PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẬN NGŨ HÀNH SƠN

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 8
NĂM HỌC 2013-2014
MÔN THI: TOÁN

Bài 1. (2,0 điểm)

Câu 1. Cho $x^2 + y^2 = 2$ và $M = (x^2 - 1)^2 + (y^2 - 1)^2 + 2x^2y^2$
Chứng minh rằng giá trị của biểu thức M không phụ thuộc vào giá trị của biến số x, y

Câu 2. Tìm số tự nhiên n để giá trị của biểu thức $n^3 - 2n^2 + 2n - 4$ là số nguyên tố

Bài 2. (2,0 điểm)

Cho $A = \left[\frac{x-1}{3x + (x-1)^2} - \frac{1 - 3x + x^2}{x^3 - 1} - \frac{1}{1-x} \right] : \frac{x^2 + 2x + 1}{x - 1}$

Câu 1. Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức A

Câu 2. Tìm các giá trị thực của x để A và $\frac{2}{A}$ có giá trị là số nguyên.

Bài 3. (2,5 điểm)

Câu 1. Giải phương trình: $\frac{21}{x^2 - 4x + 10} - x^2 + 4x - 6 = 0$

Câu 2. Bạn Nam hỏi bạn Bắc: "Năm nay cha và mẹ của bạn bao nhiêu tuổi". Bắc trả lời: "Cha tôi hơn mẹ tôi 4 tuổi. Trước đây tổng số tuổi của cha và mẹ tôi là 66 tuổi thì tổng số tuổi của hai anh em chúng tôi là 10. Hiện nay tổng số tuổi của cha và mẹ tôi gấp 3 lần tổng số tuổi của hai anh em chúng tôi"
Tính xem tuổi của cha và tuổi của mẹ bạn Bắc là bao nhiêu ?

Bài 4. (1,5 điểm)

Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB = 2BC$, đường phân giác các góc C và D cắt nhau tại M. Chứng minh A, M, B thẳng hàng

Bài 5. (2,0 điểm)

Cho tam giác ABC đều. Một đường thẳng song song với BC cắt cạnh AB, AC lần lượt tại D và E. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của DE và BE. Gọi O là trọng tâm của tam giác ADE.

Câu 1. Chứng minh $\Delta OMN \sim \Delta OEC$

Câu 2. Chứng minh ON vuông góc với NC.

ĐÁP ÁN

Bài 1.

Câu 1.

$$M=(x^2-1)^2+(y^2-1)^2+2x^2y^2$$
$$=x^4-2x^2+1+y^4-2y^2+1+2x^2y^2$$
$$=(x^4+2x^2y^2+y^4)-2(x^2+y^2)+2$$
$$=(x^2+y^2)^2-2(x^2+y^2)+2$$
$$=2^2-2.2+2=2$$

Câu 2.

$$n^3-2n^2+2n-4=(n^2+2)(n-2)$$

Để giá trị của biểu thức là số nguyên tố thì $n^2+2=1$ (loại vì $n^2+2\geq 2$)

Hoặc $n-2=1$. Ta tìm được $n=3$

Bài 2.

Câu 1. Điều kiện xác định $x\neq\pm 1$

$$\left[\frac{x-1}{3x+(x-1)^2}-\frac{1-3x+x^2}{x^3-1}-\frac{1}{1-x}\right]=\left[\frac{x-1}{x^2+x+1}-\frac{1-3x+x^2}{(x-1)(x^2+x+1)}-\frac{1}{1-x}\right]$$
$$=\frac{(x-1)(x-1)-(1-3x+x^2)+(x^2+x+1)}{(x-1)(x^2+x+1)}=\frac{x^2+2x+1}{(x-1)(x^2+x+1)}$$

$$\left[\frac{x-1}{3x+(x-1)^2}-\frac{1-3x+x^2}{x^3-1}-\frac{1}{1-x}\right]:\frac{x^2+2x+1}{x-1}$$
$$=\frac{x^2+2x+1}{(x-1)(x^2+x+1)}.\frac{x-1}{x^2+2x+1}=\frac{1}{x^2+x+1}$$

Câu 2. $A=\dfrac{1}{x^2+x+1}$ nguyên thì $\dfrac{2}{A}$ nguyên nghĩa là $A\in U(2)$

$x^2+x+1\geq\dfrac{3}{4};0<A\leq\dfrac{4}{3}\Rightarrow A=1$

Suy ra $A=1\Leftrightarrow x^2+x+1=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0(tm)\\x=-1(ktm)\end{array}\right.$

Vậy $x=0$

Bài 3.

