**CÁC TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU CỦA TAM GIÁC VUÔNG.**

**I. KIẾN THỨC CƠ BẢN**

\* Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác đó bằng nhau.

$$\left.\begin{array}{c}\&\hat{A}=\hat{A'}=90^{0}\\\&BC=B'C'\\\&AC=A'C'\end{array}\right\}⇒ΔABC=ΔA'B'C'$$

**II. BÀI TẬP**

**Bài 1:** Cho góc $xOy.$ Tia $Oz$ là tia phân giác góc $xOy.$ Lấy điểm $A$ thuộc tia $Oz$ $(A\ne O).$ Kẻ $AB$ vuông góc với $Ox, AC$ vuông góc với $Oy$ $(B\in Ox, C\in Oy).$ Chứng minh $ΔOAB=ΔOAC.$

**Bài 2:** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A.$ Tia phân giác góc $B$ cắt cạnh $AC$ tại điểm $M.$ Kẻ $MD⊥BC (D\in BC).$

a) Chứng minh $BA=BD;$

b) Gọi $E$ là giao điểm của hai đường thẳng $DM$ và $BA.$ Chứng minh $ΔABC=ΔDBE;$

c) Kẻ $DH⊥MC (H\in MC)$ và $AK⊥ME (K\in ME).$ Gọi $N$ là giao điểm của hai tia $DH$ và $AK.$ Chứng minh $MN$ là tia phân giác góc $HMK;$

d) Chứng minh ba điểm $B,M,N$ thẳng hàng.

**Bài 3:** Cho $ΔABC$ có hai đường cao BM, CN. Chứng minh nếu $BM=CN$ thì $ΔABC$ cân.

**Bài 4:**  Cho tam giác $ABC$. Các tia phân giác của góc $B$ và $C$ cắt nhau ở $I$. Kẻ $ID⊥AC\left(E\in AC\right)$. Chứng minh rằng $AD=AE$.

**Bài 5:**  Cho tam giác $ABC$ có $AB<AC$. Tia phân giác của góc $A$ cắt đường trung trực của $BC$ tại $I$. Qua $I$ kẻ các đường thẳng vuông góc với hai cạnh của góc $A$, cắt các tia $AB$ và $AC$ theo thứ tự tại $H$ và $K$. Chứng minh rằng:

a) $AH=AK$

b) $BH=CK$

c) $AK=\frac{AC+AB}{2},CK=\frac{AC-AB}{2}$

**Bài 6:**  Cho tam giác $ABC$ cân tại $A.$ Trên tia đối của tia $BC$ lấy điểm $M,$ trên tia đối tia của tia $CB$ lấy điểm $N$ sao cho $BM=CN.$

a) Chứng minh tam giác $AMN$ cân;

b) Kẻ $BE⊥AM (E\in AM), CF⊥AN (F\in AN).$ Chứng minh rằng $ΔBME=ΔCNF;$

c) $EB$ và $FC$ kéo dài cắt nhau tại $O.$ Chứng minh $AO$ là tia phân giác của góc $MAN.$

d) Qua $M$ kẻ đường thẳng vuông góc với $AM,$ qua $N$ kẻ đường thẳng vuông góc với $AN,$ chúng cắt nhau ở $H.$ Chứng minh ba điểm $A,O,H$ thẳng hàng.

**Bài 7:**  Cho $ΔABC$ có M là trung điểm của BC và AM là tia phân giác của góc A. Vẽ $MI⊥AB$ tại I, $MK⊥AC$ tại K.

Chứng minh:

a) 

b) $ΔABC$ cân.

c) Cho biết AB = 37, AM = 35. Tính BC.

d) Trên tia đối của tia BC lấy điểm D, trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho BD = CE. Chứng minh $△ADE$ cân.

e) Vẽ $BQ⊥AD$ tại Q, $CR⊥AE$ tại R. Chứng minh $△ABQ=△ACR$.

**Bài 8:**  Cho tam giác ABC cân tại A ($\hat{A}<90^{∘}$). Các đường trung trực của AB, AC cắt nhau tại O.

a) Chứng minh rằng: AO là tia phân giác của góc A.

b) Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với AB, qua C kẻ đường thẳng vuông góc với AC, chúng cắt nhau tại K. Chứng minh AK là tia phân giác của góc A.

c) Vẽ $BD⊥AC$ tại D, $CE⊥AB$ tại e, BD cắt CE tại H. Chứng minh A, O, H, K thẳng hàng.

