

Người làm: Trần Quang Hà

Zalo: Hà_LQĐ

- số đt zalo: 038 950 4525

Email: quanghatq@gmail.com

CD7 : ĐA THỨC

Dạng 1: XÁC ĐỊNH ĐA THỨC

Câu 1. (HSG 7 huyện Tân Tạo và Huyện Phú Khánh_2018-2019)

$f(x) - f(x - 1) = x$ $S = 1 + 2 + 3 + \dots + n$
 Tìm đa thức bậc hai biết . Từ đó áp dụng tính tổng

Lời giải

$$f(x) = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$$

Đa thức bậc hai cần tìm có dạng:

$$f(x - 1) = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c$$

Ta có:

$$f(x) - f(x - 1) = 2ax - a + b = x \Rightarrow \begin{cases} 2a = 1 \\ b - a = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + c$$

Vậy đa thức cần tìm là (c là hằng số tùy ý)

Áp dụng:

$$x = 1, \quad 1 = f(1) - f(0)$$

Với $x = 1$ ta có:

$$x = 2, \quad 1 = f(2) - f(1)$$

Với $x = 2$ ta có:

.....

$$x = n, \quad n = f(n) - f(n - 1)$$

Với $x = n$ ta có:

$$\Rightarrow S = 1 + 2 + 3 + \dots + n = f(n) - f(0) = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2} + c - c = \frac{n(n+1)}{2}$$

Câu 2. (HSG 7 huyện Phú Ninh_2018-2019)

$f(x) = ax^3 + 4x(x^2 - 1) + 8$ và $g(x) = x^3 + 4x(bx + 1) + c - 3$ a, b, c là hằng số.
 Cho a, b, c trong đó $f(x) = g(x)$

Xác định a, b, c để

Lời giải

$$f(x) = ax^3 + 4x(x^2 - 1) + 8 = ax^3 + 4x^3 - 4x + 8 = (a + 4)x^3 - 4x + 8$$

Ta có:

$$g(x) = x^3 - 4x(bx + 1) + c - 3 = x^3 - 4bx^2 - 4x + c - 3$$

Do $f(x) = g(x)$ nên chọn $x = 0; 1; -1$ ta được

$$f(0) = g(0) \Rightarrow 8 = c - 3 \Rightarrow c = 11 \Rightarrow g(x) = x^3 - 4bx^2 - 4x + 8$$

$$f(1) = g(1) \Rightarrow a + 4 - 4 + 8 = 1 - 4b - 4 + 8 \Rightarrow a + 4b = -3 \quad (1)$$

$$f(-1) = g(-1) \Rightarrow -a - 4 + 4 + 8 = -1 - 4b + 4 + 8 \Rightarrow -a + 4b = 3 \quad (2)$$

$$b = 0; a = -3$$

Từ (1) và (2) suy ra

$$a = -3; b = 0; c = 11$$

Vậy

Dạng 2: TÍNH GIÁ TRỊ CỦA ĐA THỨC

A. Trắc nghiệm

Câu 1. (HSG 7 huyện Hoài Nhơn, trường Đào Duy TỪ, 2018 - 2019)

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định với mọi $x > 1$. Biết $f(n) = (n-1).f(n-1)$ và $f(1) = 1$. Giá trị của $f(4)$ là:

A. 3

B. 5

C. 6

D. 1

Lời giải

Ta có: $f(n) = (n-1).f(n-1)$

Thay $n = 2$ ta được $f(2) = (2-1)f(2-1) = 1.f(1) = 1$

Thay $n = 3$ ta được $f(3) = (3-1)f(3-1) = 2.f(2) = 2$

Thay $n = 4$ ta được $f(4) = (4-1)f(4-1) = 3.f(3) = 6$.

Vậy $f(4) = 6$

Chọn đáp án: **C**.

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 huyện Hoài Nhơn, trường Đào Duy Từ và huyện Nam Trà My, trường Trà Ka_2018-2019)

Cho đa thức $A = 2x.(x-3) - x.(x-7) - 3.(x-673)$. Tính giá trị của A khi $x = 2$. Tìm x để $A = 2019$

Lời giải

Ta có: $A = 2x^2 - 6x - x^2 + 7x - 3x + 2019 = x^2 - 2x + 2019$

+) Tính giá trị của A khi $x = 2$, thay $x = 2$ vào A , ta được:
 $A = 2^2 - 2.2 + 2019 = 2019$

+) Tìm x để $A = 2019$

$$A = 2019 \Rightarrow x^2 - 2x + 2019 = 2019 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Câu 2. (HSG 7_2018-2019)

a) Cho hai đa thức:

$$f(x) = x^5 - 3x^2 + 7x^4 - 9x^3 + x^2 - \frac{1}{4}x \quad g(x) = 5x^4 - x^5 + x^2 - 2x^3 + 3x^2 - \frac{1}{4}$$

$$f(x) + g(x) \quad f(x) - g(x)$$

Tính và

$$A = x^2 + x^4 + x^6 + x^8 + \dots + x^{100} \quad x = -1$$

b) Tính giá trị của đa thức sau:

tại

Lời giải

$$f(x) + g(x) = 12x^4 - 11x^3 + 2x^2 - \frac{1}{4}x - \frac{1}{4}$$

a)

$$f(x) - g(x) = 2x^5 + 2x^4 - 7x^3 - 6x^2 - \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$$

$$A = (-1)^2 + (-1)^4 + (-1)^6 + \dots + (-1)^{100} = 1 + 1 + 1 + \dots + 1 = 50$$

b)

(50 số hạng).

