



Chương

Bài 2.

TÍCH PHÂN



Luyện tập

A. Câu hỏi - Trả lời trắc nghiệm

» Câu 1. Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Gọi  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $[a; b]$ . Chọn mệnh đề đúng.

A.  $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$

B.  $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$

C.  $\int_a^b f(x) dx = F(b) + F(a)$

D.  $\int_a^b f(x) dx = F^2(b) - F^2(a)$

👉 Lời giải

**Chọn A**

Do định nghĩa tích phân.

» Câu 2. Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Gọi  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $[a; b]$ . Chọn mệnh đề **sai**.

A.  $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$

B.  $\int_a^a f(x) dx = 1$

C.  $\int_a^a f(x) dx = 0$

D.  $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$

👉 Lời giải

**Chọn B**

Ta có  $\int_a^a f(x) dx = 0$  nên  $\int_a^a f(x) dx = 1$  sai.

» Câu 3. Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  và  $f'(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Gọi  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $[a; b]$ . Chọn mệnh đề đúng.

A.  $f(b) - f(a) = \int_a^b f'(x) dx$

B.  $F(b) - F(a) = \int_a^b f'(x) dx$

C.  $f(b) - f(a) = \int_a^b F(x) dx$

D.  $f'(b) - f'(a) = \int_a^b f'(x) dx$

👉 Lời giải

**Chọn A**



$$f(b) - f(a) = \int_a^b f'(x) dx$$

Ta có:

$$\int_{-\frac{p}{2}}^{\frac{p}{2}} \cos t dt$$

» Câu 4. Tính tích phân

A. 2.

B. 0.

C. -2.

D. 1.

👉 **Lời giải**

**Chọn C**

$$\int_{-\frac{p}{2}}^{\frac{p}{2}} \cos t dt = - \int_{-\frac{p}{2}}^{\frac{p}{2}} \cos t dt = - (\sin t) \Big|_{-\frac{p}{2}}^{\frac{p}{2}} = - \left[ \sin \frac{p}{2} - \sin \left( -\frac{p}{2} \right) \right] = -2$$

Ta có:

$$\int_e^a \frac{1}{t} dt$$

» Câu 5. Tính tích phân

với  $a > e$ .

A.  $\ln a + 1$ .

B.  $1 - \ln a$ .

C.  $\ln a - 1$ .

D.  $\ln a$ .

👉 **Lời giải**

**Chọn C**

$$\int_e^a \frac{1}{t} dt = \ln t \Big|_e^a = \ln a - \ln e = \ln a - 1$$

Ta có:

$$\int_1^3 f(x) dx = 2 \quad \text{thì} \quad \int_1^3 [f(x) + 2x] dx$$

bằng

» Câu 6. Nếu

A. 20.

B. 18.

C. 12.

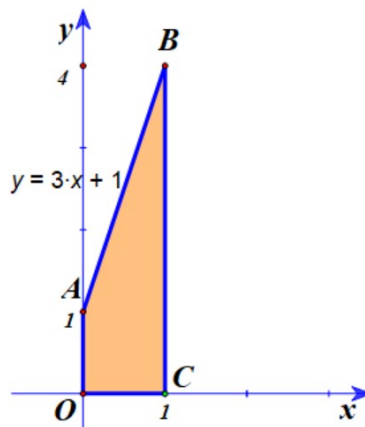
D. 10.

👉 **Lời giải**

**Chọn D**

$$\int_1^3 [f(x) + 2x] dx = \int_1^3 f(x) dx + \int_1^3 2x dx = 2 + x^2 \Big|_1^3 = 2 + (9 - 1) = 10.$$

» Câu 7. Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hình thang  $OABC$  giới hạn bởi  $y = 3x + 1$ , trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = 0, x = 1$  (như hình vẽ).



$$\int_0^1 (3x + 1) dx$$

Khi đó

bằng bao nhiêu?

A.  $\frac{2}{5}$ .

B.  $\frac{5}{2}$ .

C.  $\frac{3}{2}$ .

D. 2.



**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $\int_0^1 (3x+1)dx$  bằng diện tích hình thang  $OABC$  giới hạn bởi  $y=3x+1$ , trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x=0, x=1$  (như hình vẽ).

$$\int_0^1 (3x+1)dx = S_{OABC} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (1+4) = \frac{5}{2}$$

» Câu 8. Cho  $\int_{-2}^2 f(x)dx = -1$  và  $\int_{-2}^2 g(x)dx = 3$ . Mệnh đề nào say đây là **đúng**?

A.  $\int_{-2}^2 [f(x) + g(x)] dx = 8$

B.  $\int_{-2}^2 [f(x) - g(x)] dx = 4$

C.  $\int_{-2}^2 5f(x)dx = 5$

D.  $\int_{-2}^2 [3f(x) - 4g(x)] dx = -15$

**Lời giải**

**Chọn D**

➤ Xét phương án A. Ta có:  $\int_{-2}^2 [f(x) + g(x)] dx = \int_{-2}^2 f(x)dx + \int_{-2}^2 g(x)dx = (-1) + 3 = 2$ .  
Suy ra phương án A sai.

➤ Xét phương án B. Ta có:  $\int_{-2}^2 [f(x) - g(x)] dx = \int_{-2}^2 f(x)dx - \int_{-2}^2 g(x)dx = (-1) - 3 = -4$ .  
Suy ra phương án B sai.

➤ Xét phương án C. Ta có:  $\int_{-2}^2 5f(x)dx = 5 \int_{-2}^2 f(x)dx = 5 \cdot (-1) = -5$ .  
Suy ra phương án C sai.

➤ Xét phương án D. Ta có:  $\int_{-2}^2 [3f(x) - 4g(x)] dx = 3 \int_{-2}^2 f(x)dx - 4 \int_{-2}^2 g(x)dx$   
 $= 3 \cdot (-1) - 4 \cdot 3 = -15$ . Suy ra phương án D đúng.

» Câu 9. Tính  $I = \int_{-1}^0 (2x+3)^2 dx$ .

A.  $I = \frac{13}{3}$

B.  $I = \frac{14}{3}$

C.  $I = -\frac{13}{3}$

D.  $I = \frac{26}{3}$

**Lời giải**

**Chọn A**

$$I = \int_{-1}^0 (2x+3)^2 dx = \left[ \frac{1}{2} \frac{(2x+3)^3}{3} \right]_{-1}^0 = \frac{1}{6} [(0+3)^3 - (-2+3)^3] = \frac{13}{3}$$

» Câu 10. Tích phân  $\int_0^1 (e^{3x} + 5x^4)dx$  bằng



A.  $e^3 + \frac{3}{2}$ .

B.  $e$ .

C.  $\frac{e^3 + 2}{3}$ .

D.  $e^3$ .

👉 **Lời giải**

**Chọn C**

Ta có 
$$\int_0^1 (e^{3x} + 5x^4) dx = \left( \frac{1}{3} e^{3x} + x^5 \right) \Big|_0^1 = \left( \frac{1}{3} e^3 + 1 \right) - \frac{1}{3} = \frac{e^3 + 2}{3}$$

» **Câu 11.** Biết  $F(x) = x^2$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $I$ . Giá trị của  $\int_1^2 [2 + f(x)] dx$  bằng

A. 3.

B. 5.

C.  $\frac{13}{3}$ .

D.  $\frac{7}{3}$ .

👉 **Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: 
$$\int_1^2 [2 + f(x)] dx = (2x + x^2) \Big|_1^2 = 8 - 3 = 5$$

» **Câu 12.** Cho  $\int_0^1 f(x) dx = -1$ ;  $\int_0^3 f(x) dx = 5$ . Tính  $\int_1^3 f(x) dx$

A. 3.

B. 6.

C. 5.

D. 4.

👉 **Lời giải**

**Chọn B**

Ta có 
$$\int_0^3 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx$$

$$\Rightarrow \int_1^3 f(x) dx = \int_0^3 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx = 5 - (-1) = 6$$

Vậy 
$$\int_1^3 f(x) dx = 6$$

» **Câu 13.** Cho  $\int_0^m (3x^2 - 2x + 1) dx = 6$ . Giá trị của tham số  $m$  thuộc khoảng nào sau đây?

