

BÀI 5. DÃY SỐ

CHƯƠNG 2. DÃY SỐ. CẤP SỐ CỘNG VÀ CẤP SỐ NHÂN

PHẦN A. LÝ THUYẾT VÀ VÍ DỤ MINH HỌA

1. ĐỊNH NGHĨA DÃY SỐ

- Mỗi hàm số u xác định trên tập các số nguyên dương $\mathbb{N}^*$ được gọi là một dãy số vô hạn (gọi tắt là dãy số), kí hiệu là $u = u(n)$.

- Ta thường viết u_n thay cho $u(n)$ và kí hiệu dãy số $u = u(n)$ bởi (u_n) , do đó dãy số (u_n) được viết dưới dạng khai triển $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n, \dots$

Số u_1 gọi là số hạng đầu, u_n là số hạng thứ n và gọi là số hạng tổng quát của dãy số.

Chú ý. Nếu $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = c$ thì (u_n) được gọi là dãy số không đổi.

Ví dụ 1. Xác định số hạng đầu và số hạng tổng quát của mỗi dãy số sau:

a) Dãy số (u_n) các số tự nhiên lẻ: $1, 3, 5, 7, \dots$

b) Dãy số (v_n) các số nguyên dương chia hết cho 5: $5, 10, 15, 20, \dots$

Giải

a) Dãy (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 1$ và số hạng tổng quát $u_n = 2n - 1$.

b) Dãy (v_n) có số hạng đầu $v_1 = 5$ và số hạng tổng quát $v_n = 5n$.

- Mỗi hàm số u xác định trên tập $M = \{1; 2; 3; \dots, m\}$ với $m \in \mathbb{N}^*$ được gọi là một dãy số hữu hạn.

- Dạng khai triển của dãy số hữu hạn là $u_1, u_2, \dots, u_m$. Số u_1 gọi là số hạng đầu, số u_m gọi là số hạng cuối.

Ví dụ 2. Xét dãy số hữu hạn gồm các số tự nhiên lẻ nhỏ hơn 20, sắp xếp theo thứ tự từ bé đến lớn.

a) Liệt kê tất cả các số hạng của dãy số hữu hạn này.

b) Tìm số hạng đầu và số hạng cuối của dãy số đó.

Giải

a) Các số hạng của dãy số là: $1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19$.

b) Số hạng đầu của dãy số này là 1 và số hạng cuối của dãy số là 19.

2. CÁC CÁCH CHO MỘT DÃY SỐ

Một dãy số có thể cho bằng:

- Liệt kê các số hạng (chỉ dùng cho các dãy hữu hạn và có ít số hạng);
- Công thức của số hạng tổng quát;
- Phương pháp mô tả;
- Phương pháp truy hồi.

Ví dụ 3. Tìm năm số hạng đầu và số hạng thứ 100 của dãy số cho bởi công thức sau:

a) $u_n = 2n$;

b) $u_n = \frac{(-1)^n}{n}$

Giải

a) Năm số hạng đầu của dãy số là: $2, 4, 6, 8, 10$.

Số hạng thứ 100 của dãy số là $u_{100} = 2 \cdot 100 = 200$.

b) Năm số hạng đầu của dãy số là: $-1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{5}$. Số hạng thứ 100 của dãy số là $u_{100} = \frac{(-1)^{100}}{100} = \frac{1}{100}$.

Số nguyên tố là số tự nhiên lớn hơn 1 mà chỉ có hai ước số là 1 và chính nó.

Ví dụ 4. Xét dãy số gồm tất cả các số nguyên tố theo thứ tự tăng dần. Viết năm số hạng đầu của dãy số đó.

Giải. Năm số hạng đầu của dãy số là: 2, 3, 5, 7, 11.

Chú ý. Dãy số gồm tất cả các số nguyên tố ở Ví dụ 4 được cho bởi phương pháp mô tả (số hạng thứ n là số nguyên tố thứ n). Cho đến nay người ta vẫn chưa biết có hay không một công thức tính số nguyên tố thứ n theo n (với n bất kì), hoặc là một hệ thức tính số nguyên tố thứ n theo một vài số nguyên tố đứng trước nó.

Ví dụ 5. Cho dãy số xác định bằng hệ thức truy hồi: $u_1 = 1, u_n = 3u_{n-1} + 2; n \geq 2$.

Viết ba số hạng đầu của dãy số này.

Giải

Ta có: $u_1 = 1, u_2 = 3u_1 + 2 = 3 \cdot 1 + 2 = 5, u_3 = 3u_2 + 2 = 3 \cdot 5 + 2 = 17$.

Ví dụ 6. Giải bài toán ở tình huống mở đầu.

Năm 2020, số dân của một thành phố trực thuộc tỉnh là khoảng 500 nghìn người. Người ta ước tính rằng số dân của thành phố đó sẽ tăng trưởng với tốc độ khoảng 2% mỗi năm. Khi đó số dân P_n (nghìn người) của thành phố đó sau n năm, kể từ năm 2020, được tính bằng công thức $P_n = 500(1 + 0,02)^n$. Hỏi nếu tăng trưởng theo quy luật như vậy thì vào năm 2030, số dân của thành phố đó là khoảng bao nhiêu nghìn người?

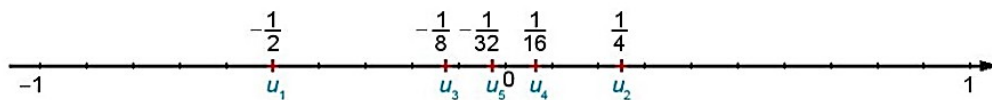
Giải

Ở đây ta có $n = 2030 - 2020 = 10$. Vậy số dân của thành phố đó vào năm 2030 sẽ là

$P_{10} = 500(1,02)^{10} \approx 609$ (nghìn người)

Chú ý. Để có hình ảnh trực quan về dãy số, ta thường biểu diễn các số hạng của nó trên trục số.

Chẳng hạn, xét dãy số (u_n) với $u_n = \frac{(-1)^n}{2^n}$. Năm số hạng đầu của dãy số này là $u_1 = -\frac{1}{2}, u_2 = \frac{1}{4}, u_3 = -\frac{1}{8}, u_4 = \frac{1}{16}, u_5 = -\frac{1}{32}$ và được biểu diễn trên trục số như sau:



3. Dãy số tăng, dãy số giảm và dãy số bị chặn

- Dãy số (u_n) được gọi là dãy số tăng nếu ta có $u_{n+1} > u_n$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

- Dãy số (u_n) được gọi là dãy số giảm nếu ta có $u_{n+1} < u_n$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Ví dụ 7. Xét tính tăng, giảm của dãy số (u_n) , với $u_n = -2n + 5$.

Giải

Ta có

$u_{n+1} - u_n = [-2(n+1) + 5] - (-2n + 5) = (-2n + 3) + 2n - 5 = -2 < 0$, tức là $u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy (u_n) là dãy số giảm.

- Dãy số (u_n) được gọi là bị chặn trên nếu tồn tại một số M sao cho $u_n \leq M$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

- Dãy số (u_n) được gọi là bị chặn dưới nếu tồn tại một số m sao cho $u_n \geq m$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

- Dãy số (u_n) được gọi là bị chặn nếu nó vừa bị chặn trên vừa bị chặn dưới, tức là tồn tại các số m, M sao cho $m \leq u_n \leq M$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Ví dụ 8. Xét tính bị chặn của dãy số (u_n) , với $u_n = \frac{n-1}{n}$.
Giải

Dãy số (u_n) bị chặn trên, vì $u_n = \frac{n-1}{n} = 1 - \frac{1}{n} < 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Dãy số (u_n) cũng bị chặn dưới, vì $u_n = \frac{n-1}{n} \geq 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy dãy số (u_n) bị chặn.

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN (PHÂN DẠNG)

Dạng 1. Tìm số hạng của dãy số

Bài toán 1: Cho dãy số $(u_n): u_n = f(n)$ (trong đó $f(n)$ là một biểu thức của n). Hãy tìm số hạng u_k .

+ **Phương pháp:** Thay trực tiếp $n = k$ vào u_n .

Bài toán 2: Cho dãy số (u_n) cho bởi $\begin{cases} u_1 = a \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$ (với $f(u_n)$ là một biểu thức của u_n). Hãy tìm số hạng u_k .

+ **Phương pháp:** Tính lần lượt $u_2; u_3; \dots; u_k$ bằng cách thế u_1 vào u_2 , thế u_2 vào u_3 , ..., thế u_{k-1} vào u_k .

Bài toán 3: Cho dãy số (u_n) cho bởi $\begin{cases} u_1 = a, u_2 = b \\ u_{n+2} = c.u_{n+1} + d.u_n + e \end{cases}$. Hãy tìm số hạng u_k .

+ **Phương pháp:** Tính lần lượt $u_3; u_4; \dots; u_k$ bằng cách thế u_1, u_2 vào u_3 ; thế u_2, u_3 vào u_4 ; ...; thế u_{k-2}, u_{k-1} vào u_k .

Bài toán 4: Cho dãy số (u_n) cho bởi $\begin{cases} u_1 = a \\ u_{n+1} = f(n, u_n) \end{cases}$. Trong đó $f(n, u_n)$ là kí hiệu của biểu thức u_{n+1} tính theo u_n và n . Hãy tìm số hạng u_k .

