

PHẦN D. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1. Cho $f(x)$ là hàm số có đạo hàm cấp hai liên tục trên đoạn $[a; b]$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\int_a^b f''(x)dx = f'(b) - f'(a)$.

b) $\int_a^b f''(x)dx = f(b) - f(a)$.

c) $\int_a^b f''(x)dx = f'(a) - f'(b)$.

d) $\int_a^b f''(x)dx = f(a) - f(b)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

Câu 2. Giả sử $v(t)$ là phương trình vận tốc của một vật chuyển động theo thời gian t (giây), $a(t)$ là phương trình gia tốc của vật đó chuyển động theo thời gian t (giây). Xét chuyển động trong khoảng thời gian từ c (giây) đến b (giây). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\int_c^b a(t)dt = v(b) - v(c)$.

b) $\int_c^b v(t)dt = a(b) - a(c)$.

c) $\int_c^b v'(t)dt = v(c) - v(b)$.

d) $\int_c^b v'(t)dt = v(b) - v(c)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Câu 3. Giả sử f là hàm số liên tục trên khoảng K và a, b, c là ba số bất kỳ trên khoảng K . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\int_a^a f(x)dx = 1$.

b) $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$

c) $\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx, c \in (a; b)$

d) $\int_a^b xf(x) dx = x \int_a^b f(x) dx$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

a) Sai Ta có: $\int_a^a f(x) dx = F(a) - F(a) = 0$

d) Sai

Câu 4. Kết quả của tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x - 1 - \sin x) dx$ được viết ở dạng $\pi \left(\frac{\pi}{a} - \frac{1}{b} \right) - 1$, $a, b \in \mathbb{Z}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai ?

a) $a + 2b = 8$

b) $a + b = 5$

c) $2a - 3b = 2$

d) $a - b = 2$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x - 1 - \sin x) dx = (x^2 - x + \cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi^2}{4} - \frac{\pi}{2} - 1 = \pi \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \right) - 1$$

Vậy $a = 4$, $b = 2$. Suy ra $a + b = 6$.

Câu 5. Cho $f(x)$, $g(x)$ là hai hàm số liên tục trên đoạn $[-1; 1]$ và $f(x)$ là hàm số chẵn, $g(x)$ là hàm số

lẻ. Biết $\int_0^1 f(x) dx = 5$; $\int_0^1 g(x) dx = 7$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\int_{-1}^1 f(x) dx = 10$

b) $\int_{-1}^1 [f(x) + g(x)] dx = 10$

c) $\int_{-1}^1 [f(x) - g(x)] dx = 10$

d) $\int_{-1}^1 g(x) dx = 14$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

Vì $f(x)$ là hàm số chẵn nên $\int_{-1}^1 f(x) dx = 2 \int_0^1 f(x) dx = 2 \cdot 5 = 10$

Vì $g(x)$ là hàm số lẻ nên $\int_{-1}^1 g(x) dx = 0$

$\Rightarrow \int_{-1}^1 [f(x) + g(x)] dx = 10$ và $\int_{-1}^1 [f(x) - g(x)] dx = 10$

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	2	4	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	↗ 0	↘ -1	↗ $f(4)$	↘ $-\infty$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\int_1^2 f'(x) dx = 1$

b) $\int_1^4 [3 + f'(x)] dx = f(4) + 3$

c) $\int_1^2 |f'(x)| dx = f(1) - f(2)$

d) Nếu $\int_1^4 |f'(x)| dx = 5$ thì $f(4) = 3$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

a) Sai. $\int_1^2 f'(x) dx = f(2) - f(1) = -1 - 0 = -1$

b) Sai. $\int_1^4 [3 + f'(x)] dx = f(4) + 9$

c) Đúng. $\int_1^2 |f'(x)| dx = - \int_1^2 f'(x) dx = f(1) - f(2)$

d) Đúng. Từ đồ thị, ta có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

$$\begin{aligned} 5 &= \int_1^4 |f'(x)| dx = \int_1^2 |f'(x)| dx + \int_2^4 |f'(x)| dx \Leftrightarrow 5 = - \int_1^2 f'(x) dx + \int_2^4 f'(x) dx \\ &\Leftrightarrow 5 = - [f(x)]_1^2 + [f(x)]_2^4 \Leftrightarrow 5 = - [f(2) - f(1)] + [f(4) - f(2)] \\ &\Leftrightarrow 5 = -2f(2) + f(1) + f(4) \Leftrightarrow 5 = -2 \cdot (-1) + 0 + f(4) \Leftrightarrow f(4) = 3. \end{aligned}$$