A.  $(-1; 2)$ .

B.  $(-\infty; 0)$ .

C.  $(0; 4)$ .

D.  $(-3; 1)$ .

👉 **Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: 
$$\int_0^m (3x^2 - 2x + 1) dx = (x^3 - x^2 + x) \Big|_0^m = m^3 - m^2 + m$$

$$\int_0^m (3x^2 - 2x + 1) dx = 6 \Leftrightarrow m^3 - m^2 + m - 6 = 0 \Leftrightarrow m = 2 \in (0; 4)$$

Vậy  $m = 2 \in (0; 4)$ .



$$I = \int_0^1 (4x - 2m^2) dx$$

- » Câu 14. Cho  $I = \int_0^1 (4x - 2m^2) dx$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để  $I + 6 > 0$ ?
- A. 1.                      B. 5.                      C. 2.                      D. 3.

👉 **Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Do } I = \int_0^1 (4x - 2m^2) dx = (2x^2 - 2m^2x) \Big|_0^1 = -2m^2 + 2$$

$$\text{Khi đó } I + 6 > 0 \Leftrightarrow -2m^2 + 2 + 6 > 0 \Leftrightarrow -m^2 + 4 > 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$$

Mà  $m$  là số nguyên nên  $m \in \{-1; 0; 1\}$ . Vậy có 3 giá trị nguyên của  $m$  thỏa mãn yêu cầu.

$$I = \int_{-1}^a |x| dx$$

- » Câu 15. Cho  $a$  là số thực dương, tính tích phân  $I = \int_{-1}^a |x| dx$  theo  $a$ .

A.  $I = \frac{a^2 + 1}{2}$ .                      B.  $I = \frac{a^2 + 2}{2}$ .                      C.  $I = \frac{-2a^2 + 1}{2}$ .                      D.  $I = \frac{|3a^2 - 1|}{2}$ .

👉 **Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Vì } a > 0 \text{ nên } I = -\int_{-1}^0 x dx + \int_0^a x dx = \frac{1}{2} + \frac{a^2}{2} = \frac{1 + a^2}{2}$$

- » Câu 16. Cho  $f(x)$  là hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $\int_0^1 f(x) dx = 4$ ;  $\int_0^3 f(x) dx = 6$ . Tính

$$I = \int_{-1}^3 f(|u|) du$$

A. 2.                      B. 5.                      C. 10.                      D. 12.

👉 **Lời giải**

**Chọn C**

$$I = \int_{-1}^3 f(|u|) du = \int_{-1}^0 f(|u|) du + \int_0^3 f(|u|) du = \int_{-1}^0 f(-u) du + \int_0^3 f(u) du$$

$$\text{Tính } I_1 = \int_{-1}^0 f(-u) du$$

$$\text{Xét } \int_0^1 f(x) dx = 4. \text{ Đặt } x = -u \Rightarrow dx = -du.$$

$$\text{Khi } x = 0 \text{ thì } u = 0. \text{ Khi } x = 1 \text{ thì } u = -1.$$

$$\text{Nên } 4 = \int_0^1 f(x) dx = -\int_0^{-1} f(-u) du = \int_{-1}^0 f(-u) du$$

$$\text{Tính } I_2 = \int_0^3 f(u) du$$

$$\text{Ta có } \int_0^3 f(x) dx = 6 \Rightarrow \int_0^3 f(u) du = 6$$



$$I = \int_{-1}^0 f(-u)du + \int_0^3 f(u)du = 4 + 6 = 10$$

Nên

» **Câu 17.** Cho  $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{khi } x \geq 1 \\ 2x - 1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ . Tính  $J = \int_{-1}^2 f(x)dx$

- A.** -1                      **B.**  $\frac{1}{2}$                       **C.** 4                      **D.** 5
- Lời giải**

**Chọn A**

$$J = \int_{-1}^2 f(x)dx = \int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx$$

$$\text{Tính } J_1 = \int_{-1}^1 f(x)dx = \int_{-1}^1 (2x - 1)dx = (x^2 - x) \Big|_{-1}^1 = 0 - 2 = -2$$

$$\text{Tính } J_2 = \int_1^2 f(x)dx = \int_1^2 1dx = 2 - 1 = 1$$

$$\text{Vậy } J = 1 - 2 = -1.$$

» **Câu 18.** Vận tốc của một vật chuyển động là  $v(t) = 3t^2 + 5$  (m/s). Quãng đường vật đó đi được từ giây thứ 4 đến giây thứ 10 là

- A.** 669 m.                      **B.** 696 m.                      **C.** 699 m.                      **D.** 966 m.

**Lời giải**

**Chọn D**

Quãng đường vật đó đi được từ giây thứ 4 đến giây thứ 10 là

$$S = \int_4^{10} (3t^2 + 5)dt = 966 \text{ m.}$$

» **Câu 19.** Giả sử lợi nhuận biên (tính bằng triệu đồng) của một sản phẩm được mô hình hóa bằng công thức  $P'(x) = -0,0004x + 9,3$ . Ở đây  $P(x)$  là lợi nhuận (tính bằng triệu đồng) khi bán được  $x$  đơn vị sản phẩm. Khi đó sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 100 lên 125 đơn vị sản phẩm là

- A.** 232,325 triệu đồng.                      **B.** 230,315 triệu đồng.  
**C.** 321,385 triệu đồng                      **D.** 231,375 triệu đồng.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 100 lên 125 đơn vị sản phẩm là

$$\begin{aligned} P(125) - P(100) &= \int_{100}^{125} P'(x)dx = \int_{100}^{125} (-0,0004x + 9,3)dx = - \int_{100}^{125} 0,0004x dx + \int_{100}^{125} 9,3 dx \\ &= -0,0002x^2 \Big|_{100}^{125} + 9,3x \Big|_{100}^{125} = -0,0002(125^2 - 100^2) + 9,3(125 - 100) = 231,375 \end{aligned}$$

(triệu đồng).

» **Câu 20.** Giả sử vận tốc  $v$  của dòng máu ở khoảng cách  $r$  từ tâm của động mạch bán

kính  $R = 9$ , có thể được mô hình hóa bởi công thức  $v = k(R^2 - r^2)$ , trong đó  $k$  là một hằng số. Tìm vận tốc trung bình (đối với  $r$ ) của động mạch trong khoảng  $0 \leq r \leq R$ .



A.  $54k$ .

B.  $45k$ .

C.  $9k$ .

D.  $27k$ .

👉 **Lời giải**

**Chọn A**

Vận tốc trung bình của động mạch là:

$$v_{tb} = \frac{1}{R-0} \int_0^R v(r) dr = \frac{1}{R} \int_0^R k(R^2 - r^2) dr = \frac{1}{R} \int_0^R (kR^2 - kr^2) dr = \frac{1}{R} \left( kR^2 r - \frac{1}{3} kr^3 \right) \Big|_0^R$$

$$= \frac{1}{R} \left( kR^3 - \frac{1}{3} kR^3 \right) = \frac{2kR^2}{3} = \frac{2k9^2}{3} = 54k$$

» **Câu 21.** Cho số thực  $a$  và hàm số  $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{ khi } x \leq 0 \\ a(x - x^2) & \text{ khi } x > 0 \end{cases}$ . Tính tích phân  $\int_{-1}^1 f(x) dx$ .