+ **Phương pháp:** Tính lần lượt $u_2; u_3; \dots; u_k$ bằng cách thế $\{1, u_1\}$ vào u_2 ; thế $\{2, u_2\}$ vào u_3 ; ...; thế $\{k-1, u_{k-1}\}$ vào u_k .

Câu 1. (SGK-KNTT 11-Tập 1) a) Xét dãy số gồm tất cả các số tự nhiên chia cho 5 dư 1 theo thứ tự tăng dần. Xác định số hạng tổng quát của dãy số.

b) Viết dãy số hữu hạn gồm năm số hạng đầu của dãy số trong câu a. Xác định số hạng đầu và số hạng cuối của dãy số hữu hạn này.

Câu 2. (SGK-KNTT 11-Tập 1)

a) Viết năm số hạng đầu của dãy số (u_n) với số hạng tổng quát $u_n = n!$.

- b) Viết năm số hạng đầu của dãy số Fibonacci (F_n) cho bởi hệ thức truy hồi
- $$\begin{cases} F_1 = 1, F_2 = 1 \\ F_n = F_{n-1} + F_{n-2} (n \geq 3). \end{cases}$$

Câu 3. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Viết năm số hạng đầu và số hạng thứ 100 của các dãy số (u_n) có số hạng tổng quát cho bởi:

- a) $u_n = 3n - 2$;
b) $u_n = 3 \cdot 2^n$;
c) $u_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$.

Câu 4. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Ông An gửi tiết kiệm 100 triệu đồng kì hạn 1 tháng với lãi suất 6% một năm theo hình thức tính lãi kép. Số tiền (triệu đồng) của ông An thu được sau n tháng được cho bởi công

thức $A_n = 100 \left(1 + \frac{0,06}{12}\right)^n$.

- a) Tìm số tiền ông An nhận được sau tháng thứ nhất, sau tháng thứ hai.
b) Tìm số tiền ông An nhận được sau 1 năm.

Câu 5. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right]$. Tìm số hạng u_6 .

Câu 6. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$. Số $\frac{167}{84}$ là số hạng thứ mấy?

Câu 7. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 2}{u_n + 1} \end{cases}$. Tìm số hạng u_{10} .

Câu 8. Cho dãy số (u_n) được xác định như sau: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases}$. Tìm số hạng u_{50} .

Câu 9. Cho dãy số (u_n) được xác định như sau: $\begin{cases} u_1 = 1; u_2 = 2 \\ u_{n+2} = 2u_{n+1} + 3u_n + 5 \end{cases}$. Tìm số hạng u_8 .

Câu 10. Cho dãy số (u_n) được xác định như sau: $\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{n}{n+1}(u_n + 1) \end{cases}$. Tìm số hạng u_{11} .

Câu 11. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n + 2n \end{cases}$. Tìm số hạng u_{50} .

Dạng 2. Xác định công thức của dãy số (u_n)

Ta có thể lựa chọn một trong các cách sau:

Cách 1. Sử dụng biến đổi đại số để thu gọn và đơn giản biểu thức của u_n

Cách 2. Sử dụng phương pháp quy nạp bằng việc thực hiện theo các bước sau:

Bước 1. Viết một vài số hạng đầu của dãy, từ đó dự đoán công thức cho u_n

Bước 2. Chứng minh công thức dự đoán bằng phương pháp quy nạp

Câu 12. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Dãy số (u_n) cho bởi hệ thức truy hồi: $u_1 = 1, u_n = n \cdot u_{n-1}$ với $n \geq 2$.

- Viết năm số hạng đầu của dãy số.
- Dự đoán công thức số hạng tổng quát u_n .

Câu 13. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Viết số hạng tổng quát của dãy số tăng gồm tất cả các số nguyên dương mà mỗi số hạng của nó:

- Đều chia hết cho 3 ;
- Khi chia cho 4 dư 1.

Câu 14. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Chị Hương vay trả góp một khoản tiền 100 triệu đồng và đồng ý trả dần 2 triệu đồng mỗi tháng với lãi suất 0,8% số tiền còn lại của mỗi tháng.

Gọi $A_n (n \in \mathbb{N})$ là số tiền còn nợ (triệu đồng) của chị Hương sau n tháng.

- Tìm lần lượt $A_0, A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ để tính số tiền còn nợ của chị Hương sau 6 tháng.
- Dự đoán hệ thức truy hồi đối với dãy số (A_n) .

Câu 15. Tìm 5 số hạng đầu và tìm công thức tính số hạng tổng quát u_n theo n của các dãy số sau :

a).
$$\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases}$$

b).
$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n. \end{cases}$$

Câu 16. Dãy số (u_n) được xác định bằng công thức:
$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^3 \end{cases} \quad \forall n \geq 1.$$

- Tìm công thức của số hạng tổng quát.
- Tính số hạng thứ 100 của dãy số.

Câu 17. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $u_1 = 2$ và $u_{n+1} = 5u_n$ với mọi $n \geq 1$.

- Hãy tính u_2, u_4 và u_6 .
- Chứng minh rằng $u_n = 2 \cdot 5^{n-1}$ với mọi $n \geq 1$.

Câu 18. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $u_1 = 1$ và $u_{n+1} = u_n + 7$ với mọi $n \geq 1$

- Hãy tính u_2, u_4 và u_6 .
- Chứng minh rằng: $u_n = 7n - 6$ (1) với mọi $n \geq 1$

Câu 19. Cho dãy số (u_n) với $u_1 = 1$ và $u_{n+1} = 3u_n + 10$ với mọi $n \geq 1$.

Chứng minh rằng: $u_n = 2 \cdot 3^n - 5 \quad \forall n \geq 1$.

Câu 20. Cho dãy số (u_n) , biết $u_1 = 3, u_{n+1} = \sqrt{1 + u_n^2}$ với $n \geq 1, n \in \mathbb{N}$

- Viết năm số hạng đầu tiên của dãy số.
- Dự đoán công thức số hạng tổng quát u_n và chứng minh bằng phương pháp quy nạp.

Câu 21. Tìm 5 số hạng đầu và tìm công thức tính số hạng tổng quát u_n theo n của các dãy số sau :

$$\text{a). } \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{1+u_n} \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}^* \quad \text{b). } \begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases} \text{ với } n \geq 1, n \in \mathbb{N}$$

Câu 22. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 2u_{n-1} + 3 \quad \forall n \geq 2 \end{cases}$.

- Viết năm số hạng đầu của dãy;
- Chứng minh rằng $u_n = 2^{n+1} - 3$;

Câu 23. Cho hai dãy số $(u_n), (v_n)$ được xác định như sau $u_1 = 3, v_1 = 2$ và $\begin{cases} u_{n+1} = u_n^2 + 2v_n^2 \\ v_{n+1} = 2u_n \cdot v_n \end{cases}$ với $n \geq 2$.

- Chứng minh: $u_n^2 - 2v_n^2 = 1$ và $u_n - \sqrt{2}v_n = (\sqrt{2} - 1)^{2^n}$ với $\forall n \geq 1$;
- Tìm công thức tổng quát của hai dãy (u_n) và (v_n) .

Dạng 3: Xét tính tăng, giảm của dãy số

Cách 1: Xét hiệu $u_{n+1} - u_n$

- Nếu $u_{n+1} - u_n > 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì (u_n) là dãy số tăng.
- Nếu $u_{n+1} - u_n < 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì (u_n) là dãy số giảm.

Cách 2: Khi $u_n > 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$ ta xét tỉ số $\frac{u_{n+1}}{u_n}$

- Nếu $\frac{u_{n+1}}{u_n} > 1$ thì (u_n) là dãy số tăng.
- Nếu $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$ thì (u_n) là dãy số giảm.

Cách 3: Nếu dãy số (u_n) được cho bởi một hệ thức truy hồi thì ta có thể sử dụng phương pháp quy nạp để chứng minh $u_{n+1} > u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$ (hoặc $u_{n+1} < u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$)

*** Công thức giải nhanh một số dạng toán về dãy số**

Dãy số (u_n) có $u_n = an + b$ tăng khi $a > 0$ và giảm khi $a < 0$

Dãy số (u_n) có $u_n = q^n$

- Không tăng, không giảm khi $q < 0$
- Giảm khi $0 < q < 1$
- Tăng khi $q > 1$

Dãy số (u_n) có $u_n = \frac{an+b}{cn+d}$ với điều kiện $cn+d > 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$

- Tăng khi $ad - bc > 0$
- Giảm khi $ad - bc < 0$

Dãy số đan dấu cũng là dãy số không tăng, không giảm

Nếu dãy số (u_n) tăng hoặc giảm thì dãy số $(q^n \cdot u_n)$ (với $q < 0$) không tăng, không giảm

Dãy số (u_n) có $u_{n+1} = au_n + b$ tăng nếu $\begin{cases} a > 0 \\ u_2 - u_1 > 0 \end{cases}$; giảm nếu $\begin{cases} a > 0 \\ u_2 - u_1 < 0 \end{cases}$ và không tăng không giảm nếu $a < 0$