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) \geq x^4 + \frac{2}{x^2} - 2x \quad \forall x > 0$ và $f(1) = -1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Phương trình $f(x) = 0$ có 1 nghiệm trên $(0; 1)$.

b) Phương trình $f(x) = 0$ có đúng 3 nghiệm trên $(0; +\infty)$.

c) Phương trình $f(x) = 0$ có 1 nghiệm trên $(1; 2)$.

d) Phương trình $f(x) = 0$ có 1 nghiệm trên $(2; 5)$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------

$$f'(x) \geq x^4 + \frac{2}{x^2} - 2x = \frac{x^6 - 2x^3 + 2}{x^2} = \frac{(x^3 - 1)^2 + 1}{x^2} > 0 \quad \forall x > 0$$

$\Rightarrow y = f(x)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

$\Rightarrow f(x) = 0$ có nhiều nhất 1 nghiệm trên khoảng $(0; +\infty)$ (1).

$$f'(x) \geq x^4 + \frac{2}{x^2} - 2x > 0 \quad \forall x > 0 \Rightarrow \int_1^2 f'(x) dx \geq \int_1^2 \left(x^4 + \frac{2}{x^2} - 2x \right) dx = \frac{21}{5}$$

$$\Rightarrow f(2) - f(1) \geq \frac{21}{5} \Rightarrow f(2) \geq \frac{17}{5}$$

Kết hợp giả thiết ta có $y = f(x)$ liên tục trên $[1; 2]$ và $f(2) \cdot f(1) < 0$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra phương trình $f(x)=0$ có 1 nghiệm trên $(1;2)$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)=ax^2+bx+1(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $\int_0^1 f(x)dx=4$ và $\int_1^2 f(x)dx=14$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) $\int_2^1 f(x)dx=-14$.

b) $\int_0^2 f(x)dx=18$.

c) $a+b=6$.

d) $\int_0^3 f(x)dx=44$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

a) Mệnh đề a) đúng. $\int_2^1 f(x)dx=-\int_1^2 f(x)dx=-14$.

b) Mệnh đề b) đúng. Ta có: $\int_0^1 f(x)dx=4, \int_1^2 f(x)dx=14$.

Suy ra $\int_0^2 f(x)dx=\int_0^1 f(x)dx+\int_1^2 f(x)dx=4+14=18$

c) Mệnh đề c) sai. Ta có:

$$\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1 (ax^2+bx+1)dx=\left(\frac{ax^3}{3}+\frac{bx^2}{2}+x\right)\bigg|_0^1=\frac{a}{3}+\frac{b}{2}+1=4\Rightarrow\frac{a}{3}+\frac{b}{2}=3$$

$$\int_1^2 f(x)dx=\int_1^2 (ax^2+bx+1)dx=\left(\frac{ax^3}{3}+\frac{bx^2}{2}+x\right)\bigg|_1^2=\frac{7a}{3}+\frac{3b}{2}+1=14.\Rightarrow\frac{7a}{3}+\frac{3b}{2}=13$$

(2) Từ (1), (2) suy ra $a=3, b=4$. Vậy $a+b=7$.

d) Mệnh đề d) sai. Ta có: $f(x)=3x^2+4x+1$ nên $\int_0^3 (3x^2+4x+1)dx=48$.