Câu 3. (HSG 7 Huyện Thăng Bình_2018-2019)

$$A = 2x(x - 3) - x(x - 7) - 5(x - 403)$$

Cho đa thức

a) Tính giá trị của A khi $x = 4$.

b) Tìm x để $A = 2015$.

Lời giải

a)

$$\text{Ta có } A = 2x(x - 3) - x(x - 7) - 5(x - 403) = x^2 - 4x + 2015$$

Với $x = 4$ ta được $A = 2015$.

b) $A = 2015$

Suy ra

$$x^2 - 4x + 2015 = 2015$$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x(x - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$x \in \{0; 4\} \quad A = 2015.$$

Vậy khi thì

Câu 4. (HSG 7 huyện Thanh Oai, Trường Thanh Thủy_2018-2019)

$$f(x) = x^{14} - 14x^{13} + 14x^{12} - \dots + 13x^2 - 14x + 14. \quad f(13)$$

Cho đa thức

Tính

Lời giải

Ta có:

$$f(x) = x^{14} - (13+1)x^{13} + (13+1)x^{12} - \dots + (13+1)x^2 - (13+1)x + (13+1)$$

$$= x^{14} - (x+1)x^{13} + (x+1)x^{12} - \dots + (x+1)x^2 - (x+1)x + (x+1)$$

$$= x^{14} - x^{14} - x^{13} + x^{13} + x^{12} - \dots + x^3 + x^2 - x^2 - x + x + 1$$

$$=1$$

$$14 = 13 + 1 = x + 1), \quad f(13) = 1.$$

(Vì thay $x = 13$ vào $f(x)$ ta được $f(13) = 1$)

Câu 5. (HSG 7 huyện Hoàng Hoá_2018-2019)

Tính giá trị biểu thức

$$C = x^{15} - 2019x^{14} + 2019x^{13} - 2019x^{12} + \dots + 2019x - 1 \text{ với } x = 2018$$

Lời giải

$$2019 = 2018 + 1 = x + 1$$

Ta có:

$$\text{Do đó: } C = x^{15} - (x+1)x^{14} + (x+1)x^{13} - (x+1)x^{12} + \dots + (x+1)x - 1$$

$$= x - 1 = 2018 - 1 = 2017$$

Vậy $C = 2017$

Câu 9. (HSG 7 huyện Kim Thành_2018-2019)

$$|x-2| + |y-1| + (x+y-z-2)^{2016} = 0, \quad A = 5x^2 y^{2016} z^{2017}$$

Cho

Tính giá trị của

Lời giải

$$|x-2| \geq 0 \quad \forall x \quad |y-1| \geq 0 \quad \forall y \quad (x+y-z-2)^{2016} \geq 0 \quad \forall x, y, z$$

Vì $|x-2| \geq 0$; $|y-1| \geq 0$; $(x+y-z-2)^{2016} \geq 0$

$$|x-2| + |y-1| + (x+y-z-2)^{2016} = 0$$

Do đó

khi và chỉ khi

$$\begin{cases} |x-2| = 0 \\ |y-1| = 0 \\ (x+y-z-2)^{2016} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-2 = 0 \\ y-1 = 0 \\ x+y-z-2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$$

$$A = 5 \cdot 2^2 \cdot 1^{2016} \cdot 1^{2017} = 20$$

Do đó

$$A = 20.$$

Vậy

Câu 10. (HSG 7 trường THCS Thanh Mai_2018-2019)

Tính giá trị các biểu thức: $B = 2x^2 - 3xy - 6y^2$ tại $|x| = \frac{1}{2}$ và $y = \frac{2}{3}$

Lời giải

$$|x| = \frac{1}{2} \quad x \in \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right\}$$

Ta có suy ra

Do đó:

$$x = \frac{1}{2} \quad y = \frac{2}{3} \Rightarrow B = -\frac{19}{6}$$

* Với $x = -\frac{1}{2}$ và $y = \frac{2}{3}$

$$x = -\frac{1}{2} \quad y = \frac{2}{3} \Rightarrow B = -\frac{7}{6}$$

* Với $x = -\frac{1}{2}$ và $y = -\frac{2}{3}$

Câu 11. (HSG 7 huyện Việt Yên_2018-2019)

$$f(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

Cho đa thức

$$f(1) = f(-1); f(2) = f(-2) \quad f(x) = f(-x) \quad x$$

Biết rằng . Chứng minh với mọi

Lời giải

$$f(1) = a_4 + a_3 + a_2 + a_1 + a_0; \quad f(-1) = a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0$$