Dãy số (u_n) có $\begin{cases} u_{n+1} = \frac{au_n + b}{cu_n + d} \\ c, d > 0, u_n > 0 \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ tăng nếu $\begin{cases} ad - bc > 0 \\ u_2 - u_1 > 0 \end{cases}$ và giảm nếu $\begin{cases} ad - bc > 0 \\ u_2 - u_1 < 0 \end{cases}$

Dãy số (u_n) có $\begin{cases} u_{n+1} = \frac{au_n + b}{cu_n + d} \\ c, d > 0, u_n > 0 \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ không tăng không giảm nếu $ad - bc < 0$

Nếu $\begin{cases} (u_n) \uparrow \\ (v_n) \uparrow \end{cases}$ thì dãy số $(u_n + v_n) \uparrow$	Nếu $\begin{cases} (u_n) \downarrow \\ (v_n) \downarrow \end{cases}$ thì dãy số $(u_n + v_n) \downarrow$
Nếu $\begin{cases} (u_n) \uparrow; u_n \geq 0 \forall n \in \mathbb{N}^* \\ (v_n) \uparrow; v_n \geq 0 \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ thì dãy số $(u_n \cdot v_n) \uparrow$	Nếu $\begin{cases} (u_n) \downarrow; u_n \geq 0 \forall n \in \mathbb{N}^* \\ (v_n) \downarrow; v_n \geq 0 \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ thì dãy số $(u_n \cdot v_n) \downarrow$
Nếu $(u_n) \uparrow$ và $u_n \geq 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì dãy số $(\sqrt{u_n}) \uparrow$ và dãy số $((u_n)^m) \uparrow \forall m \in \mathbb{N}^*$	Nếu $(u_n) \downarrow$ và $u_n \geq 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì dãy số $(\sqrt{u_n}) \downarrow$ và dãy số $((u_n)^m) \downarrow \forall m \in \mathbb{N}^*$
Nếu $(u_n) \uparrow$ và $u_n > 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì dãy số $\left(\frac{1}{u_n}\right) \downarrow$	Nếu $(u_n) \downarrow$ và $u_n > 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì dãy số $\left(\frac{1}{u_n}\right) \uparrow$

Câu 24. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Xét tính tăng, giảm của dãy số (u_n) , với $u_n = \frac{1}{n+1}$.

Câu 25. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Anh Thanh vừa được tuyển dụng vào một công ty công nghệ, được cam kết lương năm đầu sẽ là 200 triệu đồng và lương mỗi năm tiếp theo sẽ được tăng thêm 25 triệu đồng.

Gọi s_n (triệu đồng) là lương vào năm thứ n mà anh Thanh làm việc cho công ty đó. Khi đó ta có:
 $s_1 = 200, s_n = s_{n-1} + 25; n \geq 2$.

a) Tính lương của anh Thanh vào năm thứ 5 làm việc cho công ty.

b) Chứng minh (s_n) là dãy số tăng. Giải thích ý nghĩa thực tế của kết quả này.

Câu 26. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Xét tính tăng, giảm của dãy số (u_n) , biết:

a) $u_n = 2n - 1$;

b) $u_n = -3n + 2$;

c) $u_n = \frac{(-1)^{n-1}}{2^n}$.

Câu 27. Xét tính tăng giảm của các dãy số (u_n) được cho bởi hệ thức truy hồi sau:

a). $\begin{cases} u_2 = 2 \\ u_{n+1} = \sqrt{2u_n + 3}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ b). $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n}{3 + u_n} \end{cases}$

Câu 28. Cho dãy số (u_n) xác định bởi:
$$\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + 3n - 2. \end{cases}$$

- a). Tìm công thức của số hạng tổng quát.
b). Chứng minh dãy số tăng.

Câu 29. Cho dãy số (a_n) định bởi:
$$\begin{cases} 0 < a_n < 1; \forall n \in \mathbb{N}^* \\ a_{n+1}(1 - a_n) \geq \frac{1}{4}; \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

a). Chứng minh:
$$a_n > \frac{1}{2} - \frac{1}{2n}, \forall n \in \mathbb{N}^* (1)$$

b). Xét tính đơn điệu của dãy số (a_n) .

Câu 30. Cho $a > 2$. Xét dãy (U_n) xác định bởi
$$\begin{cases} u_1 = a^2 \\ u_{n+1} = (u_n - a)^2 \end{cases} \forall n \in \mathbb{N}^* .$$
 Xét tính đơn điệu của dãy (U_n)

Câu 31. Cho dãy số (u_n) định bởi:
$$u_n = \frac{a \cdot n^4 + 2}{2n^4 + 5}; n \in \mathbb{N}^*$$
. Định a để dãy số (u_n) tăng.

Dạng 4: Xét tính bị chặn của dãy số

Phương pháp 1: Chứng minh trực tiếp bằng các phương pháp chứng minh bất đẳng thức

Cách 1: Dãy số (u_n) có $u_n = f(n)$ là hàm số đơn giản.

Ta chứng minh trực tiếp bất đẳng thức $u_n = f(n) \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*$ hoặc $u_n = f(n) \geq m, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Cách 2: Dãy số (u_n) có $u_n = v_1 + v_2 + \dots + v_k + \dots + v_n$ (tổng hữu hạn)

Ta làm trội $v_k \leq a_k - a_{k+1}$

Lúc đó $u_n \leq (a_1 - a_2) + (a_2 - a_3) + \dots + (a_n - a_{n+1})$

Suy ra $u_n \leq a_1 - a_{n+1} \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Cách 3: Dãy số (u_n) có $u_n = v_1 \cdot v_2 \cdot v_3 \cdot \dots \cdot v_n$ với $v_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ (tích hữu hạn)

Ta làm trội $v_k \leq \frac{a_{k+1}}{a_k}$

Lúc đó $u_n \leq \frac{a_2}{a_1} \cdot \frac{a_3}{a_2} \cdot \dots \cdot \frac{a_{n+1}}{a_n}$

Suy ra $u_n \leq \frac{a_{n+1}}{a_1} \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Phương pháp 2: Dự đoán và chứng minh bằng phương pháp quy nạp.

Nếu dãy số (u_n) được cho bởi một hệ thức truy hồi thì ta có thể sử dụng phương pháp quy nạp để chứng minh

Chú ý: Nếu dãy số (u_n) giảm thì bị chặn trên, dãy số (u_n) tăng thì bị chặn dưới

* Công thức giải nhanh một số dạng toán về dãy số bị chặn

Dãy số (u_n) có $u_n = q^n$ ($|q| \leq 1$) bị chặn

Dãy số (u_n) có $u_n = q^n$ ($q < -1$) không bị chặn

Dãy số (u_n) có $u_n = q^n$ với $q > 1$ bị chặn dưới

Dãy số (u_n) có $u_n = an + b$ bị chặn dưới nếu $a > 0$ và bị chặn trên nếu $a < 0$

Dãy số (u_n) có $u_n = an^2 + bn + c$ bị chặn dưới nếu $a > 0$ và bị chặn trên nếu $a < 0$

Dãy số (u_n) có $u_n = a_m n^m + a_{m-1} n^{m-1} + \dots + a_1 n + a_0$ bị chặn dưới nếu $a_m > 0$ và bị chặn trên nếu $a_m < 0$

Dãy số (u_n) có $u_n = q^n (a_m n^m + a_{m-1} n^{m-1} + \dots + a_1 n + a_0)$ với $a_m \neq 0$ và $q < -1$ không bị chặn

Dãy số (u_n) có $u_n = \sqrt{a_m n^m + a_{m-1} n^{m-1} + \dots + a_1 n + a_0}$ bị chặn dưới với $a_m > 0$

Dãy số (u_n) có $u_n = \sqrt[3]{a_m n^m + a_{m-1} n^{m-1} + \dots + a_1 n + a_0}$ bị chặn dưới nếu $a_m > 0$ và bị chặn trên nếu $a_m < 0$

Dãy số (u_n) có $u_n = \frac{P(n)}{Q(n)}$ trong đó $P(n)$ và $Q(n)$ là các đa thức, bị chặn nếu bậc của $P(n)$ nhỏ hơn hoặc bằng bậc của $Q(n)$

Dãy số (u_n) có $u_n = \frac{P(n)}{Q(n)}$ trong đó $P(n)$ và $Q(n)$ là các đa thức, bị chặn dưới hoặc bị chặn trên nếu bậc của $P(n)$ lớn hơn bậc của $Q(n)$

Câu 32. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Xét tính bị chặn của dãy số (u_n) , với $u_n = 2n - 1$.

Câu 33. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Trong các dãy số (u_n) sau, dãy số nào bị chặn dưới, bị chặn trên, bị chặn?

- a) $u_n = n - 1$;
- b) $u_n = \frac{n+1}{n+2}$;
- c) $u_n = \sin n$;
- d) $u_n = (-1)^{n-1} n^2$.

Câu 34. Xét tính bị chặn của các dãy số sau

- a) $u_n = \frac{1}{2n^2 - 1}$. b) $u_n = 3 \cdot \cos \frac{n\pi}{3}$. c) $u_n = 2n^3 + 1$.
- d) $u_n = \frac{n^2 + 2n}{n^2 + n + 1}$. e) $u_n = n + \frac{1}{n}$.

