Ta có:  $u_n = S_n - S_{n-1} = -\frac{1}{3^{n-2}}$  với mọi  $n \geq 2$ . Mà  $u_1 = -3 = -\frac{1}{3^{1-2}}$  nên  $u_n = -\frac{1}{3^{n-2}}$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ .

Lại có:  $u_n = u_{n-1} \cdot \frac{1}{3}$  với mọi  $n \geq 2$ . Vậy dãy số  $(u_n)$  là một cấp số nhân có số hạng đầu  $u_1 = -3$  và công bội  $q = \frac{1}{3}$ .

**Câu 6.** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_1 = -17, u_{n+1} = 5u_n - 12$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ . Đặt  $v_n = \frac{3 - u_n}{2}$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ .

a)  $v_1 = 10$

b) Dãy số  $(v_n)$  là một cấp số nhân có công bội bằng  $\frac{1}{5}$ .

c) Công thức của số hạng tổng quát  $v_n$  là  $v_n = \frac{2}{5^n}$ .

d) Công thức của số hạng tổng quát  $u_n$  là  $u_n = 3 - 4 \cdot 5^n$ .

**Lời giải**

|                |               |               |                |
|----------------|---------------|---------------|----------------|
| <b>a) Đúng</b> | <b>b) Sai</b> | <b>c) Sai</b> | <b>d) Đúng</b> |
|----------------|---------------|---------------|----------------|

Ta có:  $v_1 = \frac{3 - u_1}{2} = 10$ ,

$$v_{n+1} = \frac{3 - u_{n+1}}{2} = \frac{3 - (5u_n - 12)}{2} = \frac{5(3 - u_n)}{2} = 5.v_n \quad \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Vậy dãy số  $(v_n)$  là một cấp số nhân có số hạng đầu  $v_1 = 10$ , công bội bằng  $q = 5$ . Vậy  $v_n = 2.5^n, u_n = 3 - 4.5^n$ .

- Câu 7.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  thỏa: 
$$\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$$
- a)  $d = 3$  là công sai của cấp số  
b)  $u_1 = 1$  là số hạng đầu của dãy số  
c) Công thức tổng quát của cấp số cộng là  $u_n = 3n - 3$   
d) Tổng  $S = u_1 + u_4 + u_7 + \dots + u_{2011} = 623015$

**Lời giải**

|         |         |        |        |
|---------|---------|--------|--------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Sai |
|---------|---------|--------|--------|

a) b) Gọi  $d$  là công sai của CSC, ta có:

$$\begin{cases} (u_1 + d) - (u_1 + 2d) + (u_1 + 4d) = 10 \\ (u_1 + 3d) + (u_1 + 5d) = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 10 \\ u_1 + 4d = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 3 \end{cases}$$

c) Ta có công sai  $d = 3$  và số hạng tổng quát:  $u_n = u_1 + (n - 1)d = 3n - 2$ .

d) Ta có các số hạng  $u_1, u_4, u_7, \dots, u_{2011}$  lập thành một CSC gồm 670 số hạng với công sai  $d' = 3d$ , nên ta có:

$$S = \frac{670}{2}(2u_1 + 669d') = 673015$$

- Câu 8.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  thỏa: 
$$\begin{cases} u_5 + 3u_3 - u_2 = -21 \\ 3u_7 - 2u_4 = -34 \end{cases}$$
- a) Công sai của cấp số cộng là  $d = -3$   
b) Số hạng thứ 100 của cấp số là  $u_{100} = -290$   
c) Tổng 15 số hạng đầu của cấp số bằng  $-285$   
d) Tổng  $S = u_4 + u_5 + \dots + u_{30} = -1542$

