

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI KÌ II – NĂM HỌC 2022 – 2023 – MÔN TOÁN LỚP 11

Thời gian làm bài: **90 phút** – Ngày 26/4/2023

Câu 1: (1đ) Tìm giá trị của a để hàm số sau liên tục tại $x = 2$:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{với } x \geq 2 \\ 3x + a & \text{với } x < 2. \end{cases}$$

Câu 2: (1đ) Chứng minh hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2 + |x|}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 1 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$ gián đoạn tại điểm $x = 0$.

Câu 3: (1đ) Chứng minh rằng phương trình sau đây có nghiệm trên khoảng $(0; \pi)$:

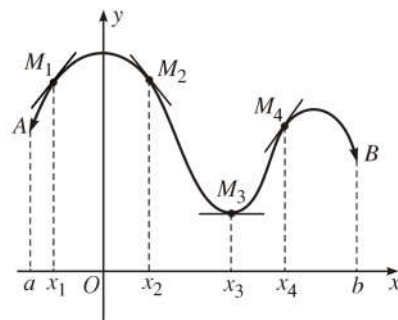
$$\sin x - x + 1 = 0.$$

Câu 4: (2đ)

a) Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 6x^2 + 1$ có đồ thị (C) .

Viết phương trình tiếp tuyến của (C) , biết tiếp tuyến có hệ số góc $k = -12$.

b) Hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(a; b)$. Biết rằng tại các điểm M_1, M_2, M_3 và M_4 , đồ thị hàm số có tiếp tuyến được thể hiện như hình vẽ. Dựa vào hình vẽ, em hãy nêu nhận xét về dấu của $f'(x_1), f'(x_2), f'(x_3)$ và $f'(x_4)$.



Câu 5: (4đ) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\hat{B} = 60^\circ$ và $SA = SB = SC = a\sqrt{2}$.

a) Chứng minh $(SBD) \perp (ABCD)$.

b) Tính khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$.

c) Tính tan của góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$.

d) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SD .

Câu 6: (1đ) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 1]$. Chứng minh rằng với mọi $a, b > 0$

cho trước, phương trình $f(x) = \frac{af(-1) + bf(1)}{a+b}$ luôn có nghiệm thuộc $[-1; 1]$.

--- HẾT ---

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TP. HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG TH – THCS – THPT LÊ THÁNH TÔNG

ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM
ĐỀ KIỂM TRA CUỐI KÌ II – NĂM HỌC 2022 – 2023 – MÔN TOÁN LỚP 11
Thời gian làm bài: 90 phút – Ngày 26/4/2023

Câu 1: (1đ)

- $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 - 1) = 3$ 0,25đ
- $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (3x + a) = 6 + a$ 0,25đ
- $f(2) = 3$

Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 2 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2)$ 0,25đ
 $\Leftrightarrow 6 + a = 3 \Leftrightarrow a = -3$ 0,25đ

Câu 2: (1đ)

- $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3x^2 + |x|}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3x^2 + x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} (3x + 1) = 1$ 0,25đ
- $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{3x^2 + |x|}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{3x^2 - x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} (3x - 1) = -1$ 0,25đ

Do $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ nên không tồn tại $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 0,25đ

Vậy hàm số $f(x)$ gián đoạn tại $x = 0$ 0,25đ

Câu 3: (1đ)

Hàm số $f(x) = \sin x - x + 1$ liên tục trên $\mathbb{R}$ 0,25đ

Ta có $\begin{cases} f(0) = 1 > 0 \\ f(\pi) = 1 - \pi < 0 \end{cases} \Rightarrow f(0) \cdot f(\pi) < 0$ 0,25đ

$\Rightarrow \exists x_0 \in (0; \pi)$ sao cho $f(x_0) = 0$ 0,25đ

Vậy phương trình đã cho có nghiệm 0,25đ

Câu 4: (2đ)

a) Gọi $M(x_0; y_0) \in (C)$ là tiếp điểm.

Ta có $f(x) = x^3 - 6x^2 + 1 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 12x$ 0,25đ

Tiếp tuyến tại M có hệ số $k = f'(x_0) = 3x_0^2 - 12x_0$ 0,25đ

Theo đề bài $k = -12 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 12x_0 = -12 \Leftrightarrow x_0 = 2$ ($y_0 = 15$) 0,25đ

Phương trình tiếp tuyến phải tìm là $(\Delta): y = -12x + 39$ 0,25đ

b) Đồ thị hàm số đã cho có tiếp tuyến tại các điểm M_1, M_2, M_3, M_4 nên hàm số có đạo hàm tại các điểm x_1, x_2, x_3, x_4 . Ta nhận thấy:

+ Tiếp tuyến tại điểm M_1 là một đường thẳng “đi lên” từ trái sang phải nên hệ số góc của tiếp tuyến là một số dương, suy ra $f'(x_1) > 0$ 0,25đ

+ Các ý còn lại chấm tương tự.

Câu 5: (4đ)

a) Chứng minh $(SBD) \perp (ABCD)$.

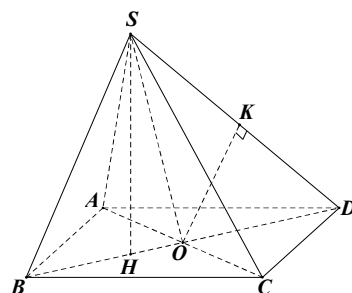
Gọi $O = AC \cap BD$.

Ta có $\begin{cases} SA = SC \\ OA = OC \end{cases} \Rightarrow SO \perp AC \dots\dots\dots 0,25đ$

Ngoài ra $BD \perp AC$ ($ABCD$ là hình thoi) $\dots\dots\dots 0,25đ$

$\Rightarrow (SBD) \perp AC \dots\dots\dots 0,25đ$

$\Rightarrow (SBD) \perp (ABCD) \dots\dots\dots 0,25đ$



b) Tính $d(S; (ABCD))$.