Câu 35. Xét tính tăng hay giảm và bị chặn của dãy số: $u_n = \frac{2n-1}{n+3}; n \in \mathbb{N}^*$

Câu 36. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 1 + (n-1) \cdot 2^n$

- a). Viết 5 số hạng đầu của dãy số.
- b). Tìm công thức truy hồi.
- c). Chứng minh dãy số tăng và bị chặn dưới.

Câu 37. Cho dãy số (u_n) xác định bởi
$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n^2}{2u_n - 1}, n \geq 1, n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1) Chứng minh rằng dãy số (u_n) giảm và bị chặn.

2) Hãy xác định số hạng tổng quát của dãy số (u_n) .

Câu 38. Chứng minh rằng dãy số (u_n) , với $u_n = \frac{n^2 + 1}{2n^2 - 3}$ là một dãy số bị chặn.

Câu 39. Chứng minh dãy số (u_n) , với $u_n = \frac{7n+5}{5n+7}$ là một dãy số tăng và bị chặn.

Câu 40. Cho dãy số (u_n) với $u_n = n^2 - 4n + 3$.

a). Viết công thức truy hồi của dãy số.

b). Chứng minh dãy số bị chặn dưới.

c). Tính tổng n số hạng đầu của dãy số đã cho.

Câu 41. Xét tính bị chặn của dãy số: $u_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n; n \in \mathbb{N}^*$

Câu 42. Cho $U_n = 1 + \frac{1}{2^5} + \frac{1}{3^5} + \dots + \frac{1}{n^5} \forall n \in \mathbb{N}^*$. Chứng minh (U_n) bị chặn trên.

Câu 43. Cho dãy số (u_n) định bởi
$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 5 \end{cases} \forall n \in \mathbb{N}^*$$

a). Chứng minh $u_n < 15, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

b). Chứng minh dãy số (u_n) tăng và bị chặn dưới

Câu 44. Xét tính bị chặn của các dãy số sau:

a). $u_n = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$ b). $u_n = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$

c). $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{2.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$ d). $u_n = \frac{1}{1.4} + \frac{1}{2.5} + \dots + \frac{1}{n(n+3)}$

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)

1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá

Câu 1. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 3}$. Tìm số hạng u_5 .

A. $u_5 = \frac{1}{4}$.

B. $u_5 = \frac{17}{12}$.

C. $u_5 = \frac{7}{4}$.

D. $u_5 = \frac{71}{39}$.

Câu 2. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = (-1)^n \cdot 2n$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $u_1 = -2$.

B. $u_2 = 4$.

C. $u_3 = -6$.

D. $u_4 = -8$.

Câu 3. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = (-1)^n \cdot \frac{2^n}{n}$. Tìm số hạng u_3 .

- A. $u_3 = \frac{8}{3}$. B. $u_3 = 2$. C. $u_3 = -2$. D. $u_3 = -\frac{8}{3}$.

Câu 4. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n}{2^n}$. Chọn đáp án đúng.

- A. $u_4 = \frac{1}{4}$. B. $u_5 = \frac{1}{16}$. C. $u_5 = \frac{1}{32}$. D. $u_3 = \frac{1}{8}$.

Câu 5. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = n(-1)^n \sin(\frac{n\pi}{2})$. Số hạng thứ 9 của dãy số đó là:

- A. 0. B. 9. C. -1. D. -9.

Câu 6. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{1}{n+1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là những số nào dưới đây?

- A. $\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}$. B. $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{6}$. D. $1; \frac{1}{3}; \frac{1}{5}$.

Câu 7. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$. Viết năm số hạng đầu của dãy số.

- A. $u_1 = 1, u_2 = \frac{3}{4}, u_3 = \frac{7}{5}, u_4 = \frac{3}{2}, u_5 = \frac{11}{7}$. B. $u_1 = 1, u_2 = \frac{5}{4}, u_3 = \frac{7}{5}, u_4 = \frac{3}{2}, u_5 = \frac{11}{7}$.
C. $u_1 = 1, u_2 = \frac{5}{4}, u_3 = \frac{8}{5}, u_4 = \frac{3}{2}, u_5 = \frac{11}{7}$. D. $u_1 = 1, u_2 = \frac{5}{4}, u_3 = \frac{7}{5}, u_4 = \frac{7}{2}, u_5 = \frac{11}{3}$.

Câu 8. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n}{3^n - 1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là

- A. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}$. B. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{3}{26}$. C. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{16}$. D. $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}$.

Câu 9. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n+1}{2n+1}$. Số $\frac{8}{15}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

- A. 8. B. 6. C. 5. D. 7.

Câu 10. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{2n+5}{5n-4}$. Số $\frac{7}{12}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

- A. 6. B. 8. C. 9. D. 10.

Câu 11. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n-1}{n^2+1}$. Số $\frac{2}{13}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

- A. Thứ 3. B. Thứ tư. C. Thứ năm. D. Thứ 6.

Câu 12. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = n^3 - 8n^2 - 5n + 7$. Số - 33 là số hạng thứ mấy của dãy số?
 A. 5. B. 6. C. 8. D. 9.

Câu 13. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^n$. Tìm số hạng u_{2n-1} .
 A. $u_{2n-1} = 3^2 \cdot 3^n - 1$. B. $u_{2n-1} = 3^n \cdot 3^{n-1}$. C. $u_{2n-1} = 3^{2n} - 1$. D. $u_{2n-1} = 3^{2(n-1)}$.

Câu 14. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^n$. Số hạng u_{n+1} bằng:
 A. $3^n + 1$. B. $3^n + 3$. C. $3^n \cdot 3$. D. $3(n+1)$.

Câu 15. Cho dãy (u_n) với $u_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \dots + \frac{1}{2n}$. Số hạng thứ 4 của dãy (u_n) là:
 A. $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \frac{1}{n+4}$. B. $\frac{533}{840}$.
 C. $\frac{1}{8}$. D. Một kết quả khác.

Câu 16. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n+1}{n}$. Tính u_5 .
 A. 5. B. $\frac{6}{5}$. C. $\frac{5}{6}$. D. 1.

Câu 17. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{an^2}{n+1}$ (a hằng số). Tìm số hạng thứ u_{n+1} .
 A. $u_{n+1} = \frac{a(n+1)^2}{n+1}$. B. $u_{n+1} = \frac{a(n+1)^2}{n+2}$. C. $u_{n+1} = \frac{an^2+1}{n+1}$. D. $u_{n+1} = \frac{an^2}{n+2}$.

Câu 18. Xét dãy các số tự nhiên lẻ. Số 2017 là số hạng thứ mấy?
 A. 2017. B. 1008. C. 1009. D. 2015.

Câu 19. Số $\frac{9}{41}$ là số hạng thứ bao nhiêu của dãy số $u_n = \frac{2n}{n^2+1}$?
 A. 7. B. 8. C. 9. D. 10.

Câu 20. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$. Số $\frac{3}{2}$ là số hạng thứ mấy của dãy số trên.
 A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 21. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{-n}{n+1}$. Năm số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là những số nào dưới đây?

- A. $-\frac{1}{2}; -\frac{2}{3}; -\frac{3}{4}; -\frac{4}{5}; -\frac{5}{6}$. B. $-\frac{2}{3}; -\frac{3}{4}; -\frac{4}{5}; -\frac{5}{6}; -\frac{6}{7}$.
 C. $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}$. D. $\frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}; \frac{6}{7}$.

Câu 22. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n}{3^n - 1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là những số nào dưới đây?

- A. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}$. B. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{3}{26}$. C. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{16}$. D. $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}$.

Câu 23. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = 2^n$. Tìm số hạng u_{n+1} .

- A. $u_{n+1} = 2^n \cdot 2$. B. $u_{n+1} = 2^n + 1$. C. $u_{n+1} = 2(n+1)$. D. $u_{n+1} = 2^n + 2$.

Câu 24. Cho dãy số (u_n) , với $u_n = 5^{n+1}$. Tìm số hạng u_{n-1} .

- A. $u_{n-1} = 5^{n-1}$. B. $u_{n-1} = 5^n$. C. $u_{n-1} = 5 \cdot 5^{n+1}$. D. $u_{n-1} = 5 \cdot 5^{n-1}$.

Câu 25. Cho dãy số (u_n) , với $u_n = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2n+3}$. Tìm số hạng u_{n+1} .

- A. $u_{n+1} = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2(n+1)+3}$. B. $u_{n+1} = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2(n-1)+3}$.
C. $u_{n+1} = \left(\frac{n}{n+2}\right)^{2n+3}$. D. $u_{n+1} = \left(\frac{n}{n+2}\right)^{2n+5}$.

Câu 26. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n}{2^n - 1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số là

- A. $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}$. B. $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{16}$. C. $1; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}$. D. $1; \frac{2}{3}; \frac{3}{7}$.

Câu 27. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = 1 - \frac{n}{n^2 + 1}$ (với $n \in \mathbb{N}^*$). Số hạng đầu tiên của dãy là:

- A. 2. B. $\frac{3}{5}$. C. 0. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 28. Cho dãy số (u_n) có $u_n = -n^2 + n + 1$. Số -19 là số hạng thứ mấy của dãy?

- A. 5. B. 7. C. 6. D. 4.