A.  $\frac{a}{6} - 1$ .

B.  $\frac{2a}{3} + 1$ .

C.  $\frac{a}{6} + 1$ .

D.  $\frac{2a}{3} - 1$ .

👉 **Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (a(x - x^2)) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (2x) = 0 \end{cases}$ , và  $f(0) = 0$ . Nên hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

$$\text{Do đó } \int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx$$

$$= \int_{-1}^0 2x dx + \int_0^1 a(x - x^2) dx$$

$$= (x^2) \Big|_{-1}^0 + a \left( \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 = -1 + a \left( \frac{1}{6} \right) = \frac{a}{6} - 1$$

» **Câu 22.** Một chiếc xe ô tô đang chạy trên đường cao tốc với vận tốc  $72 \text{ km/h}$  thì tài xế bất ngờ đạp phanh làm cho chiếc ô tô chuyển động chậm với gia tốc

$$a(t) = -\frac{8}{5}t \text{ (m/s}^2\text{)}, \text{ trong đó } t \text{ là thời gian tính bằng giây. Hỏi kể từ khi đạp}$$

phanh đến khi ô tô dừng hẳn thì ô tô di chuyển bao nhiêu mét <sup>(m)</sup>? (Giả sử trên đường ô tô di chuyển không có gì bất thường).

A.  $50 \text{ (m)}$ .

B.  $\frac{250}{3} \text{ (m)}$ .

C.  $\frac{200}{3} \text{ (m)}$ .

D.  $\frac{100}{3} \text{ (m)}$ .

👉 **Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Vận tốc của ô tô là } v(t) = \int a(t) dt = \int \left( -\frac{8}{5}t \right) dt = -\frac{4}{5}t^2 + C$$

Ta có  $72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$ .

$$\text{Vì } v(0) = 20 \text{ nên } C = 20 \Rightarrow v(t) = -\frac{4}{5}t^2 + 20$$



Khi xe dừng hẳn thì vận tốc bằng 0 nên  $-\frac{4}{5}t^2 + 20 = 0 \Rightarrow t = 5$ .

Quãng đường cần tìm là  $s = \int_0^5 \left(-\frac{4}{5}t^2 + 20\right) dt = \left(-\frac{4}{15}t^3 + 20t\right) \Big|_0^5 = \frac{200}{3} \text{ (m)}$ .

**B. Câu hỏi - Trả lời Đúng/sai**

» Câu 23. Cho  $\int_{-3}^0 f(x) dx = -4$  và  $\int_{-3}^0 g(x) dx = -3$ .

|     | Mệnh đề                                | Đúng<br>g | Sai |
|-----|----------------------------------------|-----------|-----|
| (a) | $\int_{-3}^0 [f(x) + g(x)] dx = -7$    |           |     |
| (b) | $\int_{-3}^0 [f(x) - g(x)] dx = 1$     |           |     |
| (c) | $\int_{-3}^0 3f(x) dx = 12$            |           |     |
| (d) | $\int_{-3}^0 [2f(x) + 3g(x)] dx = -51$ |           |     |

🔑 **Lời giải**

(a)  $\int_{-3}^0 [f(x) + g(x)] dx = -7$ .

Ta có:  $\int_{-3}^0 [f(x) + g(x)] dx = \int_{-3}^0 f(x) dx + \int_{-3}^0 g(x) dx = (-4) + (-3) = -7$ .

» **Chọn ĐÚNG.**

(b)  $\int_{-3}^0 [f(x) - g(x)] dx = 1$ .

Ta có:  $\int_{-3}^0 [f(x) - g(x)] dx = \int_{-3}^0 f(x) dx - \int_{-3}^0 g(x) dx = (-4) - (-3) = -1$ .

» **Chọn SAI.**

(c)  $\int_{-3}^0 3f(x) dx = 12$ .

Ta có:  $\int_{-3}^0 3f(x) dx = 3 \cdot \int_{-3}^0 f(x) dx = 3 \cdot (-4) = -12$ .

» **Chọn ĐÚNG.**

(d)  $\int_{-3}^0 [2f(x) + 3g(x)] dx = -51$ .

Sai.

Ta có:  $\int_{-3}^0 [2f(x) + 3g(x)] dx = 2 \int_{-3}^0 f(x) dx + 3 \int_{-3}^0 g(x) dx = 2 \cdot (-4) + 3 \cdot (-3) = -17$ .





» **Chọn SAI.**

» **Câu 24.** Tính  $I = \int_0^{\frac{p}{3}} (3 - \sin x) dx = ap - \frac{b}{c}$  (trong đó  $a, b, c \in \mathbb{N}^*$  và  $\frac{b}{c}$  là phân số tối giản).  
Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

|     | Mệnh đề             | Đúng | Sai |
|-----|---------------------|------|-----|
| (a) | $a^3 + b^3 - c = 0$ |      |     |
| (b) | $a^2 + b^2 > c^2$   |      |     |
| (c) | $3a = 2b + c$       |      |     |
| (d) | $c = a + b$         |      |     |

🔗 **Lời giải**

(a)  $a^3 + b^3 - c = 0$ .

$$I = \int_0^{\frac{p}{3}} (3 - \sin x) dx = (3x + \cos x) \Big|_0^{\frac{p}{3}} = \left[ p + \cos \frac{p}{3} \right] - (0 + \cos 0) = p - \frac{1}{2}.$$

Suy ra  $\begin{cases} a=1 \\ b=1 \\ c=2 \end{cases}$ . Vậy  $a^3 + b^3 - c = 1 + 1 - 2 = 0$ .

» **Chọn ĐÚNG.**

(b)  $a^2 + b^2 > c^2$ .

Với  $\begin{cases} a=1 \\ b=1 \\ c=2 \end{cases}$ , xét  $a^2 + b^2 > c^2$  ta có  $1 + 1 > 4$  là mệnh đề sai.

» **Chọn SAI.**

(c)  $3a = 2b + c$ .

Với  $\begin{cases} a=1 \\ b=1 \\ c=2 \end{cases}$ , xét  $3a = 2b + c$  ta có  $3 = 2 + 2$  là mệnh đề sai.

» **Chọn SAI.**

(d)  $c = a + b$ .

Với  $\begin{cases} a=1 \\ b=1 \\ c=2 \end{cases}$ , xét  $c = a + b$  ta có  $2 = 1 + 1$  là mệnh đề đúng.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 25.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục và không âm trên đoạn  $[0; 3]$ .  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên đoạn  $[0; 3]$  thỏa  $F(3) = 2$  và  $F(0) = 1$ .

| Mệnh đề | Đúng | Sai |
|---------|------|-----|
|---------|------|-----|



|     |                                                                                                                       |          |  |
|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|--|
|     |                                                                                                                       | <b>g</b> |  |
| (a) | Hiệu số $F(3) - F(0)$ gọi là tích phân từ 3 đến 0 của hàm số $f(x)$ .                                                 |          |  |
| (b) | $\int_0^3 f(x)dx = - \int_3^0 f(x)dx = F(3) - F(0)$                                                                   |          |  |
| (c) | $\int_0^3 f(t)dt = 1$                                                                                                 |          |  |
| (d) | Hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng $x=0, x=3$ có diện tích bằng 1. |          |  |

👉 **Lời giải**

(a) Hiệu số  $F(3) - F(0)$  gọi là tích phân từ 3 đến 0 của hàm số  $f(x)$ .