Trong (SBD) : kẻ $SH \perp BD$ ($H \in BD$)
 Ngoài ra: $(SBD) \perp (ABCD)$
 $(SBD) \cap (ABCD) = BD$ $\Rightarrow SH \perp (ABCD) \dots\dots\dots 0,5đ$

$\Rightarrow SH = d(S; (ABCD)) \dots\dots\dots 0,25đ$

Tính được $SH = \frac{a\sqrt{15}}{3} \dots\dots\dots 0,25đ$

c) Tính tan của góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$.

Ta có $SH \perp (ABCD)$.

$\Rightarrow HB$ là hình chiếu của SB trên $(ABCD) \dots\dots\dots 0,25đ$

$\Rightarrow \widehat{(SB, (ABCD))} = \widehat{(SB, HB)} = \widehat{SBH}$ (do ΔSHB vuông tại H) $\dots\dots\dots 0,25đ$

Tính được $HB = \frac{a\sqrt{3}}{3} \dots\dots\dots 0,25đ$

Tính được $\tan \widehat{SBH} = \sqrt{5} \dots\dots\dots 0,25đ$

d) Tính $d(AC; SD)$.

Trong (SBD) : kẻ $OK \perp SD$ ($K \in SD$) $\dots\dots\dots 0,25đ$

Ta có $(SBD) \perp AC \Rightarrow OK \perp AC \dots\dots\dots 0,25đ$

Suy ra $OK = d(AC; SD) \dots\dots\dots 0,25đ$

Tính được $OK = \frac{a\sqrt{15}}{6} \dots\dots\dots 0,25đ$

Câu 6: (1đ) Đặt $h(x) = f(x) - \frac{af(-1) + bf(1)}{a+b}$.

Vì $f(x)$ liên tục trên $[-1;1]$ nên $h(x)$ liên tục trên $[-1;1]$.

$h(1) = f(1) - \frac{af(-1) + bf(1)}{a+b} = \frac{a[f(1) - f(-1)]}{a+b} \dots\dots\dots 0,25đ$

$h(-1) = f(-1) - \frac{af(-1) + bf(1)}{a+b} = \frac{-b[f(1) - f(-1)]}{a+b} \dots\dots\dots 0,25đ$

$\Rightarrow h(1).h(-1) \leq 0, \forall a, b > 0 \dots\dots\dots 0,25đ$

$\Rightarrow \exists x_0 \in [-1;1]$ sao cho $h(x_0) = 0 \Rightarrow$ Phương trình đã cho có nghiệm $x_0 \in [-1;1] \dots\dots\dots 0,25đ$

MA TRẬN ĐỀ KIỂM TRA CUỐI KÌ II – NĂM HỌC: 2022-2023
MÔN: TOÁN - LỚP 11

CẤP ĐỘ TÊN CHỦ ĐỀ	NHẬN BIẾT	THÔNG HIỂU	VẬN DỤNG		CỘNG
			CẤP ĐỘ THẤP	CẤP ĐỘ CAO	
CHỦ ĐỀ 1	Hàm số liên tục				
Số câu	1	1	1	1	4
Số điểm	1	1	1	1	4
Tỉ lệ %	10%	10%	10%	10%	40%
CHỦ ĐỀ 2	Khái niệm đạo hàm & Các quy tắc tính đạo hàm				
Số câu	1	1			2
Số điểm	1	1			2
Tỉ lệ %	10%	10%			20%
CHỦ ĐỀ 3	Hai mặt phẳng vuông góc				
Số câu		1			1
Số điểm		1			1
Tỉ lệ %		10%			10%
CHỦ ĐỀ 4	Góc & Khoảng cách				
Số câu		1	2		3
Số điểm		1	2		3
Tỉ lệ %		10%	20%		30%
TỔNG SỐ CÂU	2	4	3	1	10
TỔNG SỐ ĐIỂM	2	4	3	1	10
TỈ LỆ %	20%	40%	30%	10%	100%

BẢNG ĐẶC TẢ KĨ THUẬT ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ II – NĂM HỌC 2022-2023
MÔN: TOÁN 11

TT	Nội dung kiến thức	Yêu cầu cần đạt	Số câu hỏi theo mức độ nhận thức			
			Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng thấp	Vận dụng cao
1	Hàm số liên tục	Nhận biết : - Biết được điều kiện để tồn tại giới hạn của hàm số tại một điểm	1			
		Thông hiểu : - Tìm được điều kiện của tham số để hàm số liên tục tại một điểm.		1		
		Vận dụng thấp: - Vận dụng định lý giá trị trung gian của hàm số liên tục để chứng minh phương trình có nghiệm.			1	
		Vận dụng cao: - Vận dụng định lý giá trị trung gian của hàm số liên tục để chứng minh phương trình có nghiệm trên đoạn.				1
2	Khái niệm đạo hàm & Các quy tắc tính đạo hàm	Thông hiểu : - Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số có hệ số góc cho trước.		1		
		Nhận biết : - Biết được hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số.	1			
3	Hai mặt phẳng vuông góc	Thông hiểu: - Chứng minh 2 mặt vuông góc trong hình chóp.		1		
4	Góc & Khoảng cách	Thông hiểu: - Tính được khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng thông qua hình đơn giản (khoảng cách có sẵn trên hình vẽ).		1		
		Vận dụng thấp: - Xác định được góc giữa đường thẳng và mặt phẳng. - Xác định được khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau.			2	
TỔNG			2	4	3	1