Câu 29. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_n = (-1)^n \cos(n\pi)$. Giá trị u_{99} bằng

- A. 99. B. -1. C. 1. D. -99.

Câu 30. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2n + 1$ số hạng thứ 2019 của dãy là

- A. 4039. B. 4390. C. 4930. D. 4093.

Câu 31. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 1 + 2^n$. Khi đó số hạng u_{2018} bằng

- A. 2^{2018} . B. $2017 + 2^{2017}$. C. $1 + 2^{2018}$. D. $2018 + 2^{2018}$.

Câu 32. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n-2}{3n+1}, n \geq 1$. Tìm khẳng định sai.

- A. $u_3 = \frac{1}{10}$. B. $u_{10} = \frac{8}{31}$. C. $u_{21} = \frac{19}{64}$. D. $u_{50} = \frac{47}{150}$.

- Câu 33.** Cho dãy số $u_n = \frac{n^2 + 2n - 1}{n + 1}$. Tính u_{11} .
- A. $u_{11} = \frac{182}{12}$. B. $u_{11} = \frac{1142}{12}$. C. $u_{11} = \frac{1422}{12}$. D. $u_{11} = \frac{71}{6}$.
- Câu 34.** Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = \frac{2n+1}{n^2+1}$. Khi đó $\frac{39}{362}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?
- A. 20. B. 19. C. 22. D. 21.
- Câu 35.** Cho dãy số viết dưới dạng khai triển là $1, 4, 9, 16, 25, \dots$. Trong các công thức sau, công thức nào là công thức tổng quát của dãy số trên.
- A. $u_n = 3n - 2$. B. $u_n = n + 3$. C. $u_n = n^2$. D. $u_n = 2n^2 - 1$.
- Câu 36.** Cho dãy số có các số hạng đầu là: $8, 15, 22, 29, 36, \dots$. Tìm số hạng tổng quát của dãy số đã cho.
- A. $u_n = 7n + 7$. B. $u_n = 7n$. C. $u_n = 7n + 1$. D. $u_n = 7n + 3$.
- Câu 37.** Cho dãy số $\frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{5}{7}, \dots$. Công thức tổng quát u_n nào là của dãy số đã cho?
- A. $u_n = \frac{n}{n+1} \forall n \in \mathbb{N}^*$. B. $u_n = \frac{n}{2^n} \forall n \in \mathbb{N}^*$. C. $u_n = \frac{n+1}{n+3} \forall n \in \mathbb{N}^*$. D. $u_n = \frac{2n}{2n+1} \forall n \in \mathbb{N}^*$.
- Câu 38.** Cho dãy số có các số hạng đầu là: $5; 10; 15; 20; 25; \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này là:
- A. $u_n = 5(n - 1)$. B. $u_n = 5n$. C. $u_n = 5 + n$. D. $u_n = 5 \cdot n + 1$.
- Câu 39.** Cho dãy số có các số hạng đầu là: $0; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này là:
- A. $u_n = \frac{n+1}{n}$. B. $u_n = \frac{n}{n+1}$. C. $u_n = \frac{n-1}{n}$. D. $u_n = \frac{n^2 - n}{n+1}$.
- Câu 40.** Cho dãy số có các số hạng đầu là: $-1; 1; -1; 1; -1; \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng
- A. $u_n = 1$. B. $u_n = -1$. C. $u_n = (-1)^n$. D. $u_n = (-1)^{n+1}$.
- Câu 41.** Cho dãy số có các số hạng đầu là: $-2; 0; 2; 4; 6; \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng?
- A. $u_n = -2n$. B. $u_n = (-2) + n$. C. $u_n = (-2)(n+1)$. D. $u_n = (-2) + 2(n-1)$.
- Câu 42.** Cho dãy số có các số hạng đầu là: $\frac{1}{3}; \frac{1}{3^2}; \frac{1}{3^3}; \frac{1}{3^4}; \frac{1}{3^5}; \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này là?
- A. $u_n = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3^{n+1}}$. B. $u_n = \frac{1}{3^{n+1}}$. C. $u_n = \frac{1}{3^n}$. D. $u_n = \frac{1}{3^{n-1}}$.
- Câu 43.** Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 3n + 6$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. Dãy số tăng B. Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm D. Cả A, B, C đều sai
- Câu 44.** Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{n+5}{n+2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. Dãy số tăng B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm

D. Có số hạng $u_{n+1} = \frac{n+5}{n+2} + 1$

Câu 45. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{5^n}{n^2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng

B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm

D. Dãy số là dãy hữu hạn

Câu 46. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào tăng?

A. $u_n = \frac{n}{2^n}$.

B. $u_n = \frac{n}{2n^2 + 1}$.

C. $u_n = \frac{n^2 + 1}{3n + 2}$.

D. $u_n = (-2)^n \sqrt{n^2 - 1}$.

Câu 47. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \sqrt{5n + 2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng

B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm

D. Cả A, B, C đều sai

Câu 48. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{1}{3n + 2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng

B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm

D. Cả A, B, C đều đúng

Câu 49. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{10}{3^n}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng

B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm

D. $u_{n-1} = \frac{10}{3^n - 1}$

Câu 50. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 2n^2 + 3n + 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng

B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm

D. $u_{n+1} = 2(n+1)^2 + 3(n+1) + 1$

Câu 51. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = (-1)^n (n^2 + 1)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng

B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm

D. Dãy số là dãy hữu hạn

Câu 52. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = n^2 - 400n$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng

B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm

D. Mọi số hạng đều âm

Câu 53. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào tăng?

A. $u_n = \frac{1}{3^n}$.

B. $u_n = \frac{1}{2n + 1}$.

C. $u_n = \frac{n + 1}{3n + 2}$.

D. $u_n = \frac{4n - 2}{n + 3}$.

Câu 54. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào giảm?

A. $u_n = \left(\frac{4}{3}\right)^n$. B. $u_n = (-1)^n (5^n - 1)$. C. $u_n = -3^n$. D. $u_n = \sqrt{n+4}$.

Câu 55. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào không tăng, không giảm?

A. $u_n = n + \frac{1}{n}$. B. $u_n = 5^n + 3n$. C. $u_n = -3^n$. D. $u_n = (-3)^n \cdot \sqrt{n^2 + 1}$

Câu 56. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 5^n - 4^n$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng B. Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm D. Dãy số có số hạng thứ 100 bé hơn 1

Câu 57. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{an+2}{3n+1}$. Tìm tất cả các giá trị của a để dãy số tăng.

A. $a = 6$ B. $a > 6$ C. $a < 6$ D. $a \geq 6$

Câu 58. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 2^n - an$. Tìm tất cả các giá trị của a để dãy số tăng.

A. $a = 2$ B. $a > 2$ C. $a < 2$ D. $a \geq 2$

Câu 59. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{3^n}{an}$. Tìm tất cả các giá trị của a để dãy số tăng.

A. $\forall a < 0$ B. Không tồn tại a C. $\forall a \in \mathbb{R}^*$ D. $a > 0$

Câu 60. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \sqrt{3n+2} - \sqrt{3n+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng B. Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm D. Cả A, B, C đều đúng

Câu 61. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = n - \sqrt{n^2 + 1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng B. Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm D. Các số hạng đều dương

Câu 62. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{2n^2 - n - 1}{n + 2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng B. Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm D. Có số hạng âm

Câu 63. Trong các dãy số có công thức tổng quát sau, dãy số nào là dãy số tăng?

A. $u_n = \frac{n}{2} - 1$ B. $u_n = \frac{2}{n} + 1$ C. $u_n = \frac{2n+1}{5n+2}$ D. $u_n = (-1)^n \cdot 3^n$

Câu 64. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số giảm?

A. $u_n = \frac{1}{2^n}$ B. $u_n = \frac{3n-1}{n+1}$ C. $u_n = n^2$ D. $u_n = \sqrt{n+2}$

Câu 65. Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số giảm

A. $u_n = \frac{n-3}{n+1}$ B. $u_n = \frac{n}{2}$ C. $u_n = \frac{2}{n^2}$ D. $u_n = \frac{(-1)^n}{3^n}$

Câu 66. Dãy số nào sau đây là dãy số giảm?

A. $u_n = \frac{5-3n}{2n+3}, (n \in \mathbb{N}^*)$

B. $u_n = \frac{n-5}{4n+1}, (n \in \mathbb{N}^*)$

C. $u_n = 2n^3 + 3, (n \in \mathbb{N}^*)$

D. $u_n = \cos(2n+1), (n \in \mathbb{N}^*)$

Câu 67. Cho các dãy số sau. Dãy số nào là dãy số tăng?

A. $1; 1; 1; 1; 1; 1; \dots$

B. $1; -\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; -\frac{1}{8}; \frac{1}{16}; \dots$

C. $1; 3; 5; 7; 9; \dots$

D. $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \frac{1}{16}; \dots$

Câu 68. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số tăng?

A. $u_n = \frac{1}{2^n}$

B. $u_n = \frac{1}{n}$

C. $u_n = \frac{n+5}{3n+1}$

D. $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$

Câu 69. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số tăng?