**Lời giải**

|         |        |         |        |
|---------|--------|---------|--------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Sai |
|---------|--------|---------|--------|

a) Từ giả thiết bài toán, ta có: 
$$\begin{cases} u_1 + 4d + 3(u_1 + 2d) - (u_1 + d) = -21 \\ 3(u_1 + 6d) - 2(u_1 + 3d) = -34 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = -7 \\ u_1 + 12d = -34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ d = -3 \end{cases}$$

b) Số hạng thứ 100 của cấp số:  $u_{100} = u_1 + 99d = -295$

c) Tổng của 15 số hạng đầu:  $S_{15} = \frac{15}{2}[2u_1 + 14d] = -285$

d) Ta có:  $S = u_4 + u_5 + \dots + u_{30} = \frac{27}{2}[2u_4 + 26d]$

$$= 27(u_1 + 16d) = -1242$$

**Chú ý:** Ta có thể tính  $S$  theo cách sau:

$$S = S_{30} - S_3 = 15(2u_1 + 29d) - \frac{3}{2}(2u_1 + 2d) = -1242$$

$$\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$$

**Câu 9.**

Cho cấp số cộng  $(u_n)$  thỏa mãn

a) Số hạng đầu của dãy số là  $u_1 = 1$

b) Công sai của cấp số cộng là  $d = 2$

c) Số hạng thứ 5 của dãy số là 13

d) Tổng  $S = u_5 + u_7 + \dots + u_{2011} = 4028057$

**Lời giải**

|         |        |         |        |
|---------|--------|---------|--------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Sai |
|---------|--------|---------|--------|

a) b) c) Ta có: 
$$\begin{cases} u_1 + d - (u_1 + 2d) + u_1 + 4d = 10 \\ u_1 + 3d + u_1 + 5d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 10 \\ u_1 + 4d = 13 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow u_1 = 1, d = 3, u_5 = u_1 + 4d = 1 + 12 = 13$$

d) Ta có  $u_5, u_7, \dots, u_{2011}$  lập thành CSC với công sai  $d = 6$  và có 1003 số hạng nên 
$$S = \frac{1003}{2}(2u_5 + 1002 \cdot 6) = 3028057$$

**Câu 10.** Cho hai cấp số cộng  $(a_n): a_1 = 4; a_2 = 7; \dots; a_{100}$  và  $(b_n): b_1 = 1; b_2 = 6; \dots; b_{100}$ .

a) Cấp số cộng  $(a_n)$  có số hạng tổng quát  $a_n = 3n + 1$ .

b) Cấp số cộng  $(b_n)$  có số hạng tổng quát  $b_m = 5m - 4$ .

c) Có 22 số có mặt đồng thời trong cả hai dãy số trên.

d) Có 20 số có mặt đồng thời trong cả hai dãy số trên.

**Lời giải**

|         |         |        |         |
|---------|---------|--------|---------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng |
|---------|---------|--------|---------|

Cấp số cộng  $(a_n): a_1 = 4; a_2 = 7; \dots; a_{100}$  có số hạng tổng quát  $a_n = 4 + (n - 1) \cdot 3 = 3n + 1$ .

Cấp số cộng  $(b_n): b_1 = 1; b_2 = 6; \dots; b_{100}$  có số hạng tổng quát  $b_m = 1 + (m - 1) \cdot 5 = 5m - 4$ .

Các số có mặt đồng thời trong cả hai dãy số trên thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} 3n + 1 = 5m - 4 \\ 1 \leq n \leq 100 \\ 1 \leq m \leq 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3n = 5(m - 1) \\ 1 \leq n \leq 100 \\ 1 \leq m \leq 100 \end{cases}$$

Vì  $3n = 5(m - 1)$  nên  $n : 5$  và  $m - 1 : 3$  với  $m - 1 > 0$

Ta lại có  $n \leq 100 \Rightarrow 3n \leq 300 \Rightarrow 5(m - 1) \leq 300 \Rightarrow m \leq 61$ .

Có  $m - 1 : 3 \Rightarrow m = 3t + 1, t \in \mathbb{N}^*$ . Vì  $1 \leq m \leq 61 \Leftrightarrow 1 \leq 3t + 1 \leq 61 \Leftrightarrow 0 \leq t \leq 20$ .