Hiệu số  $F(3) - F(0)$  gọi là tích phân từ 0 đến 3 của hàm số  $f(x)$ .

$$\int_0^3 f(x)dx = F(3) - F(0)$$

» **Chọn SAI.**

(b)  $\int_0^3 f(x)dx = - \int_3^0 f(x)dx = F(3) - F(0)$

$$\int_0^3 f(x)dx = - \int_3^0 f(x)dx = F(3) - F(0)$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c)  $\int_0^3 f(t)dt = 1$

Ta có  $\int_0^3 f(x)dx = \int_0^3 f(t)dt$  . Mà  $\int_0^3 f(x)dx = F(x) \Big|_0^3 = F(3) - F(0) = 2 - 1 = 1$

$$\int_0^3 f(t)dt = 1$$

Suy ra

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x=0, x=3$  có diện tích bằng 1.

Ta có hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai

$$S = \int_0^3 f(x)dx = F(x) \Big|_0^3 = F(3) - F(0) = 2 - 1 = 1$$

đường thẳng  $x=0, x=3$  có diện tích

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 26.** Cho hàm số  $f(x) = 6x^5$ . Gọi  $I = \int_a^b 6x^5 dx$ .

|  |                |             |            |
|--|----------------|-------------|------------|
|  | <b>Mệnh đề</b> | <b>Đúng</b> | <b>Sai</b> |
|--|----------------|-------------|------------|



|     |                                                                                           |  |  |
|-----|-------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|
| (a) | $J = \int_a^b x^5 dx$<br>Gọi $J = \int_a^b x^5 dx$ thì ta có $J = 6I$ .                   |  |  |
| (b) | Biết $\int_a^b (6x^5 + x) dx = 8$ và $\int_a^b x dx = 3$ thì $I = \int_a^b 6x^5 dx = 5$ . |  |  |
| (c) | Với $c \in [a; b]$ , thì $\int_a^b 6x^5 dx = \int_a^c 6x^5 dx + \int_c^b 6x^5 dx$         |  |  |
| (d) | $\int_{-1}^1  6x^5  dx = \int_{-1}^0 6x^5 dx + \int_0^1 6x^5 dx$                          |  |  |

🔑 **Lời giải**

(a) Gọi  $J = \int_a^b x^5 dx$  thì ta có  $J = 6I$ .

$$I = \int_a^b 6x^5 dx = 6 \int_a^b x^5 dx = 6J$$

Ta có

» **Chọn SAI.**

(b) Biết  $\int_a^b (6x^5 + x) dx = 8$  và  $\int_a^b x dx = 3$  thì  $I = \int_a^b 6x^5 dx = 5$ .

$$\int_a^b (6x^5 + x) dx = \int_a^b 6x^5 dx + \int_a^b x dx = 8$$

Ta có

$$\int_a^b 6x^5 dx = 8 - \int_a^b x dx = 8 - 3 = 5$$

Suy ra

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Với  $c \in [a; b]$ , thì  $\int_a^b 6x^5 dx = \int_a^c 6x^5 dx + \int_c^b 6x^5 dx$ .

$$\int_a^b 6x^5 dx = \int_a^c 6x^5 dx + \int_c^b 6x^5 dx$$

Với  $c \in [a; b]$ , thì

» **Chọn ĐÚNG.**

(d)  $\int_{-1}^1 |6x^5| dx = \int_{-1}^0 6x^5 dx + \int_0^1 6x^5 dx$ .

$$\int_{-1}^1 |6x^5| dx = \int_{-1}^0 |6x^5| dx + \int_0^1 |6x^5| dx = - \int_{-1}^0 6x^5 dx + \int_0^1 6x^5 dx$$

Ta có

» **Chọn SAI.**

» **Câu 27.** Cho  $I = \int_0^3 |x^2 - 2x| dx$ .

|     | Mệnh đề                                                                                                | Đúng | Sai |
|-----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-----|
| (a) | Ta có $ x^2 - 2x  = \begin{cases} x^2 - 2x, & 0 \leq x \leq 2 \\ x^2 - 2x, & 2 < x \leq 3 \end{cases}$ |      |     |



|     |                                                                                                    |  |  |
|-----|----------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|
| (b) | $I = \int_0^3  x^2 - 2x  dx = \int_0^2  x^2 - 2x  dx + \int_2^3  x^2 - 2x  dx$                     |  |  |
| (c) | $I = \int_0^3  x^2 - 2x  dx = \int_0^2 (x^2 - 2x) dx + \int_2^3 (x^2 - 2x) dx$                     |  |  |
| (d) | $I = \left( -\frac{x^3}{3} + x^2 \right) \Big _0^2 + \left( \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big _2^3$ |  |  |

👉 **Lời giải**

(a) Ta có  $|x^2 - 2x| = \begin{cases} x^2 - 2x, & 0 \leq x \leq 2 \\ x^2 - 2x, & 2 < x \leq 3 \end{cases}$ .

$$|x^2 - 2x| = \begin{cases} -(x^2 - 2x), & 0 \leq x \leq 2 \\ x^2 - 2x, & 2 < x \leq 3 \end{cases}$$

Ta có

» **Chọn SAI.**

(b)  $I = \int_0^3 |x^2 - 2x| dx = \int_0^2 |x^2 - 2x| dx + \int_2^3 |x^2 - 2x| dx$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c)  $I = \int_0^3 |x^2 - 2x| dx = \int_0^2 (x^2 - 2x) dx + \int_2^3 (x^2 - 2x) dx$

$$I = \int_0^3 |x^2 - 2x| dx = \int_0^2 |x^2 - 2x| dx + \int_2^3 |x^2 - 2x| dx = - \int_0^2 (x^2 - 2x) dx + \int_2^3 (x^2 - 2x) dx$$

» **Chọn SAI.**

(d)  $I = \left( -\frac{x^3}{3} + x^2 \right) \Big|_0^2 + \left( \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_2^3$

$$I = \int_0^3 |x^2 - 2x| dx = \int_0^2 |x^2 - 2x| dx + \int_2^3 |x^2 - 2x| dx = - \int_0^2 (x^2 - 2x) dx + \int_2^3 (x^2 - 2x) dx$$

$$\Rightarrow I = - \left( \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_0^2 + \left( \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_2^3 = \left( -\frac{x^3}{3} + x^2 \right) \Big|_0^2 + \left( \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_2^3$$

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 28.** Cho tích phân  $I = \int_{-2}^1 |4x - 1| dx$ . Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

|     | Mệnh đề                                                                                   | Đúng | Sai |
|-----|-------------------------------------------------------------------------------------------|------|-----|
| (a) | $I = \int_{-2}^{\frac{1}{4}} (4x - 1) dx + \int_{\frac{1}{4}}^1 (4x - 1) dx$<br>Tích phân |      |     |
| (b) | Giá trị của tích phân $I = \frac{45}{4}$                                                  |      |     |



|     |                                                                                                       |  |  |
|-----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|
| (c) | $I = \left  \int_{-2}^1 (4x-1)dx \right $                                                             |  |  |
| (d) | Tích phân                                                                                             |  |  |
| (d) | Gọi $S$ là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị:<br>$y=4x-1; y=0; x=-2; x=1$ . Khi đó $S= I $ |  |  |

🔍 **Lời giải**

(a) Tích phân

$$I = \int_{-2}^{\frac{1}{4}} (4x-1)dx + \int_{\frac{1}{4}}^1 (4x-1)dx$$

$$I = \int_{-2}^1 |4x-1|dx = \int_{-2}^{\frac{1}{4}} |4x-1|dx + \int_{\frac{1}{4}}^1 |4x-1|dx = \int_{-2}^{\frac{1}{4}} (1-4x)dx + \int_{\frac{1}{4}}^1 (4x-1)dx$$

Ta có:

» **Chọn SAI.**

(b) Giá trị của tích phân  $I = \frac{45}{4}$

$$I = \int_{-2}^1 |4x-1|dx = \int_{-2}^{\frac{1}{4}} (1-4x)dx + \int_{\frac{1}{4}}^1 (4x-1)dx = \left( x - 2x^2 \right) \Big|_{-2}^{\frac{1}{4}} + \left( 2x^2 - x \right) \Big|_{\frac{1}{4}}^1 = \frac{45}{4}$$

Ta có:

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Tích phân

$$I = \left| \int_{-2}^1 (4x-1)dx \right|$$

$$I = \int_{-2}^1 |4x-1|dx = \int_{-2}^{\frac{1}{4}} (1-4x)dx + \int_{\frac{1}{4}}^1 (4x-1)dx = \left( x - 2x^2 \right) \Big|_{-2}^{\frac{1}{4}} + \left( 2x^2 - x \right) \Big|_{\frac{1}{4}}^1 = \frac{45}{4}$$

Ta có:

$$\left| \int_{-2}^1 (4x-1)dx \right| = \left| \left( 2x^2 - x \right) \Big|_{-2}^1 \right| = |-9| = 9 \neq I$$

Mà

» **Chọn SAI.**

(d) Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị:  $y=4x-1; y=0; x=-2; x=1$ . Khi đó  $S=|I|$ .