A. $u_n = \frac{2}{3^n}$

B. $u_n = \frac{3}{n}$

C. $u_n = 2^n$

D. $u_n = (-2)^n$

Câu 70. Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số giảm?

A. $u_n = n^2$

B. $u_n = 2n$

C. $u_n = n^3 - 1$

D. $u_n = \frac{2n+1}{n-1}$

Câu 71. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số giảm?

A. $u_n = \sin n$

B. $u_n = \frac{n^2+1}{n}$

C. $u_n = \sqrt{n} - \sqrt{n-1}$

D. $u_n = (-1)^n \cdot (2^n + 1)$

Câu 72. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số $u_n = \frac{1}{n} - 2$ là dãy tăng.

B. Dãy số $u_n = (-1)^n (2^n + 1)$ là dãy giảm.

C. Dãy số $u_n = \frac{n-1}{n+1}$ là dãy giảm.

D. Dãy số $u_n = 2n + \cos \frac{1}{n}$ là dãy tăng.

Câu 73. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Dãy số $u_n = \frac{1-n}{\sqrt{n}}$ là dãy giảm.

B. Dãy số $u_n = 2n^2 - 5$ là dãy tăng.

C. Dãy số $u_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ là dãy giảm.

D. Dãy số $u_n = n + \sin^2 n$ là dãy tăng.

Câu 74. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{-1}{2n+3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số bị chặn.

B. Dãy số bị chặn trên.

C. Dãy số bị chặn dưới.

D. Không bị chặn

Câu 75. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{4n+5}{n+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số bị chặn. B. Dãy số bị chặn trên.
C. Dãy số bị chặn dưới. D. Không bị chặn

Câu 76. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{n^3}{n^2 + 1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?
A. Dãy số bị chặn. B. Dãy số bị chặn trên.
C. Dãy số bị chặn dưới. D. Không bị chặn

Câu 77. Trong các dãy số sau dãy số nào bị chặn ?

A. Dãy (a_n) , với $a_n = \sqrt{n^3 + n}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

B. Dãy (b_n) , với $b_n = n^2 + \frac{1}{2n}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

C. Dãy (c_n) , với $c_n = (-2)^n + 3, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

D. Dãy (d_n) , với $d_n = \frac{3n}{n^3 + 2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 78. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = a \sin n + b \cos n$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?
A. Dãy số không bị chặn. B. Dãy số bị chặn.
C. Dãy số bị chặn dưới. D. Dãy số bị chặn trên

Câu 79. Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = (-1)^n$
A. Bị chặn. B. Không bị chặn. C. Bị chặn trên. D. Bị chặn dưới.

Câu 80. Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = 3n - 1$
A. Bị chặn. B. Bị chặn trên. C. Bị chặn dưới. D. Không bị chặn dưới.

Câu 81. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát (u_n) sau, dãy số nào bị chặn?

A. $u_n = n^2$. B. $u_n = 2^n$. C. $u_n = \frac{1}{n}$. D. $u_n = \sqrt{n+1}$.

Câu 82. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào bị chặn?

A. $u_n = \frac{1}{2^n}$. B. $u_n = 3^n$. C. $u_n = \sqrt{n+1}$. D. $u_n = n^2 + 1$.

Câu 83. Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$
A. Bị chặn. B. Không bị chặn. C. Bị chặn trên. D. Bị chặn dưới.

Câu 84. Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n) , biết: $u_n = \frac{2n-13}{3n-2}$

- A. Dãy số tăng, bị chặn.
B. Dãy số giảm, bị chặn.
C. Dãy số không tăng không giảm, không bị chặn.
D. Cả A, B, C đều sai.

$$u_n = \frac{n+1}{\sqrt{n^2+1}}$$

Câu 85. Xét tính bị chặn của các dãy số sau:

- A. Bị chặn. B. Không bị chặn. C. Bị chặn trên. D. Bị chặn dưới.

Câu 86. Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = 4 - 3n - n^2$

- A. Bị chặn. B. Không bị chặn. C. Bị chặn trên. D. Bị chặn dưới.

Câu 87. Trong các dãy số (u_n) sau, dãy số nào bị chặn?

- A. $u_n = n + \frac{1}{n}$. B. $u_n = n + 1$. C. $u_n = \frac{n}{2n^2 + 1}$. D. $u_n = n^2 + n + 1$.

Câu 88. Trong các dãy số (u_n) sau, dãy số nào bị chặn?

- A. $u_n = n - \sin 3n$ B. $u_n = \frac{n^2 + 1}{n}$ C. $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$ D. $u_n = n \cdot \sin(3n - 1)$

Câu 89. Trong các dãy số (u_n) cho dưới đây dãy số nào là dãy số bị chặn ?

- A. $u_n = \frac{n^3}{n^2 + 1}$. B. $u_n = n^2 + 2017$. C. $u_n = (-1)^n (n+2)$. D. $u_n = \frac{n}{n^2 + 1}$.

Câu 90. Xét tính tăng giảm và bị chặn của dãy số sau: $(u_n): u_n = \frac{n+1}{n+2}$

- A. Tăng, bị chặn. B. Giảm, bị chặn. C. Tăng, chặn dưới. D. Giảm, chặn trên.

Câu 91. Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n) , biết: $(u_n): u_n = n^3 + 2n + 1$

- A. Tăng, bị chặn. B. Giảm, bị chặn. C. Tăng, chặn dưới. D. Giảm, chặn trên.

Câu 92. Cho dãy số $(u_n): u_n = \frac{3n-1}{3n+1}$. Dãy số (u_n) bị chặn trên bởi số nào dưới đây?

- A. $\frac{1}{3}$. B. 1. C. $\frac{1}{2}$. D. 0.

Câu 93. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Mỗi dãy số tăng là một dãy số bị chặn dưới. B. Mỗi dãy số giảm là một dãy số bị chặn trên.
C. Mỗi hàm số là một dãy số. D. Mọi dãy số hữu hạn đều bị chặn.

Câu 94. Trong các dãy số (u_n) sau, dãy số nào bị chặn?

- A. $u_n = n^2 + 1$. B. $u_n = 1 - \frac{2}{3n}$. C. $u_n = n + \sin n$. D. $u_n = \sin^2 n$.

Câu 95. Xét tính bị chặn của dãy số sau $u_n = \frac{n^2 + n + 1}{n^2 - n + 1}$

- A. Bị chặn B. Không bị chặn C. Bị chặn trên D. Bị chặn dưới

Câu 96. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{-n}{n+1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Là dãy số không bị chặn.
B. Năm số hạng đầu của dãy là: $\frac{-1}{2}; \frac{-2}{3}; \frac{-3}{4}; \frac{-5}{5}; \frac{-5}{6}$.

C. Là dãy số tăng.

D. Năm số hạng đầu của dãy là: $\frac{-1}{2}; \frac{-2}{3}; \frac{-3}{4}; \frac{-4}{5}; \frac{-5}{6}$.

Câu 97. Trong các dãy số sau, dãy nào là dãy số bị chặn?

- A. $u_n = \frac{2n+1}{n+1}$. B. $u_n = 2n + \sin(n)$. C. $u_n = n^2$. D. $u_n = n^3 - 1$.

Câu 98. Chọn kết luận sai:

- A. Dãy số $(\frac{1}{2n-1})$ tăng và bị chặn trên. B. Dãy số $(\frac{1}{n+10})$ giảm và bị chặn dưới.
C. Dãy số $(\frac{1}{n^2})$ tăng và bị chặn trên. D. Dãy số $(\frac{1}{3 \cdot 2^n})$ giảm và bị chặn dưới.

Câu 99. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \cos n + \sin n$. Dãy số (u_n) bị chặn trên bởi số nào dưới đây?

- A. 0. B. 1.
C. $\sqrt{2}$. D. Không bị chặn trên.

Câu 100. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \sin n - \cos n$. Dãy số (u_n) bị chặn dưới bởi số nào dưới đây?

- A. 0. B. -1.
C. $-\sqrt{2}$. D. Không bị chặn dưới.

Câu 101. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \sqrt{3} \cos n - \sin n$. Dãy số (u_n) bị chặn dưới và chặn trên lần lượt bởi các số m và M nào dưới đây?

- A. $m = -2; M = 2$. B. $m = -\frac{1}{2}; M = \sqrt{3} + 1$.
C. $m = -\sqrt{3} + 1; M = \sqrt{3} - 1$. D. $m = -\frac{1}{2}; M = \frac{1}{2}$.

Câu 102. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = (-1)^n \cdot 5^{2n+5}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số (u_n) bị chặn trên và không bị chặn dưới.
B. Dãy số (u_n) bị chặn dưới và không bị chặn trên.
C. Dãy số (u_n) bị chặn.
D. Dãy số (u_n) không bị chặn.

Câu 103. Cho dãy số (u_n) , với $u_n = \frac{1}{1.4} + \frac{1}{2.5} + \dots + \frac{1}{n(n+3)}, \forall n = 1; 2; 3 \dots$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số (u_n) bị chặn trên và không bị chặn dưới.
B. Dãy số (u_n) bị chặn dưới và không bị chặn trên.
C. Dãy số (u_n) bị chặn.
D. Dãy số (u_n) không bị chặn.