Vì  $t \in \mathbb{N}^* \Rightarrow t = \{1; 2; 3; \dots; 20\}$ .

Vậy có 20 số hạng có mặt đồng thời ở hai dãy số trên.

- Câu 11.** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 3n - 2 \quad (n \in \mathbb{N}^*) \end{cases}$ . Khi đó
- a)  $u_3 = 3$
- b)  $u_4 = 10$
- c)  $u_6 = 37$
- d)  $u_{101} = 14952$

**Lời giải**

|        |        |         |         |
|--------|--------|---------|---------|
| a) Sai | b) Sai | c) Đúng | d) Đúng |
|--------|--------|---------|---------|

Theo công thức truy hồi của dãy số  $(u_n)$  ta có  $u_{n+1} - u_n = 3n - 2$ .

Đặt  $v_n = u_{n+1} - u_n \Rightarrow v_n = 3n - 2$ .

Ta có  $v_{n+1} - v_n = [3(n+1) - 2] - (3n - 2) = 3, \forall n \in \mathbb{N}^*$  nên  $(v_n)$  là một cấp số cộng có số hạng đầu  $v_1 = 3 \cdot 1 - 2 = 1$  và công sai  $d = 3$ .

Ta lại có:  $u_n = (u_n - u_{n-1}) + (u_{n-1} - u_{n-2}) + \dots + (u_2 - u_1) + u_1 = v_{n-1} + v_{n-2} + \dots + v_1 + 2$ .

$$\text{Mà } v_{n-1} + v_{n-2} + \dots + v_1 = S_{n-1} = \frac{n-1}{2} [2v_1 + (n-2)d] = \frac{[2 + 3(n-2)](n-1)}{2} = \frac{(n-1)(3n-4)}{2}$$

$$\text{Vậy } u_n = \frac{(n-1)(3n-4)}{2} + 2 \Rightarrow u_{101} = \frac{100 \cdot 299}{2} + 2 = 14952$$

- Câu 12.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  thỏa:  $\begin{cases} u_4 = \frac{2}{27} \\ u_3 = 243u_8 \end{cases}$ .

- a) Số hạng thứ 3 của dãy là  $\frac{2}{9}$
- b) Số hạng thứ 5 của dãy là  $\frac{2}{81}$
- c) Tổng 10 số hạng đầu của cấp số là  $\frac{59048}{19683}$
- d) Số  $\frac{2}{6561}$  là số hạng thứ 8 của cấp số

**Lời giải**

|         |         |         |        |
|---------|---------|---------|--------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Đúng | d) Sai |
|---------|---------|---------|--------|

Gọi  $q$  là công bội của cấp số. Theo giả thiết ta có:

$$\begin{cases} u_1 q^3 = \frac{2}{27} \\ u_1 q^2 = 243 u_1 q^7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q^3 = \frac{2}{27} \\ q^5 = \frac{1}{243} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = \frac{1}{3} \\ u_1 = 2 \end{cases}$$

a) b) Năm số hạng đầu của cấp số là:

$$u_1 = 2, u_2 = \frac{2}{3}, u_3 = \frac{2}{9}, u_4 = \frac{2}{27}, u_5 = \frac{2}{81}$$

c) Tổng 10 số hạng đầu của cấp số

$$S_{10} = u_1 \frac{q^{10} - 1}{q - 1} = 2 \cdot \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{10} - 1}{\frac{1}{3} - 1} = 3 \left[ 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{10} \right] = \frac{59048}{19683}$$

d) Ta có:  $u_n = \frac{2}{3^{n-1}} \Rightarrow u_n = \frac{2}{6561} \Leftrightarrow 3^{n-1} = 6561 = 3^8 \Rightarrow n = 9$

Vậy  $\frac{2}{6561}$  là số hạng thứ 9 của cấp số.