Ta có  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị:

$$y=4x-1; y=0; x=-2; x=1 \quad \text{là} \quad S = \int_{-2}^1 |4x-1|dx = I$$

$$I = \int_{-2}^1 |4x-1|dx = \int_{-2}^{\frac{1}{4}} (1-4x)dx + \int_{\frac{1}{4}}^1 (4x-1)dx = \left( x - 2x^2 \right) \Big|_{-2}^{\frac{1}{4}} + \left( 2x^2 - x \right) \Big|_{\frac{1}{4}}^1 = \frac{45}{4} \Rightarrow |I| = I$$

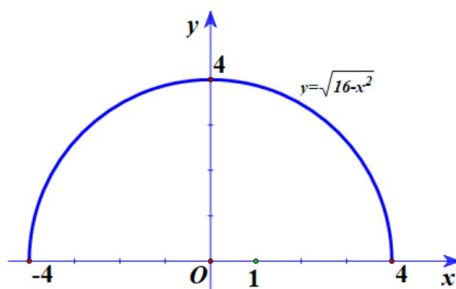
Mà

Do đó  $S=I=|I|$ .

» **Chọn ĐÚNG.**



» **Câu 29.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho đồ thị hàm số  $y = \sqrt{16 - x^2}$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?



|     | Mệnh đề                                                                      | Đúng | Sai |
|-----|------------------------------------------------------------------------------|------|-----|
| (a) | $4 \int_0^4 \sqrt{16 - x^2} dx$ bằng diện tích hình tròn có bán kính bằng 4. |      |     |
| (b) | $\int_{-4}^0 \sqrt{16 - x^2} dx = - \int_0^4 \sqrt{16 - x^2} dx$             |      |     |
| (c) | $\int_{-4}^4 \sqrt{16 - x^2} dx = 4 \int_0^4 \sqrt{16 - x^2} dx$             |      |     |
| (d) | $\int_{-4}^4 \sqrt{16 - x^2} dx = 8\pi$                                      |      |     |

👉 **Lời giải**

(a)  $4 \int_0^4 \sqrt{16 - x^2} dx$  bằng diện tích hình tròn có bán kính bằng 4.

$\int_0^4 \sqrt{16 - x^2} dx$  bằng diện tích hình giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sqrt{16 - x^2}$ , trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x=0, x=4$ .

Gọi  $S$  là diện tích hình tròn có bán kính bằng 4, khi đó ta có:

$$\int_0^4 \sqrt{16 - x^2} dx = \frac{S}{4} \Leftrightarrow 4 \int_0^4 \sqrt{16 - x^2} dx = S$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b)  $\int_{-4}^0 \sqrt{16 - x^2} dx = - \int_0^4 \sqrt{16 - x^2} dx$

Ta có: diện tích hình giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sqrt{16 - x^2}$ , trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x=-4, x=0$  bằng với diện tích hình giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sqrt{16 - x^2}$ , trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x=0, x=4$ . Do đó

$$\int_{-4}^0 \sqrt{16 - x^2} dx = \int_0^4 \sqrt{16 - x^2} dx$$

» **Chọn SAI.**

(c)  $\int_{-4}^4 \sqrt{16 - x^2} dx = 4 \int_0^4 \sqrt{16 - x^2} dx$



Ta có: diện tích hình giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sqrt{16 - x^2}$ , trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = -4, x = 0$  bằng với diện tích hình giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sqrt{16 - x^2}$ , trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = 0, x = 4$ . Do đó

$$\int_{-4}^0 \sqrt{16 - x^2} dx = \int_0^4 \sqrt{16 - x^2} dx$$

$$\int_{-4}^4 \sqrt{16 - x^2} dx = \int_{-4}^0 \sqrt{16 - x^2} dx + \int_0^4 \sqrt{16 - x^2} dx = 2 \int_0^4 \sqrt{16 - x^2} dx$$

Vậy

» **Chọn SAI.**

(d)  $\int_{-4}^4 \sqrt{16 - x^2} dx = 8\pi$

$$\int_{-4}^4 \sqrt{16 - x^2} dx$$

bằng nửa diện tích hình tròn có bán kính  $R = 4$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sqrt{16 - x^2}$  và trục  $Ox$ .

$$\int_{-4}^4 \sqrt{16 - x^2} dx = \frac{1}{2} \pi \cdot 4^2 = 8\pi$$

Vậy

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 30.** Một chất điểm chuyển động trên đường thẳng nằm ngang (chiều dương hướng sang phải) với gia tốc phụ thuộc vào thời gian  $t(s)$  là  $a(t) = 2t - 7 \text{ (m/s}^2\text{)}$ . Biết vận tốc đầu bằng  $6 \text{ (m/s)}$ , xét tính đúng sai của các khẳng định sau.

|     | Mệnh đề                                                                                        | Đúng | Sai |
|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-----|
| (a) | Vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t(s)$ xác định bởi $v(t) = t^2 - 7t + 10$ .      |      |     |
| (b) | Tại thời điểm $t = 7 \text{ (s)}$ , vận tốc của chất điểm là $6 \text{ (m/s)}$ .               |      |     |
| (c) | Độ dịch chuyển của vật trong khoảng thời gian $1 \leq t \leq 7$ là $18 \text{ m}$ .            |      |     |
| (d) | Trong $8$ giây đầu tiên, thời điểm chất điểm xa nhất về phía bên phải là $t = 7 \text{ (s)}$ . |      |     |

🔍 **Lời giải**

(a) Vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm  $t(s)$  xác định bởi  $v(t) = t^2 - 7t + 10$ .

$$\text{Ta có } v(t) = \int a(t) dt = \int (2t - 7) dt = t^2 - 7t + C$$

$$v(0) = 6 \Rightarrow C = 6$$

$$\text{Vậy } v(t) = t^2 - 7t + 6 \text{ (m/s)}.$$

» **Chọn SAI.**

(b) Tại thời điểm  $t = 7 \text{ (s)}$ , vận tốc của chất điểm là  $6 \text{ (m/s)}$ .

$$v(7) = 7^2 - 7 \cdot 7 + 6 = 6 \text{ (m/s)}.$$



» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Độ dịch chuyển của vật trong khoảng thời gian  $1 \leq t \leq 7$  là 18 m.

Độ dịch chuyển của vật trong khoảng thời gian  $1 \leq t \leq 7$  là

$$S = \int_1^7 v(t) dt = \int_1^7 (t^2 - 7t + 6) dt = \left( \frac{t^3}{3} - \frac{7t^2}{2} + 6t \right) \Big|_1^7 = -18$$

» **Chọn SAI.**

(d) Trong 8 giây đầu tiên, thời điểm chất điểm xa nhất về phía bên phải là  $t=7$  (s).