Câu 104. Cho dãy số (u_n) , với $u_n = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}, \forall n = 2; 3; 4; \dots$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số (u_n) bị chặn trên và không bị chặn dưới.
- B. Dãy số (u_n) bị chặn dưới và không bị chặn trên.
- C. Dãy số (u_n) bị chặn.
- D. Dãy số (u_n) không bị chặn.

Câu 105. Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào là dãy số bị chặn?

- A. $u_n = \sqrt{n^2 + 1}$.
- B. $u_n = n + \frac{1}{n}$.
- C. $u_n = 2^n + 1$.
- D. $u_n = \frac{n}{n+1}$.

Câu 106. Cho dãy số (u_n) , xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 6 \\ u_{n+1} = \sqrt{6 + u_n}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\sqrt{6} \leq u_n < \frac{5}{2}$.
- B. $\sqrt{6} \leq u_n < 3$.
- C. $\sqrt{6} \leq u_n < 2$.
- D. $\sqrt{6} \leq u_n \leq 2\sqrt{3}$.

Câu 107. Cho dãy số (u_n) , với $u_n = \sin \frac{\pi}{n+1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Số hạng thứ $n+1$ của dãy là $u_{n+1} = \sin \frac{\pi}{n+1}$.
- B. Dãy số (u_n) là dãy số bị chặn.
- C. Dãy số (u_n) là một dãy số tăng.
- D. Dãy số (u_n) không tăng không giảm.

2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

Câu 108. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n^2 + 3n + 7}{n+1}$.
Hỏi dãy số trên có bao nhiêu số hạng nhận giá trị nguyên.

- A. 2.
- B. 4.
- C. 1.
- D. Không có.

Câu 109. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}(u_n + 1) \end{cases}$. Tìm số hạng u_4 .

- A. $u_4 = \frac{5}{9}$.
- B. $u_4 = 1$.
- C. $u_4 = \frac{2}{3}$.
- D. $u_4 = \frac{14}{27}$.

Câu 110. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + 2 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

$$u_2 = \frac{5}{2}.$$

A.

$$B. u_3 = \frac{15}{4}.$$

$$C. u_4 = \frac{31}{8}.$$

$$D. u_5 = \frac{63}{16}.$$

Câu 111. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 7 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3 \end{cases}$ khi đó u_5 bằng:

A. 317.

B. 157.

C. 77.

D. 112.

Câu 112. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là

A. -1; 2; 5.

B. 1; 4; 7.

C. 4; 7; 10

D. -1; 3; 7.

Câu 113. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + 5 \end{cases}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là

A. -3; 6; 9.

B. 3; -2; -7.

C. 3; 8; 13.

D. 3; 5; 7.

Câu 114. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_n = 2u_{n-1} + n^2 \end{cases} (n \geq 2)$. Số hạng thứ tư của dãy số đó bằng

A. 0.

B. 93.

C. 9.

D. 34.

Câu 115. Cho dãy số $(u_n): \begin{cases} u_1 = 0 \\ u_n = \frac{2}{u_{n-1}^2 + 1} \text{ khi } n \geq 2 \end{cases}$. Tính tổng số hạng thứ ba và thứ tư của dãy số đã cho

A. $\frac{308}{145}$.

B. $\frac{12}{5}$.

C. $\frac{64}{35}$.

D. 2.

Câu 116. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \left(\frac{n-1}{n+2}\right)^{2n+1}$. Tìm số hạng u_{n+1} .

$$A. u_{n+1} = \left(\frac{n-1}{n+2}\right)^{2n+3}.$$

$$B. u_{n+1} = \left(\frac{n}{n+3}\right)^{2n+3}.$$

$$C. u_{n+1} = \left(\frac{n}{n+3}\right)^{2n+1}.$$

$$D. u_{n+1} = \left(\frac{n}{n+3}\right)^{2n+2}.$$

A.

Câu 117. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_n = 2017 \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) + 2018 \cos\left(\frac{n\pi}{3}\right)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

$$A. u_{n+9} = u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

$$B. u_{n+15} = u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

$$C. u_{n+12} = u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

$$D. u_{n+6} = u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

Câu 118. Cho dãy số (u_n) có $u_1 = u_2 = 1$ và $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tính u_4 .

A. 5.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Câu 119. Cho dãy số $(u_n): \begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Số 20 là số hạng thứ mấy trong dãy?

A. 5.

B. 6.

C. 9.

D. 10.

Câu 120. Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Tìm số hạng thứ 5 của dãy số.

A. 16.

B. 12.

C. 15.

D. 14.

Câu 121. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases} (n \geq 1)$. Tìm công thức số hạng tổng quát của dãy số trên.

A. $u_n = 3^n$.

B. $u_n = 3^{n-1}$.

C. $u_n = 3^{n+1} - 2$.

D. $u_n = 3^n - 2$.

Câu 122. Cho dãy số có các số hạng đầu là: 0.1;0.01;0.001;0.0001... . Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng?

A. $u_n = \frac{0.0001}{n}$ ($n \geq 0$).

B. $u_n = \frac{0.0001}{n-1}$ ($n \geq 0$).

C. $u_n = \frac{1}{10^{n+1}}$.

D. $u_n = \frac{1}{10^{n+1}}$.

Câu 123. Cho dãy số có 4 số hạng đầu là: -1, 3, 19, 53. Hãy tìm một quy luật của dãy số trên và viết số hạng thứ 10 của dãy với quy luật vừa tìm.

A. $u_{10} = 97$

B. $u_{10} = 71$

C. $u_{10} = 1414$

D. $u_{10} = 971$

Câu 124. Cho dãy số (u_n) với $u_1 = 5$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = \frac{(n-1)n}{2}$.

B. $u_n = 5 + \frac{(n-1)n}{2}$.

C. $u_n = 5 + \frac{(n+1)n}{2}$.

D. $u_n = 5 + \frac{(n+1)(n+2)}{2}$.

Câu 125. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n} \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 1 + n$.

B. $u_n = 1 - n$.

C. $u_n = 1 + (-1)^{2n}$.

D. $u_n = n$.

Câu 126. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n+1} \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 2 - n$.

B. u_n không xác định.

C. $u_n = 1 - n$.

D. $u_n = -n$ với mọi n .

Câu 127. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^2 \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 1 + \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

B. $u_n = 1 + \frac{n(n-1)(2n+2)}{6}$.

C. $u_n = 1 + \frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$.

D. $u_n = 1 + \frac{n(n+1)(2n-2)}{6}$.

$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} - u_n = 2n - 1 \end{cases}$$

Câu 128. Cho dãy số (u_n) với . Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 2 + (n-1)^2$.

B. $u_n = 2 + n^2$.

C. $u_n = 2 + (n+1)^2$.

D. $u_n = 2 - (n-1)^2$.

$$\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = -2 - \frac{1}{u_n} \end{cases}$$

Câu 129. Cho dãy số (u_n) với . Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = -\frac{n-1}{n}$.

B. $u_n = \frac{n+1}{n}$.

C. $u_n = -\frac{n+1}{n}$.

D. $u_n = -\frac{n}{n+1}$.

$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$$

Câu 130. Cho dãy số (u_n) với . Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = \frac{1}{2} + 2(n-1)$.

B. $u_n = \frac{1}{2} - 2(n-1)$.

C. $u_n = \frac{1}{2} - 2n$.

D. $u_n = \frac{1}{2} + 2n$.

$$\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{2} \end{cases}$$

Câu 131. Cho dãy số (u_n) với . Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = (-1) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$.

B. $u_n = (-1) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$.

C. $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$.

D. $u_n = (-1) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$.

$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$$

Câu 132. Cho dãy số (u_n) với . Công thức số hạng tổng quát của dãy số này:

A. $u_n = n^{n-1}$.

B. $u_n = 2^n$.

C. $u_n = 2^{n+1}$.

D. $u_n = 2$.

$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$$

Câu 133. Cho dãy số (u_n) với . Công thức số hạng tổng quát của dãy số này:

A. $u_n = -2^{n-1}$.

B. $u_n = \frac{-1}{2^{n-1}}$.

C. $u_n = \frac{-1}{2^n}$.

D. $u_n = 2^{n-2}$.

$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^3, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

Câu 134. Cho dãy số (u_n) xác định bởi . Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất sao cho $\sqrt{u_n - 1} \geq 2039190$.

A. $n = 2017$.

B. $n = 2019$.

C. $n = 2020$.

D. $n = 2018$.

Câu 135. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2n + 1, n \geq 1 \end{cases}$. Giá trị của n để $-u_n + 2017n + 2018 = 0$ là

- A. Không có n . B. 1009. C. 2018. D. 2017.

Câu 136. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases} (n \geq 1)$. Xác định công thức của số hạng tổng quát.

- A. $u_n = 2n - 1$. B. $u_n = 3n - 2$.
C. $u_n = 4n - 3$. D. $u_n = 8n - 7$.

Câu 137. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$ và dãy số (v_n) xác định bởi $\begin{cases} v_1 = u_1 \\ v_{n+1} = v_n + u_{n+1} \end{cases} (n \geq 1)$. Xác định công thức tổng quát của dãy (v_n) .

- A. $v_n = \frac{n+1}{n+3}$. B. $v_n = \frac{2n}{3n+1}$.
C. $v_n = \frac{n+2}{n+4}$. D. $v_n = \frac{n}{n+1}$.