**Câu 13.** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Dãy  $u_n = (-1)^n n$  là cấp số nhân

b) Dãy  $u_n = n^2$  là cấp số nhân

c. Dãy  $u_n = 2^n$  là cấp số nhân

d. Dãy  $u_n = \frac{n}{3^n}$  là cấp số nhân

**Lời giải**

|        |        |         |        |
|--------|--------|---------|--------|
| a) Sai | b) Sai | c) Đúng | d) Sai |
|--------|--------|---------|--------|

Lập tỉ số  $\frac{u_{n+1}}{u_n}$

a:  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(-1)^{n+1} \cdot (n+1)}{(-1)^n \cdot n} = -\frac{n+1}{n} \Rightarrow (u_n)$  không phải cấp số nhân.

b:  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(n+1)^2}{n^2} \Rightarrow (u_n)$  không phải là cấp số nhân.

c:  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2^{n+1}}{2^n} = 2 \Rightarrow u_{n+1} = 2u_n \Rightarrow (u_n)$  là cấp số nhân có công bội bằng 2.

d:  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n+1}{3n} \Rightarrow (u_n)$  không phải là cấp số nhân.

**Câu 14.** Gọi  $x_1$  và  $x_2$  là hai nghiệm của phương trình  $x^2 - 4x + a = 0$ ,  $x_3$  và  $x_4$  là hai nghiệm của phương trình  $x^2 - x + b = 0$ . Biết rằng  $x_1, x_2, x_3, x_4$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân có công bội dương.

a)  $x_1 = \frac{8}{3}$

b) Gọi  $q, (q > 0)$  là công bội của cấp số nhân khi đó  $q = \frac{1}{3}$

c) Giá trị biểu thức  $Q = a + b = \frac{35}{9}$ .

d) Giá trị biểu thức  $P = ab = \frac{64}{81}$ .

**Lời giải**

|         |        |        |         |
|---------|--------|--------|---------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Sai | d) Đúng |
|---------|--------|--------|---------|

Gọi  $q, (q > 0)$  là công bội của cấp số nhân, ta có  $x_2 = x_1 q$ ,  $x_3 = x_1 q^2$ ,  $x_4 = x_1 q^3$ .

Áp dụng định lý Viet ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 x_2 = a \\ x_3 + x_4 = 1 \\ x_3 x_4 = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_1 q = 4 \\ x_1^2 q = a \\ x_1 q^2 + x_1 q^3 = 1 \\ x_1^2 q^5 = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1(1+q) = 4 \\ x_1^2 q = a \\ x_1 q^2(1+q) = 1 \\ x_1^2 q^5 = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q^2 = \frac{1}{4} \\ x_1(1+q) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = \frac{1}{2} \\ x_1 = \frac{8}{3} \end{cases}$$

Với  $x_1 = \frac{8}{3}, q = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{32}{9}, b = \frac{2}{9}$ .

Vậy  $P = ab = \frac{32}{9} \cdot \frac{2}{9} = \frac{64}{81}$

**Câu 15.** Tổng 3 số hạng liên tiếp của một cấp số cộng là 21. Nếu số thứ hai trừ đi 1 và số thứ ba cộng thêm 1 thì ba số đó lập thành một cấp số nhân. Khi đó:

a) Có 3 bộ số thỏa mãn

b) Có 2 bộ số thỏa mãn

c) Trong các bộ 3 số tìm được, thì số 2 là số nhỏ nhất trong đó

d) Trong các bộ 3 số tìm được, thì số 11 là số lớn nhất trong đó

**Lời giải**

|        |         |         |        |
|--------|---------|---------|--------|
| a) Sai | b) Đúng | c) Đúng | d) Sai |
|--------|---------|---------|--------|

Gọi  $(u_n)$  là dãy cấp số cộng có công sai là  $d$ , do tổng 3 số hạng liên tiếp của dãy số cộng là 21.

$$\begin{aligned}
u_1 + u_2 + u_3 &= 21 \\
\Rightarrow u_1 + d + u_1 + 2d + u_1 &= 21 \\
\Rightarrow u_1 + d &= 7(*)
\end{aligned}$$

Nếu số thứ hai trừ đi 1 và số thứ ba cộng thêm 1 thì ba số đó lập thành một cấp số nhân

$u_1; u_2 - 1; u_3 + 1$  hay  $u_1; u_1 + d - 1; u_1 + 2d + 1$  lập thành một cấp số nhân.