Tọa độ của chất điểm tại thời điểm  $t$  là

$$x(t) = \int v(t) dt = \int (t^2 - 7t + 6) dt = \frac{t^3}{3} - \frac{7t^2}{2} + 6t + C$$

Ta cần tìm giá trị lớn nhất của  $x(t)$  với  $t \in [0; 8]$ .

Ta có  $x'(t) = v(t) = 0$  khi  $t=1$  hoặc  $t=6$ .

$$\text{Lại có } x(0) = C, \quad x(1) = \frac{17}{6} + C, \quad x(6) = -18 + C, \quad x(8) = -\frac{16}{3} + C$$

Vậy giá trị lớn nhất của  $x(t)$  với  $t \in [0; 8]$  đạt được khi  $t=1$ .

» **Chọn SAI.**

» **Câu 31.** Giả sử lợi nhuận biên (tính bằng triệu đồng) của một sản phẩm được mô hình hóa bằng công thức  $P'(x) = -0,0008x + 10,4$ . Ở đây  $P(x)$  là lợi nhuận (tính bằng triệu đồng) khi bán được  $x$  đơn vị sản phẩm.

|     | <b>Mệnh đề</b>                                                                                                                                 | <b>Đúng</b> | <b>Sai</b> |
|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|------------|
| (a) | Lợi nhuận khi bán được $x$ đơn vị sản phẩm được tính bằng công thức $P(x) = -0,0008x^2 + 10,4x$ .                                              |             |            |
| (b) | Lợi nhuận khi bán được 50 sản phẩm đầu tiên là 519 triệu đồng.                                                                                 |             |            |
| (c) | Sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên 55 đơn vị sản phẩm là 49,79 triệu đồng.                                                  |             |            |
| (d) | Biết sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên $a$ đơn vị sản phẩm lớn hơn 517 triệu đồng, khi đó giá trị nhỏ nhất của $a$ là 100. |             |            |

» **Lời giải**

(a) Lợi nhuận khi bán được  $x$  đơn vị sản phẩm được tính bằng công thức  $P(x) = -0,0008x^2 + 10,4x$ .

$$\text{Ta có: } P(x) = \int P'(x) dx = \int (-0,0008x + 10,4) dx = -0,0004x^2 + 10,4x$$

» **Chọn SAI.**

(b) Lợi nhuận khi bán được 50 sản phẩm đầu tiên là 519 triệu đồng.

Lợi nhuận khi bán được 50 sản phẩm đầu tiên là:

$$P(50) = -0,0004 \cdot 50^2 + 10,4 \cdot 50 = 519 \quad (\text{triệu đồng}).$$

» **Chọn ĐÚNG.**





(c) Sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên 55 đơn vị sản phẩm là 49,79 triệu đồng.

Ta có sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên 55 đơn vị sản phẩm là

$$\begin{aligned} P(55) - P(50) &= \int_{50}^{55} P'(x) dx = \int_{50}^{55} (-0,0008x + 10,4) dx = - \int_{50}^{55} 0,0008x dx + \int_{50}^{55} 10,4 dx \\ &= -0,0004x^2 \Big|_{50}^{55} + 10,4x \Big|_{50}^{55} = -0,0004(55^2 - 50^2) + 10,4(55 - 50) = 51,79 \text{ (triệu đồng)}. \end{aligned}$$

» **Chọn SAI.**

(d) Biết sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên  $a$  đơn vị sản phẩm lớn hơn 517 triệu đồng, khi đó giá trị nhỏ nhất của  $a$  là 100.

Ta có sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên  $a$  đơn vị sản phẩm là

$$\begin{aligned} P(a) - P(50) &= \int_{50}^a P'(x) dx = \int_{50}^a (-0,0008x + 10,4) dx = - \int_{50}^a 0,0008x dx + \int_{50}^a 10,4 dx \\ &= -0,0004x^2 \Big|_{50}^a + 10,4x \Big|_{50}^a = -0,0004(a^2 - 50^2) + 10,4(a - 50) = -0,0004a^2 + 10,4a - 519. \end{aligned}$$

Theo bài ra ta có:

$$-0,0004a^2 + 10,4a - 519 > 517 \Leftrightarrow 0,0004a^2 - 10,4a + 1036 < 0 \Leftrightarrow 100 < a < 25900.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của  $a$  là 101.

» **Chọn SAI.**

» **Câu 32.** Ở nhiệt độ  $37^\circ C$ , một phản ứng hóa học từ chất đầu  $A$ , chuyển hóa thành chất sản phẩm  $B$  theo phương trình:  $A \rightarrow B$ . Giả sử  $y(x)$  là nồng độ chất  $A$  (đơn vị mol  $L^{-1}$ ) tại thời điểm  $x$  (giây),  $y(x) > 0$  với  $x \geq 0$ , thỏa mãn hệ thức:  $y'(x) = -7 \cdot 10^{-4} y(x)$  với  $x \geq 0$ . Biết rằng tại  $x=0$ , nồng độ (đầu) của  $A$  là  $0,05$  mol  $L^{-1}$ . Xét hàm số  $f(x) = \ln y(x)$  với  $x \geq 0$ . Khi đó, ta có

|     | Mệnh đề                                                                                      | Đúng | Sai |
|-----|----------------------------------------------------------------------------------------------|------|-----|
| (a) | $f'(x) = -7 \cdot 10^{-4}$                                                                   |      |     |
| (b) | $f(x) = -7 \cdot 10^{-4} x + \ln(0,05)$                                                      |      |     |
| (c) | $y(30) - y(15) = -6 \cdot 10^{-4}$                                                           |      |     |
| (d) | Nồng độ trung bình của chất $A$ từ thời điểm 15 giây đến thời điểm 30 giây gần bằng $0,05$ . |      |     |

» **Lời giải**

(a)  $f'(x) = -7 \cdot 10^{-4}$

$$f'(x) = (\ln y(x))' = \frac{y'(x)}{y(x)} = -7 \cdot 10^{-4}$$

Ta có

» **Chọn ĐÚNG.**

(b)  $f(x) = -7 \cdot 10^{-4} x + \ln(0,05)$



Ta có  $f(x) = \int f'(x)dx = \int (-7 \cdot 10^{-4})dx = -7 \cdot 10^{-4}x + C$

Theo giả thiết  $y(0) = 0,05$  nên  $f(0) = \ln y(0) = \ln(0,05)$ . Khi đó  $C = \ln(0,05)$ .

Vậy  $f(x) = -7 \cdot 10^{-4}x + \ln(0,05)$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c)  $y(30) - y(15) = -6 \cdot 10^{-4}$

Từ  $f(x) = \ln y(x) \Rightarrow y(x) = e^{f(x)} = e^{-7 \cdot 10^{-4}x + \ln(0,05)} = \frac{1}{20}e^{-7 \cdot 10^{-4}x}$

Do đó  $y(30) - y(15) = \frac{1}{20}(e^{-7 \cdot 10^{-4} \cdot 30} - e^{-7 \cdot 10^{-4} \cdot 15}) \approx -5,2 \cdot 10^{-4}$

» **Chọn SAI.**

(d) Nồng độ trung bình của chất A từ thời điểm 15 giây đến thời điểm 30 giây gần bằng 0,05.