Câu 1.

Điều kiện xác định $x\in\mathbb{R}$, đặt $t=x^2-4x+8$

$\dfrac{21}{x^2-4x+10}-x^2+4x-6=0\Leftrightarrow\dfrac{21}{t+2}-(t-2)=0(t\neq-2)$

$\Leftrightarrow 21-(t+2)(t-2)=0\Leftrightarrow 21-(t^2-4)=0\Leftrightarrow t^2=25\Leftrightarrow t=\pm5$

$x^2-4x+8=5\Leftrightarrow x^2-4x+3=0$ giải ra $x=1;x=3$

$x^2-4x+8=-5\Leftrightarrow x^2-4x+13=0$ vô nghiệm vì $x^2-4x+13>0$

Vậy $x=1;x=3$

Câu 2.

Gọi x là tuổi của mẹ bạn Bắc khi tổng số tuổi của cha và mẹ là 66 (x nguyên dương)

Ta có: $x+x+4=66\Leftrightarrow 2x=62\Leftrightarrow x=31$

Gọi y là số tuổi thêm từ khi mẹ Bắc 31 tuổi đến nay (y nguyên dương)

Tổng số tuổi hiện nay của hai người là $66+2y$

Tổng số tuổi của hai người con hiện nay là $10+2y$

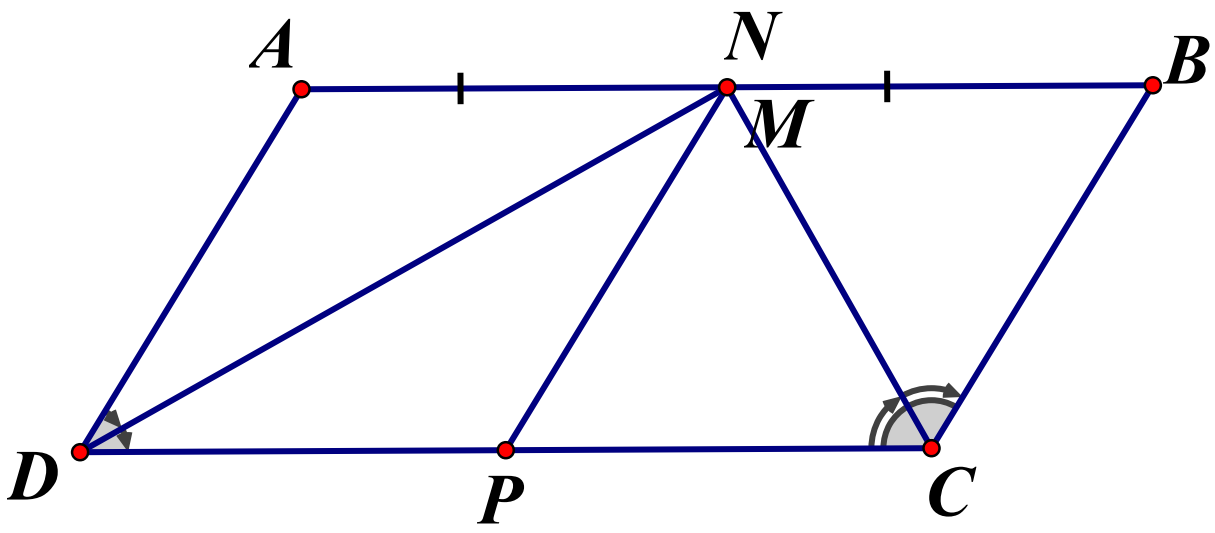
Ta có phương trình:

$$3(10+2y)=66+2y \Leftrightarrow 30+6y=66+2y \Leftrightarrow y=9$$

Tuổi của mẹ Bắc hiện nay là $9+31=40$ tuổi

Tuổi của cha Bắc hiện nay là $9+35=44$ tuổi

Bài 4.