Câu 9. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\int_1^1 |x|^3 dx = \left| \int_1^1 x^3 dx \right|$
- b) $\int_1^{2018} |x^4 - x^2 + 1| dx = \int_1^{2018} (x^4 - x^2 + 1) dx$
- c) $\int_2^3 |e^x (x+1)| dx = \int_2^3 e^x (x+1) dx$
- d) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \cos^2 x} dx = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------------	----------------	---------------	---------------

Ta có: $x^4 - x^2 + 1 = x^4 - 2x^2 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \left(x^2 - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0, \forall x \in \mathbf{R}$

Do đó: $\int_1^{2018} |x^4 - x^2 + 1| dx = \int_1^{2018} (x^4 - x^2 + 1) dx$

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + m & \text{khi } x < 1 \\ -2x + n & \text{khi } x \geq 1 \end{cases} (m, n \in \mathbf{R})$ liên tục trên $\mathbf{R}$ và thỏa mãn $\int_1^2 f(x) dx = 0$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $n = 3$
- b) $m = 1$
- c) $f(-1) = 7$
- d) $\int_0^2 f(x) dx = \frac{11}{6}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

a) Mệnh đề a) đúng Ta có: $\int_1^2 f(x) dx = \int_1^2 (-2x + n) dx = \left(-x^2 + nx\right)\Big|_1^2 = -3 + n = 0 \Rightarrow n = 3$

Vậy $n = 3$

b) Mệnh đề b) sai

Vì hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ nên $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 - 3x + m) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (-2x + 3) \Rightarrow m - 2 = 1 \Rightarrow m = 3$ Vậy $m = 3$.

c) Mệnh đề c) đúng.

Ta có: $f(x) = x^2 - 3x + 3$ khi $x < 1$ nên $f(-1) = 7$.

d) Mệnh đề d) đúng

Ta có: $\int_0^2 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx = \int_0^1 (x^2 - 3x + 3) dx + \int_1^2 (-2x + 3) dx = \frac{11}{6}$.

Câu 11. Cho f, g là hai hàm liên tục trên đoạn $[1; 3]$ thỏa: $\int_1^3 [f(x) + 3g(x)] dx = 10$, $\int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx = 6$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\int_1^3 f(x) dx + 3 \int_1^3 g(x) dx = 10$

b) $\int_1^3 f(x) dx - \int_1^3 g(x) dx = 6$

c) $\int_1^3 [f(x) + g(x)] dx = 6$

d) $\int_1^3 [2f(x) + g(x)] dx = 8$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

$$\int_1^3 [f(x) + 3g(x)] dx = 10 \Leftrightarrow \int_1^3 f(x) dx + 3 \int_1^3 g(x) dx = 10 \quad (1)$$

$$\int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx = 6 \Leftrightarrow 2 \int_1^3 f(x) dx - \int_1^3 g(x) dx = 6 \quad (2)$$

Đặt $X = \int_1^3 f(x) dx$, $Y = \int_1^3 g(x) dx$.

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} X + 3Y = 10 \\ 2X - Y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X = 4 \\ Y = 2 \end{cases}$$

Do đó ta được: $\int_1^3 f(x)dx = 4$ và $\int_1^3 g(x)dx = 2$

Vậy $\int_1^3 [f(x) + g(x)]dx = 4 + 2 = 6$

Và $\int_1^3 [2f(x) + g(x)]dx = 8 + 2 = 10$

Câu 12. Cho $\int f(x)dx = x^2 + x + C_1$, $\int g(x)dx = x^4 + x^3 + C_2$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $f(x) = 2x + 1$

b) $g(0) = 1$

c) $\int_0^1 g(x)dx = 3$

d) Khi đó $\int_0^1 f(x)g(x)dx$ bằng $\frac{51}{10}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Có: $\int f(x)dx = x^2 + x + C_1 \Rightarrow f(x) = 2x + 1$

+ $\int g(x)dx = x^4 + x^3 + C_2 \Rightarrow g(x) = 4x^3 + 3x^2 \Rightarrow \int_0^1 g(x)dx = 3$

Khi đó sử dụng máy tính ta được $\int_0^1 f(x)g(x)dx = \int_0^1 (2x+1).(4x^3 + 3x^2)dx = \frac{51}{10}$