Nồng độ trung bình của chất A từ thời điểm 15 giây đến thời điểm 30 giây là:

$$\frac{1}{30-15} \int_{15}^{30} y(x)dx = \frac{1}{15} \int_{15}^{30} \left( -\frac{1}{7 \cdot 10^{-4}} \right) y'(x)dx = -\frac{10^4}{105} y(x) \Big|_{15}^{30} = -\frac{10^4}{105} [y(30) - y(15)] \approx 0,05$$

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 33.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 2x + m & \text{khi } x \geq 1 \\ 5 - 2x & \text{khi } x < 1 \end{cases}$  ( $m$  là tham số thực) liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

Biết rằng  $f(x)$  có nguyên hàm trên  $\mathbb{R}$  là  $F(x)$  thỏa mãn  $F(-2) = -10$ .

|     | Mệnh đề                                                                                                          | Đúng | Sai |
|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-----|
| (a) | $m = -2$                                                                                                         |      |     |
| (b) | $F(x) = \begin{cases} x^3 + x^2 - 2x + 8 & \text{khi } x \geq 1 \\ 5x - x^2 + 4 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ |      |     |
| (c) | $F(3) = 83$                                                                                                      |      |     |
| (d) | $\int_1^e f(\ln x) \frac{1}{x} dx = 3$                                                                           |      |     |

» **Lời giải**

(a)  $m = -2$ .

Ta có  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  nên  $f(x)$  liên tục tại  $x = 1$ .

Do đó  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) \Leftrightarrow m + 5 = 3 \Leftrightarrow m = -2$ .

» **Chọn ĐÚNG.**

(b)  $F(x) = \begin{cases} x^3 + x^2 - 2x + 8 & \text{khi } x \geq 1 \\ 5x - x^2 + 4 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$



$$F(x) = \begin{cases} x^3 + x^2 + mx + C_1 & \text{khi } x \geq 1 \\ 5x - x^2 + C_2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$$

Ta có

$$F(-2) = 5(-2) - (-2)^2 + C_2 \Rightarrow C_2 = -10 + 14 = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} F(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^3 + x^2 + mx + C_1) = m + 2 + C_1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} F(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (5x - x^2 + C_2) = 4 + C_2$$

Ta lại có  $F(x)$  liên tục tại  $x=1$ .

$$\text{Do đó } \lim_{x \rightarrow 1^-} F(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} F(x) = F(1) \Leftrightarrow m + 2 + C_1 = 4 + C_2 \Leftrightarrow C_1 = 6 - m$$

Mà  $m = -2$  nên  $C_1 = 8$ .

$$F(x) = \begin{cases} x^3 + x^2 - 2x + 8 & \text{khi } x \geq 1 \\ 5x - x^2 + 4 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$$

Vậy

» **Chọn ĐÚNG.**

(c)  $F(3) = 83$

Ta có  $F(3) = 3^3 + 3^2 - 2 \cdot 3 + 8 = 38$

» **Chọn SAI.**

(d)  $\int_1^{e^2} f(\ln x) \frac{1}{x} dx = 3$

Đặt  $t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx$

Khi  $x = 1 \Rightarrow t = 0$ ;

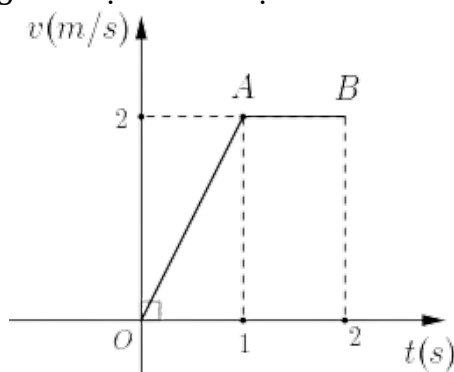
Khi  $x = e^2 \Rightarrow t = 2$ .

Do đó

$$\int_1^{e^2} f(\ln x) \frac{1}{x} dx = \int_0^2 f(t) dt = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx = \int_0^1 (5 - 2x) dx + \int_1^2 (3x^2 + 2x - 2) dx = 12$$

» **Chọn SAI.**

» **Câu 34.** Một vật chuyển động với vận tốc được cho bởi đồ thị trong hình sau:



|     | Mệnh đề                                             | Đúng<br>g | Sai |
|-----|-----------------------------------------------------|-----------|-----|
| (a) | Vận tốc của vật tại thời điểm $t$ được xác định bởi |           |     |



|     |                                                                                                                              |  |  |
|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|
|     | $v(t) = \begin{cases} 2t & \text{khi } 0 \leq t \leq 1 \\ 2 & \text{khi } t > 1 \end{cases}$                                 |  |  |
| (b) | Quãng đường vật đi được trong 1 giây đầu tiên được xác định bởi công thức<br>$s(t) = \int_0^1 v(t) dt$                       |  |  |
| (c) | Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ 1 giây đến 2 giây được xác định bởi công thức<br>$s(t) = \int_0^2 v(t) dt$ |  |  |
| (d) | Quãng đường mà vật đi được trong 2 giây đầu tiên là $3m$ .                                                                   |  |  |

**Lời giải**

(a) Vận tốc của vật tại thời điểm  $t$  được xác định bởi

$$v(t) = \begin{cases} 2t & \text{khi } 0 \leq t \leq 1 \\ 2 & \text{khi } t > 1 \end{cases}$$

Ta có phương trình đường thẳng đi qua hai điểm  $OA$  là  $y=2x$ , đường thẳng đi qua hai điểm  $A, B$  là  $y=2$ .

$$v(t) = \begin{cases} 2t & \text{khi } 0 \leq t \leq 1 \\ 2 & \text{khi } t > 1 \end{cases}$$

Do đó ta có công thức hàm vận tốc là:

» **Chọn ĐÚNG.**

Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ  $a$  giây đến  $b$  giây được

$$s(t) = \int_a^b v(t) dt$$

xác định bởi công thức

(b) Quãng đường vật đi được trong 1 giây đầu tiên được xác định bởi công thức

$$s(t) = \int_0^1 v(t) dt$$

Do đó quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ 0 giây đến 1 giây

$$s(t) = \int_0^1 v(t) dt$$

được xác định bởi công thức

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ 1 giây đến 2 giây được xác định

$$s(t) = \int_0^2 v(t) dt$$

bởi công thức

Do đó quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ 1 giây đến 2 giây

$$s(t) = \int_1^2 v(t) dt$$

được xác định bởi công thức

» **Chọn SAI.**

(d) Quãng đường mà vật đi được trong 2 giây đầu tiên là  $3m$ .

Quãng đường mà vật đi được trong 2 giây đầu tiên là:

$$s(t) = \int_0^2 v(t) dt = \int_0^1 2t dt + \int_1^2 2 dt = t^2 \Big|_0^1 + 2t \Big|_1^2 = 1 + 2 = 3m$$

» **Chọn ĐÚNG.**



### C. Câu hỏi - Trả lời ngắn

» **Câu 35.** Nếu  $F'(x) = \frac{1}{2x}$  và  $F(1) = 1$  thì giá trị của  $F(4)$  bằng bao nhiêu? Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2.

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 1,69**

Ta có:  $\int_1^4 F'(x) dx = \int_1^4 \frac{1}{2x} dx = \frac{1}{2} \ln|x| \Big|_1^4 = \ln 2$

Lại có:  $\int_1^4 F'(x) dx = F(x) \Big|_1^4 = F(4) - F(1)$

Suy ra  $F(4) - F(1) = \ln 2$

Do đó  $F(4) = F(1) + \ln 2 = 1 + \ln 2$

» **Câu 36.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 2]$ . Giả sử  $y = F(x)$  là một nguyên hàm của  $y = f(x)$  và  $\int_0^2 f(x) dx = 3$  và  $F(0) = 2$ . Giá trị  $F(2)$  bằng bao nhiêu?

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 5**

Ta có  $\int_0^2 f(x) dx = F(2) - F(0) \Rightarrow F(2) = \int_0^2 f(x) dx + F(0) = 3 + 2 = 5$

» **Câu 37.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Giả sử  $\int_0^5 f(x) dx = 6$  và  $\int_2^5 f(x) dx = 8$ . Giá trị  $\int_0^2 f(x) dx$  bằng bao nhiêu?