Do $f(1) = f(-1)$ nên $a_4 + a_3 + a_2 + a_1 + a_0 = a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0$

$$\Rightarrow a_3 + a_1 = -a_3 - a_1$$

$$\Rightarrow a_3 + a_1 = 0 \quad (1)$$

Tương tự $f(2) = 16a_4 + 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + a_0$

$$f(-2) = 16a_4 - 8a_3 + 4a_2 - 2a_1 + a_0$$

Vì $f(2) = f(-2)$ nên $4a_3 + a_1 = 0 \quad (2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow a_1 = a_3 = 0$

Vậy $f(x) = a_4x^4 + a_2x^2 + a_0$

$$f(-x) = a_4(-x)^4 + a_2(x)^2 + a_0 = a_4x^4 + a_2x^2 + a_0 \quad \text{với mọi } x.$$

Vậy $f(x) = f(-x)$ với mọi x

Câu 12. (HSG 7 Huyện Kim Thành_2018-2019)

$$f(x) = (5 - 6x + x^2)^{2016} \cdot (5 + 6x + x^2)^{2017}$$

Xác định tổng các hệ số của đa thức

Lời giải

$$f(x) \quad f(1)$$

Vì tổng các hệ số của đa thức bằng .

$$f(x) = (5 - 6x + x^2)^{2016} \cdot (5 + 6x + x^2)^{2017}$$

Mà đa thức

$$f(1) = (5 - 6 \cdot 1 + 1^2)^{2016} \cdot (5 + 6 \cdot 1 + 1^2)^{2017} = 0$$

Có

Vậy đa thức đã cho có tổng các hệ số bằng 0.

Dạng 3. DẤU CỦA ĐA THỨC

Câu 1. (HSG 7_2018-2019)

$$A = -\frac{1}{2}x^2yz^2 \quad B = -\frac{3}{4}xy^2z^2, C = x^3y$$

Cho các đơn thức

$$A, B, C$$

Chứng minh rằng các đơn thức không thể cùng nhận giá trị âm

Lời giải

$$A, B, C \Rightarrow A.B.C \quad (1)$$

Giả sử cả 3 đơn thức cùng có giá trị âm có giá trị âm

$$A.B.C = \frac{3}{8}x^6y^4z^2$$

Mặt khác

$$\frac{3}{8}x^6y^4z^2 \geq 0 \forall x, y \Rightarrow ABC \geq 0 \forall x, y \quad (2)$$

Vi

$$(1) \quad (2) \Rightarrow$$

Ta thấy mâu thuẫn với điều giả sử sai.
A, B, C

Vậy ba đơn thức không thể cùng giá trị âm.

Dạng 4: TÌM GIÁ TRỊ CỦA BIẾN (THAM SỐ) ĐỂ PHÉP CHIA LÀ PHÉP CHIA HẾT

Dạng 5: NGHIỆM CỦA ĐA THỨC

Câu 1. (HSG 7 Trường Phong Đạt_2018-2019)

$$(x-1)f(x) = (x+4)f(x+8)$$

Cho biết với mọi x . Chứng minh có ít nhất hai nghiệm.

Lời giải

$$(x-1)f(x) = (x+4)f(x+8)$$

Vi với mọi x nên:

$$x = -4 \quad -5f(-4) = 0.f(4) \Rightarrow f(-4) = 0$$

+ Với $x = -4$ thì

$$x = -4 \quad f(x)$$

Khi đó là một nghiệm của

$$x = -12 \quad -13f(-12) = -8.f(-4) \Rightarrow f(-12) = f(-4) = 0$$

+ Với $x = -12$ thì

$$x = -12 \quad f(x)$$

Khi đó là một nghiệm của

$$f(x) \quad -4 \quad -12$$

Do đó có ít nhất 2 nghiệm là $x = -4$ và $x = -12$.

Câu 2. (HSG 7 Trường Thanh Cao_2018-2019)

$$f(x) = -4x^4 + 3x^3 - 2x^2 + x - 1$$

Chứng minh rằng đa thức: không có nghiệm nguyên.

Lời giải

$$f(x) = -4x^4 + 3x^3 - 2x^2 + x - 1$$

Nếu đa thức có nghiệm thì nghiệm đó là ước của -1 ,

$$(-1) \in \{-1; 1\}$$

Mặt khác U

$$f(-1) = -11 \neq 0; f(1) = -3 \neq 0$$

Ta có:

Vậy đa thức đã cho không có nghiệm nguyên.