Câu 13. Biết rằng hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ thỏa mãn $\int_0^1 f(x)dx = -\frac{7}{2}$, $\int_0^2 f(x)dx = -2$ và $\int_0^3 f(x)dx = \frac{13}{2}$.
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\int_1^2 f(x)dx = -\frac{11}{2}$

b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục tung tại điểm $I(0; -1)$

c) $a + b + c = -\frac{4}{3}$

d) $\int_2^5 f(x)dx = \frac{111}{2}$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------

Ta có: $\int f(x)dx = \int (ax^2 + bx + c)dx = \frac{a}{3}x^3 + \frac{b}{2}x^2 + cx + C$

Lại có: $\int_0^1 f(x)dx = -\frac{7}{2} \Rightarrow \left(\frac{a}{3}x^3 + \frac{b}{2}x^2 + cx \right) \Big|_0^1 = -\frac{7}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{3}a + \frac{1}{2}b + c = -\frac{7}{2} \quad (1)$

$\int_0^2 f(x)dx = -2 \Rightarrow \left(\frac{a}{3}x^3 + \frac{b}{2}x^2 + cx \right) \Big|_0^2 = -2 \Leftrightarrow \frac{8}{3}a + 2b + 2c = -2 \quad (2)$

$\int_0^3 f(x)dx = \frac{13}{2} \Rightarrow \left(\frac{a}{3}x^3 + \frac{b}{2}x^2 + cx \right) \Big|_0^3 = \frac{13}{2} \Leftrightarrow 9a + \frac{9}{2}b + 3c = \frac{13}{2} \quad (3)$

Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{3}a + \frac{1}{2}b + c = -\frac{7}{2} \\ \frac{8}{3}a + 2b + 2c = -2 \\ 9a + \frac{9}{2}b + 3c = \frac{13}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \\ c = -\frac{16}{3} \end{cases}$$

a) Sai vì

$$\begin{aligned} \int_0^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx &= \int_0^2 f(x)dx \\ \Rightarrow \int_1^2 f(x)dx &= \int_0^2 f(x)dx - \int_0^1 f(x)dx = -2 + \frac{7}{2} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

b) Sai. Vì đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục tung tại điểm $I\left(0; -\frac{16}{3}\right)$

c) Đúng. Vì $a + b + c = 1 + 3 + \left(-\frac{16}{3}\right) = -\frac{4}{3}$

d) Sai. Vì $\int_2^5 f(x)dx = \int_2^5 \left[x^2 + 3x - \frac{16}{3} \right] dx = \frac{109}{2}$

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = 3x^2 - 2x + 5$ có đạo hàm $f'(x)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\int_{-1}^2 f'(x)dx = 3$

b) $\int_0^1 f(x)dx = 7$

c) $\int_0^2 3f(x)dx = 42$

d) $\int_0^1 xf(x)dx = \frac{31}{12}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Đúng.

$$\int_{-1}^2 f'(x)dx = f(x) \Big|_{-1}^2 = f(2) - f(-1) = 13 - 10 = 3.$$

b) Sai.

$$\int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 (3x^2 - 2x + 5)dx = (x^3 - x^2 + 5x) \Big|_0^1 = 5$$

c) Đúng.

$$\int_0^2 3f(x)dx = 3 \int_0^2 (3x^2 - 2x + 5)dx = 3(x^3 - x^2 + 5x) \Big|_0^2 = 42.$$

d) Đúng.

$$\int_0^1 xf(x)dx = \int_0^1 (3x^3 - 2x^2 + 5x)dx = \left(\frac{3}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 \right) \Big|_0^1 = \frac{31}{12}$$

Câu 15. Cho hai hàm số $f(x) = e^x$ và $g(x) = 2e^x - 3$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\int_0^{\ln 2} g(x)dx = 2 - 3 \ln 2$

b) $2 \int_0^2 f(x)dx = 3 + \int_0^2 g(x)dx$

c) $\int_{\frac{1}{2}}^7 [2f(x) - g(x)]dx = -15$

d) Nếu $\int_0^1 f(x) \cdot g(x) dx = a \cdot e^2 + b \cdot e + c$ (với a, b, c là các số nguyên) thì $a + b + c = 0$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Đúng.