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: -2**

Ta có  $\int_0^5 f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^5 f(x) dx \Rightarrow \int_0^2 f(x) dx = \int_0^5 f(x) dx - \int_2^5 f(x) dx = 6 - 8 = -2$

» **Câu 38.** Cho các hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Giả sử  $\int_2^7 [2f(x) + 3g(x)] dx = 1$  và  $\int_2^7 [f(x) - 2g(x)] dx = 4$ . Khi đó,  $\int_2^7 f(x) dx - 3 \int_2^7 g(x) dx$  bằng bao nhiêu?

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: -1**

Ta có:  $\begin{cases} \int_2^7 [2f(x) + 3g(x)] dx = 1 \\ \int_2^7 [f(x) - 2g(x)] dx = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \int_2^7 f(x) dx + 3 \int_2^7 g(x) dx = 1 \\ \int_2^7 f(x) dx - 2 \int_2^7 g(x) dx = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \int_2^7 f(x) dx = 2 \\ \int_2^7 g(x) dx = -1 \end{cases}$



$$\text{Mà } \int_2^7 f(x)dx - 3 \int_7^2 g(x)dx = \int_2^7 f(x)dx + 3 \int_2^7 g(x)dx = 2 + 3 \cdot (-1) = -1.$$

» **Câu 39.** Biết  $F(x) = x^2$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$ . Giá trị của  $\int_1^2 [2 + f(x)] dx$  bằng bao nhiêu?

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 5**

$$\text{Ta có } \int_1^2 [2 + f(x)] dx = (2x + x^2) \Big|_1^2 = 8 - 3 = 5.$$

» **Câu 40.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{khi } x \geq 2 \\ x^2 - 2x + 3 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$ . Tính phân  $I = \frac{1}{2} \int_1^3 f(x)dx$  bằng bao nhiêu? Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 3,83**

$$I = \frac{1}{2} \int_1^3 f(x)dx = \frac{1}{2} \left[ \int_1^2 (x^2 - 2x + 3)dx + \int_2^3 (x^2 - 1)dx \right] = \frac{23}{6}.$$

» **Câu 41.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{khi } x \geq 1 \\ x+1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ . Tính phân  $I = \int_{\frac{1}{2}}^0 -3t^2 f(t)dt$  bằng bao nhiêu? Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2,08**

$$I = -3 \int_{\frac{1}{2}}^0 t^2 f(t)dt = 3 \int_0^{\frac{1}{2}} x^2 f(x)dx = 3 \left[ \int_0^1 x^2 (x+1)dx + \int_1^{\frac{1}{2}} x^2 dx \right] = \frac{25}{12} \approx 2,08$$

» **Câu 42.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 1 & \text{khi } x < 0 \\ x - 1 & \text{khi } 0 \leq x \leq 2 \\ 5 - 2x & \text{khi } x > 2 \end{cases}$ . Tính tích phân  $I = \int_{-5}^9 \frac{1}{7} f(t)dt$  bằng bao nhiêu? Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 5,19**

$$\begin{aligned} \Rightarrow I &= \frac{1}{7} \int_{-5}^9 f(t)dt = \frac{1}{7} \int_{-5}^9 f(x)dx = \frac{1}{7} \int_{-5}^0 f(x)dx + \frac{1}{7} \int_0^2 f(x)dx + \frac{1}{7} \int_2^9 f(x)dx \\ &= \frac{1}{7} \int_{-5}^0 (2x^2 - 1)dx + \frac{1}{7} \int_0^2 (x - 1)dx + \frac{1}{7} \int_2^9 (5 - 2x)dx = \frac{109}{21} \approx 5,19 \end{aligned}$$

» **Câu 43.** Biết  $I = \int_1^3 \left| \frac{x^2 - 6x + 8}{x+1} \right| dx = \frac{a}{b} + c \ln \frac{d}{e}$  biết  $a$  là số nguyên âm và  $b, c, d, e \in \mathbb{N}^*$ ;  $(a, b) = 1$ ,  $(d, e) = 1$ . Giá trị của  $a + b + c + d + e$  bằng:

👉 **Lời giải**



✓ **Trả lời: 25**

Ta có  $x+1 > 0, \forall x \in [1;3]$ , suy ra  $\int_1^3 \left| \frac{x^2 - 6x + 8}{x+1} \right| dx = \int_1^3 \frac{x^2 - 6x + 8}{x+1} dx$ .

Lại có  $x^2 - 6x + 8 \leq 0 \Leftrightarrow 2 \leq x \leq 4$ . Do đó

$$\begin{aligned} I &= \int_1^3 \frac{x^2 - 6x + 8}{x+1} dx = \int_1^2 \frac{x^2 - 6x + 8}{x+1} dx - \int_2^3 \frac{x^2 - 6x + 8}{x+1} dx \\ &= \int_1^2 \left( x - 7 + \frac{15}{x+1} \right) dx - \int_2^3 \left( x - 7 + \frac{15}{x+1} \right) dx = \left( -\frac{11}{2} + 15 \ln \frac{3}{2} \right) - \left( -\frac{9}{2} + 15 \ln \frac{4}{3} \right) = -\frac{9}{2} + 15 \ln \frac{9}{8}. \end{aligned}$$

$$\begin{cases} a = -9 \\ b = 2 \\ c = 15 \Rightarrow a + b + c + d + e = 25 \\ d = 9 \\ e = 8 \end{cases}$$

Vậy

» **Câu 44.** Cho hàm số  $y = f(x) = \begin{cases} e^x + 1 & \text{khi } x \geq 0 \\ x^2 - 2x + 2 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ . Biết giá trị của

$$I = \int_{1/e}^{e^2} \frac{f(\ln x - 1)}{x} dx = \frac{a}{b} + \alpha$$

với  $a, b, c \in \mathbb{Q}, b \neq 0$  và  $(a, b) = 1$  bằng. Giá trị của  $a + b + c$

➤ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 36**

$$I = \int_{1/e}^{e^2} \frac{f(\ln x - 1)}{x} dx$$

Xét

$$\text{Đặt } u = \ln x - 1 \Rightarrow du = \frac{1}{x} dx. \text{ Đổi cận } \begin{cases} x = \frac{1}{e} \Rightarrow u = -2 \\ x = e^2 \Rightarrow u = 1 \end{cases}$$

$$I = \int_{-2}^1 f(u) du = \int_{-2}^1 f(x) dx = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx$$

Khi đó

$$= \int_{-2}^0 (x^2 - 2x + 2) dx + \int_0^1 (e^x + 1) dx = \left( \frac{1}{3} x^3 - x^2 + 2x \right) \Big|_{-2}^0 + (e^x + x) \Big|_0^1 = \frac{32}{3} + e$$

$$\begin{cases} a = 32 \\ b = 3 \Rightarrow a + b + c = 36 \\ c = 1 \end{cases}$$

Vậy

» **Câu 45.** Một vật chuyển động dọc theo một đường thẳng sao cho vận tốc của nó tại thời điểm  $t$  (giây) là  $v(t) = t^2 - t - 6$  (mét/giây). Quãng đường (mét) vật đi được trong khoảng thời gian  $1 \leq t \leq 4$  bằng (làm tròn tới hàng phần trăm)

➤ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 10,17**

Gọi  $S$  là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian  $1 \leq t \leq 4$ .





$$\begin{aligned} S &= \int_1^4 |v(t)| dt = \int_1^4 |t^2 - t - 6| dt = \int_1^3 |t^2 - t - 6| dt + \int_3^4 |t^2 - t - 6| dt \\ \text{Ta có} \\ &= \left| -\frac{22}{3} \right| + \left| \frac{17}{6} \right| = \frac{61}{6} \approx 10,17 (m) \end{aligned}$$

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com  
<https://www.vn teach.com>