**ĐỀ THI HỌC GIỎI TỈNH HẢI DƯƠNG NĂM 2021-2022**

**MÔN TOÁN 9**

**Câu 1. (2,0 điểm)**

1. Cho là các số thực dương thỏa mãn và 

Chứng minh rằng : 

1. Cho . Hãy tính giá trị của biểu thức sau :



**Câu 2. (2,0 điểm)**

1. Giải phương trình : 
2. Giải hệ phương trình : 

**Câu 3. (2,0 điểm)**

1. Tìm các số nguyên thỏa mãn đẳng thức 
2. Cho là các số tự nhiên thỏa mãn . Chứng minh rằng là số chính phương

**Câu 4. (3,0 điểm)**

1. Cho đường tròn tâm O, bán kính R. Điểm nằm bên ngoài đường tròn tâm O. Qua vẽ hai tiếp tuyến với đường tròn là các tiếp điểm). Gọi lần lượt là trung điểm của là giao điểm của với Lấy điểm E bất kỳ trên đường tròn (khác B và C). Qua vẽ tiếp tuyến với đường tròn tâm tiếp tuyến này cắt đường thẳng MN tại K
2. Chứng minh rằng : 
3. Chứng minh rằng 
4. Cho tam giác có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn . Gọi lần lượt là giao điểm của các đường thẳng với với với   
   Chứng minh rằng : 

**Câu 5. (1,0 điểm)** Cho là các số thực dương thỏa mãn 

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1. (2,0 điểm)**

1. **Cho là các số thực dương thỏa mãn và **

**Chứng minh rằng : **

Từ giả thiết ta có :



Suy ra 

Tương tự ta có :



Do đó :



Vậy 

1. **Cho . Hãy tính giá trị của biểu thức sau :**

****

Trước hết,ta chứng minh được : Nếu thì 

Thật vậy 

Suy ra và 

Ta có : 

(biểu thức trên có dấu ngoặc vuông, mỗi biểu thức trong ngoặc vuông có giá trị bằng 1)

Vậy 

**Câu 2. (2,0 điểm)**

1. **Giải phương trình : **

Điều kiện xác định : hoặc 



Đặt . Từ 

Ta có : 





Vậy tập nghiệm của phương trình là 

1. **Giải hệ phương trình : **

Nhận xét : không thỏa mãn hệ 

Chia cả 2 vế của mỗi phương trình cho ta được :



Đặt ta có : 



(hệ vô nghiệm )

Vậy hệ phương trình có nghiệm 

**Câu 3. (2,0 điểm)**

1. **Tìm các số nguyên thỏa mãn đẳng thức **

Ta có: 

Do với mọi nên 

Mặt khác do hoặc 





Vậy , các cặp số nguyên thỏa mãn bài toán 

1. **Cho là các số tự nhiên thỏa mãn . Chứng minh rằng là số chính phương**

Ta có : 

Đặt 

Vì mà 

Ta có : 

Vậy là hai số nguyên tố cùng nhau, mà là số chính phương nên là số chính phương

**Câu 4. (3,0 điểm)**

1. **Cho đường tròn tâm O, bán kính R. Điểm nằm bên ngoài đường tròn tâm O. Qua vẽ hai tiếp tuyến với đường tròn là các tiếp điểm). Gọi lần lượt là trung điểm của là giao điểm của với Lấy điểm E bất kỳ trên đường tròn (khác B và C). Qua vẽ tiếp tuyến với đường tròn tâm tiếp tuyến này cắt đường thẳng MN tại K**

****

1. **Chứng minh rằng : **

Ta có cân tại A suy ra 

cân tại O suy ra 

Suy ra là đường trung trực của tại trung điểm của 

Xét vuông tại B có đường cao nên 

Vì là đường trung bình của nên 



1. **Chứng minh rằng **

****vuông tại ta có :



Vì Gọi I là giao điểm của và ta có :



Do là trung điểm của là trung điểm của 





Từ 

1. **Cho tam giác có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn . Gọi lần lượt là giao điểm của các đường thẳng với với với   
   Chứng minh rằng : **

****

Ta có : 

Tương tự : 



Theo bất đẳng thức ta có :

và 



Dấu bằng xảy ra khi đều

**Câu 5. (1,0 điểm) Cho là các số thực dương thỏa mãn **

**Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức **

Ta có : 

Chứng minh tương tự :



Gọi 



Áp dụng bất đẳng thức Ta có :



Chứng minh tương tự, ta có :



Suy ra . Dấu bằng xảy ra khi 

Vậy 