**Bài 9:**  Cho $ΔABC$có  . Vẽ tia phân giác Ax. Đường thẳng đi qua B vuông góc với đường thẳng Ax cắt AC tại D.

a) Chứng minh $ΔABD$ cân.

b) Đường trung trực của BC cắt Ax ở E. Vẽ EF vuông góc với đường thẳng AB tại F, EG vuông góc với đường thẳng AC tại G. Chứng minh: $BF=CG.$

**HDG**

**Bài 1***:* Do $Oz$ là tia phân giác $\hat{xOy}$ nên $\hat{AOB}=\hat{AOC},$ từ đó $ΔOAB=ΔOAC$ (cạnh huyền - góc nhọn).

**Bài 2:**

a) Ta có $ΔBMA=ΔBMD$ (cạnh huyền - góc nhọn), từ đó $BA=BD.$

b) Từ kết quả câu a) chứng minh được $ΔABC=ΔDBE  (g-c-g).$

****c) Chú ý $MA=MD,$ từ đó $ΔMAK=ΔMDH$ (cạnh huyền - góc nhọn) $⇒MK=MH.$

Do đó $ΔMKN=ΔMHN$ (cạnh huyền - cạnh góc vuông)$⇒\hat{KMN}=\hat{HMN}⇒$ ĐPCM.

d) Chứng minh được $\hat{AMB}=\frac{\hat{AMD}}{2}=\frac{\hat{KMH}}{2}=\hat{HMN}.$

Do đó $\hat{AMB}+\hat{AMN}=\hat{HMN}+\hat{AMN}=180°⇒$ $B,M,N$ thẳng hàng.

**Bài 3:**  Ta có: $BM⊥AC,CN⊥AB$ $⇒\hat{BNC}=90^{°};\hat{CMB}=90^{°}$

Xét $ΔBNC$ và $ΔCMB$ có:

 $\hat{BNC}=\hat{CMB}=90°$ *(cmt)*

 $BC$ là cạnh chung

  (gt) 

$⇒ΔBNC=ΔCMB(ch-cgv)$

$⇒\hat{B}=\hat{C}$ (2 góc tương ứng) $⇒ΔABC$ cân tại A

**Bài 4:**  Kẻ $HI⊥BC$

 (cạnh huyền – góc nhọn) suy ra $ID=IH $ $\left(1\right)$

 (cạnh huyền – góc nhọn) suy ra  $\left(2\right)$

Từ $\left(1\right)$và $\left(2\right)$suy ra $ID=IE.$

 (cạnh huyền – cạnh góc vuông) suy ra $AD=AE$

**Bài 5:**

a) (cạnh huyền – góc nhọn) suy ra

  (1)

b) Gọi M là trung điểm của BC.

 

 (câu a) 

 (cạnh huyền – cạnh góc vuông) suy ra 

c)  $\left(1\right)$

  $\left(2\right)$

Từ $\left(1\right)$và $\left(2\right)$suy ra 

Do  ,  nên $AC+AB=2AK$ , suy ra $AK =\frac{AC+AB}{2}$

Từ $\left(1\right)$và $\left(2\right)$suy ra:

 

Do   nên $AC–AB=2CK,$ suy ra $CK =\frac{AC-AB}{2}$

**Bài 6:**  **** a) Chứng minh được$ΔABM=ΔCAN (c-g-c)$ $⇒$ đpcm

b) Từ kết quả câu a) chứng minh được $ΔBME=ΔCNF$ (cạnh huyền - góc nhọn).

c) Từ kết quả câu b) ta có $ME=NF,$ mà $AM=AN⇒AE=AF.$ Cũng có $\hat{EBM}=\hat{FCN}⇒\hat{OBC}=\hat{OCB}⇒ΔOBC$ cân tại $O,$ từ đó $OB=OC⇒OE=OF.$

Bởi vậy $ΔAEO=ΔAFO (c-g-c)⇒$ ĐPCM.

d) Chứng minh được $ΔAMH=ΔANH$ (cạnh huyền - cạnh góc vuông), từ đó suy ra $AH$ là phân giác góc $MAN.$

Mặt khác $AO$ là phân giác góc $MAN$ nên $AH$ và $AO$ trùng nhau hay $A,O,H$ thẳng hàng.