Theo tính chất của cấp số nhân ta có  $(u_1 + d - 1)^2 = u_1(u_1 + 2d + 1)$  kết hợp với (\*) ta được:

$$\begin{aligned}
(u_1 + 7 - u_1 - 1)^2 &= u_1(u_1 + 14 - 2u_1 + 1) \\
\Rightarrow 36 &= u_1(15 - u_1) \\
\Leftrightarrow u_1^2 - 15u_1 + 36 &= 0 \\
\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 12 \Rightarrow d = -5 \Rightarrow u_2 = 7; u_3 = 2 \\ u_1 = 3 \Rightarrow d = 4 \Rightarrow u_2 = 7; u_3 = 11 \end{cases}
\end{aligned}$$

Vậy có 2 bộ 3 số cần tìm: (12; 7; 2) và (3; 7; 11)

**Câu 16.** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Dãy số  $(a_n)$ , với  $a_1 = 3$  và  $a_{n+1} = \sqrt{a_n + 6}$ ,  $\forall n \geq 1$ , vừa là cấp số cộng vừa là cấp số nhân.
- b) Dãy số  $(b_n)$ , với  $b_1 = 1$  và  $b_{n+1}(2b_n^2 + 1) = 3$ ,  $\forall n \geq 1$ , vừa là cấp số cộng vừa là cấp số nhân.
- c) Dãy số  $(c_n)$ , với  $c_1 = 2$  và  $c_{n+1} = 3c_n^2 - 10$ ,  $\forall n \geq 1$ , vừa là cấp số cộng vừa là cấp số nhân.
- d) Dãy số  $(d_n)$ , với  $d_1 = -3$  và  $d_{n+1} = 2d_n^2 - 15$ ,  $\forall n \geq 1$ , vừa là cấp số cộng vừa là cấp số nhân.

**Lời giải**

| a) Đúng | b) Đúng | c) Đúng | d) Sai |
|---------|---------|---------|--------|
|---------|---------|---------|--------|

Kiểm tra từng phương án đến khi tìm được phương án sai.

+ Phương án a: Ta có  $a_2 = 3; a_3 = 3; \dots$  Bằng phương pháp quy nạp toán học chúng ta chứng minh được rằng  $a_n = 3, \forall n \geq 1$ . Do đó  $(a_n)$  là dãy số không đổi. Suy ra nó vừa là cấp số cộng (công sai bằng 0) vừa là cấp số nhân (công bội bằng 1).

+ Phương án b: Tương tự như phương án a, chúng ta chỉ ra được  $b_n = 1, \forall n \geq 1$ . Do đó  $(b_n)$  là dãy số không đổi. Suy ra nó vừa là cấp số cộng (công sai bằng 0) vừa là cấp số nhân (công bội bằng 1).

+ Phương án c: Tương tự như phương án a, chúng ta chỉ ra được  $c_n = 2, \forall n \geq 1$ . Do đó  $(c_n)$  là dãy số không đổi. Suy ra nó vừa là cấp số cộng (công sai bằng 0) vừa là cấp số nhân (công bội bằng 1).

+ Phương án d: Ta có:  $d_1 = -3, d_2 = 3, d_3 = 3$ . Ba số hạng này không lập thành cấp số cộng cũng không lập thành cấp số nhân nên dãy số  $(d_n)$  không phải là cấp số cộng và cũng không là cấp số nhân.