Gọi N là trung điểm AB, P là trung điểm CD

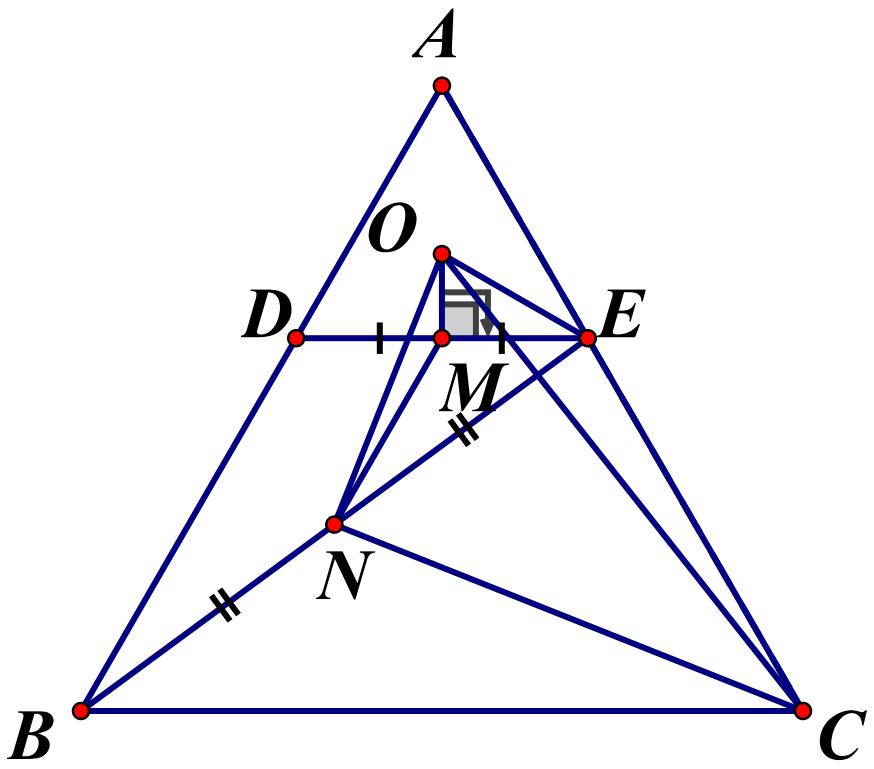
Chứng minh $ANPD$ và $NBCP$ là các hình thoi

Suy ra N là giao điểm của phân giác các góc C và D

Suy ra N trùng với M

Vậy A,M,B thẳng hàng

Bài 5.



Câu 1. $OA = OE, \dfrac{OM}{OA} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \dfrac{OM}{OE} = \dfrac{1}{2}$

$BD = EC; \dfrac{MN}{BD} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \dfrac{MN}{EC} = \dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow \dfrac{MN}{EC} = \dfrac{OM}{OE} \Rightarrow \widehat{OMN} = \widehat{OEC} = 150^0 \Rightarrow \Delta OMN \sim \Delta OEC (c.g.c)$

Câu 2.

Từ $\Delta OMN \sim \Delta OEC$, ta có: $\widehat{ONM} = \widehat{OCE}; \widehat{MON} = \widehat{EOC}$ và $\dfrac{ON}{OM} = \dfrac{OC}{OE}$

$\Rightarrow \widehat{MON} = \widehat{EOC} \Rightarrow \widehat{NOC} = \widehat{MOE}$

$\Delta ONC \sim \Delta OME (c.g.c) \Rightarrow \widehat{ONC} = \widehat{OME} = 90^0$

Suy ra $ON \perp NC$