Câu 138. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = u_2 = 1 \\ u_n - 2u_{n-1} + u_{n-2} = 2 \end{cases} (n \geq 3)$. Tìm công thức số hạng tổng quát của dãy số đó.

- A. $u_n = n^2 + 3n - 2$. B. $u_n = n^2 - 4n + 3$.
C. $u_n = n^2 - 3n - 2$. D. $u_n = n^2 - 3n + 3$.

Câu 139. Tìm công thức tổng quát của dãy số cho bởi $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3 - 3n \end{cases}$

- A. $u_n = 2n + 3$. B. $u_n = 3n + 2$.
C. $u_n = 3^n + 2$. D. $u_n = 2^n + 3n$.

Câu 140. Tìm số hạng tổng quát của dãy số cho bởi công thức truy hồi sau $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 2 + \frac{1}{2}n \end{cases}$

- A. $u_n = 4 - \frac{1}{2^n}$. B. $u_n = 4 - \frac{2}{2^n}$.
C. $u_n = 4 - \frac{1}{2^{n-2}}$. D. $u_n = 4 + \frac{1}{2^{n-1}}$.

Câu 141. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{1 - u_n} \end{cases}$. Đặt $v_n = \frac{1 + u_n}{u_n}$. Tìm công thức số hạng tổng quát của dãy số (v_n) .

A. $v_n = \frac{6}{11+n}$.

B. $v_n = \frac{2}{1+3n}$.

C. $v_n = \frac{2}{1-2n}$.

D. $v_n = \frac{3}{2} - n$.

Câu 142. Xác định công thức tính số hạng tổng quát u_n theo n của dãy số sau: $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases}$.

A. $u_n = 2n + 1$.

B. $u_n = 2n - 1$.

C. $u_n = 2^n + 1$.

D. $u_n = 2^n - 1$.

Câu 143. Xác định công thức tính số hạng tổng quát u_n theo n của dãy số sau: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^3 \end{cases} \quad \forall n \geq 1$.

A. $u_n = \frac{n^2(n-1)^2}{4}$.

B. $u_n = 1 + \frac{n^2(n-1)^2}{4}$.

C. $u_n = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$.

D. $u_n = 1 - \frac{n^2(n-1)^2}{4}$.

Câu 144. Cho dãy số (u_n) biết $(u_n): \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_n = \frac{3u_{n-1} + 1}{4} \quad \forall n \geq 2 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng

B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm

D. Cả A, B đều đúng

Câu 145. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào tăng?

A. $u_n = \frac{\sin n}{n}$.

B. $u_n = \frac{\sqrt{n^2+1}}{2n+1}$.

C. $u_n = \frac{3^n}{n^2}$.

D. $u_n = 4n^3 - 3n^2 + 1$.

Câu 146. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = \frac{1}{3}u_{n-1} + \frac{5}{3} \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng

B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm

D. Cả A, B, C đều sai

Câu 147. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + 3}, \quad \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng

B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm

D. Cả A, B, C đều đúng

Câu 148. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n}{3+u_n} \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng

B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm

D. Có $u_{10} = 2$

Câu 149. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{n+n}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Có hữu hạn số hạng

Câu 150. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1, u_2 = 2 \\ u_{n+2} = au_{n+1} + (1-a)u_n \end{cases} \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tìm tất cả các giá trị của a để (u_n) tăng?
A. $a > 0$. **B.** $0 < a < 1$. **C.** $a < 1$. **D.** $a > 1$.

Câu 151. Cho (u_n) biết $u_n = \frac{an+b}{cn+d}$ và $c > 0, d > 0$. Khi đó điều kiện đủ để dãy số (u_n) tăng là?
A. $a < 0, b < 0$. **B.** $a > 0, b > 0$. **C.** $a > 0, b < 0$. **D.** $a < 0, b > 0$.

Câu 152. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n^2 + 1}{4} \end{cases} \forall n \in \mathbb{N}^*$ Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Là dãy số không đổi

Câu 153. Với giá trị nào của a thì dãy số (u_n) , với $u_n = \frac{na+2}{n+1}$, là dãy số tăng?
A. $a \geq 2$. **B.** $a < 2$. **C.** $a \leq 2$. **D.** $a > 2$.

Câu 154. Gọi A là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của a thuộc đoạn $[-5; 5]$ sao cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{an^2+1}{2n^2+3}$ là một dãy số tăng. Hỏi tập hợp A có bao nhiêu phần tử?
A. 6. **B.** 11. **C.** 5. **D.** Vô số.

Câu 155. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n+1}{3^n}$. Biết hiệu $u_{n+1} - u_n = \frac{\frac{a}{c}n + \frac{b}{c}}{3^n}$ trong đó $\frac{a}{c}, \frac{b}{c}$ là các phân số tối giản. Tính tổng $\frac{a}{c} + \frac{b}{c}$.

A. 1. **B.** -1. **C.** $-\frac{1}{3}$. **D.** -3.

Câu 156. Cho dãy số tăng (u_n) với $u_n = \frac{an+3}{bn+1}$, với a, b là hai số thực dương. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $3b - a < 0$. **B.** $a < 3b$. **C.** $a + 3b > 0$. **D.** $a - 3b + 6 > 0$.

Câu 157. dãy số (u_n) xác định bởi $u_n = \sqrt{2010 + \sqrt{2010 + \dots + \sqrt{2010}}}$ (n dấu căn) Khẳng định nào sau đây là đúng?
A. Tăng **B.** Giảm **C.** Không tăng, không giảm **D.** Bị chặn

Câu 158. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 1 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?
A. Dãy số bị chặn. **B.** Dãy số bị chặn trên.
C. Dãy số bị chặn dưới. **D.** Không bị chặn

Câu 159. Xét tính bị chặn của các dãy số sau $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{2.4} + \dots + \frac{1}{n.(n+2)}$
A. Bị chặn **B.** Không bị chặn **C.** Bị chặn trên **D.** Bị chặn dưới

Câu 160. Xét tính bị chặn của các dãy số sau $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$
A. Bị chặn **B.** Không bị chặn **C.** Bị chặn trên **D.** Bị chặn dưới

Câu 161. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{1.3.5 \dots (2n-1)}{2.4.6.2n}$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?
A. Dãy số bị chặn dưới. **B.** Dãy số bị chặn trên.
C. Dãy số không bị chặn. **D.** Dãy số bị chặn

Câu 162. Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n) , biết: $u_n = \frac{n^2 + 3n + 1}{n+1}$
A. Tăng, bị chặn trên. **B.** Tăng, bị chặn dưới. **C.** Giảm, bị chặn trên. **D.** Cả A, B, C đều sai.

Câu 163. Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n) , biết: $u_n = \frac{1}{\sqrt{1+n+n^2}}$
A. Tăng, bị chặn trên. **B.** Tăng, bị chặn dưới. **C.** Giảm, bị chặn. **D.** Cả A, B, C đều sai.

Câu 164. Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n) , biết: $u_n = \frac{2^n}{n!}$
A. Tăng, bị chặn trên. **B.** Tăng, bị chặn dưới. **C.** Giảm, bị chặn. **D.** Cả A, B, C đều sai.

Câu 165. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \cos n + \sin n$. Dãy số (u_n) bị chặn dưới bởi số nào dưới đây?
A. 0. **B.** -1. **C.** $-\sqrt{2}$. **D.** Không bị chặn dưới.

Câu 166. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \sqrt{3} \cos n - \sin n$. Dãy số (u_n) bị chặn dưới và chặn trên lần lượt bởi các số m và M nào dưới đây?

A. $m = -2; M = 2$. **B.** $m = -\frac{1}{2}; M = \sqrt{3} + 1$.

C. $m = -\sqrt{3} + 1; M = \sqrt{3} - 1$. **D.** $m = -\frac{1}{2}; M = \frac{1}{2}$.

Câu 167. Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n) , biết: $u_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$.
A. Dãy số tăng, bị chặn. **B.** Dãy số tăng, bị chặn dưới.
C. Dãy số giảm, bị chặn trên. **D.** Cả A, B, C đều sai.

$$(u_n): \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 1}{2}, \quad \forall n \geq 2 \end{cases}$$

Câu 168. Xét tính tăng giảm và bị chặn của dãy số sau:

- A. Tăng, bị chặn. B. Giảm, bị chặn.
C. Tăng, chặn dưới, không bị chặn trên. D. Giảm, chặn trên, không bị chặn dưới.

Câu 169. Cho hai dãy số $(x_n); (y_n)$ xác định: $\begin{cases} x_1 = \sqrt{3} \\ y_1 = \sqrt{3} \end{cases}$ và $\begin{cases} x_n = x_{n-1} + \sqrt{1 + x_{n-1}^2} \\ y_n = \frac{y_{n-1}}{1 + \sqrt{1 + y_{n-1}^2}} \end{cases}, \quad \forall n \geq 2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $1 < x_n y_n < 2, \quad \forall n \geq 2$. B. $3 < x_n y_n < 4, \quad \forall n \geq 2$.
C. $4 < x_n y_n < 5, \quad \forall n \geq 2$. D. $2 < x_n y_n < 3, \quad \forall n \geq 2$.

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com
<https://www.vnteach.com>