$$\int_0^{\ln 2} g(x) dx = \int_0^{\ln 2} (2e^x - 3) dx = (2e^x - 3x) \Big|_0^{\ln 2} = 2 - 3 \ln 2.$$

b) Sai.

$$\int_0^2 g(x) dx = \int_0^2 [2f(x) - 3] dx = 2 \int_0^2 f(x) dx - 6$$

$$\text{Suy ra } 2 \int_0^2 f(x) dx = 6 + \int_0^2 g(x) dx.$$

c) Sai.

$$\int_2^7 [2f(x) - g(x)] dx = \int_2^7 [2e^x - (2e^x - 3)] dx = \int_2^7 3 dx = 15$$

d) Đúng.

$$\int_0^1 f(x) \cdot g(x) dx = \int_0^1 (2e^{2x} - 3e^x) dx = \left(2 \frac{e^{2x}}{\ln e^2} - 3e^x \right) \Big|_0^1 = (e^{2x} - 3e^x) \Big|_0^1 = e^2 - 3e + 2.$$

$$\text{Suy ra } a = 1, b = -3, c = 2.$$

$$\text{Vậy } a + b + c = 1 - 3 + 2 = 0.$$

Câu 16. Cho hàm số $f(x) = x \sin x$ có đạo hàm là $f'(x)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

$$\text{a) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2f'(x) dx = \pi.$$

$$\text{b) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f'(x) - \sin x] dx = \frac{\pi}{2}.$$

$$\text{c) } \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{f(x)}{\sin x} dx = \frac{5\pi}{72}.$$

d) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x^2}{[f(x)]^2} dx = 1$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

a) Đúng.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2f'(x) dx = 2f(x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 2 \left[f\left(\frac{\pi}{2}\right) - f(0) \right] = 2 \left(\frac{\pi}{2} \cdot \sin \frac{\pi}{2} - 0 \cdot \sin 0 \right) = 2 \cdot \frac{\pi}{2} = \pi.$$

b) Sai.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} [f'(x) - \sin x] dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x) dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} (-\sin x) dx = x \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} - 1.$$

c) Sai.

$$\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{f(x)}{\sin x} dx = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} x dx = \frac{x^2}{2} \Big|_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi^2}{4} - \frac{\pi^2}{9} \right) = \frac{5\pi^2}{72}$$

d) Đúng.

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x^2}{[f(x)]^2} dx = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = 1$$

Câu 17. Trên khoảng $(0; +\infty)$, cho hàm số $f(x) = \frac{1 - 3\sqrt{x}}{x}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\int_1^4 f'(x) dx = \frac{3}{4}$

b) $\int_1^4 f(x) dx = -6 + \ln 4$

c) $\int_1^4 xf(x) dx = 11$

d) $\int_1^4 [f'(x) + 2xf(x)] dx = \frac{91}{4}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng.

$$\int_1^4 f'(x) dx = f(x) \Big|_1^4 = \frac{1-3\sqrt{4}}{4} - \frac{1-3\sqrt{1}}{1} = \frac{3}{4}.$$

b) Đúng.

$$\int_1^4 f(x) dx = \int_1^4 \left(\frac{1}{x} - 3x^{-\frac{1}{2}} \right) dx = (\ln x - 6\sqrt{x}) \Big|_1^4 = (\ln 4 - 6.2) - (\ln 1 - 6) = \ln 4 - 6.$$

c) Sai.

$$\int_1^4 xf(x) dx = \int_1^4 \left(1 - 3x^{\frac{1}{2}} \right) dx = \left(x - 2x^{\frac{3}{2}} \right) \Big|_1^4 = (4 - 16) - (1 - 2) = -11.$$

d) Sai.

$$\begin{aligned} \int_1^4 [f'(x) + 2x \cdot f(x)] dx &= \int_1^4 f'(x) dx + 2 \cdot \int_1^4 xf(x) dx \\ &= \frac{3}{4} + 2 \cdot (-11) = -\frac{85}{4}. \end{aligned}$$

Câu 18. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & \text{khi } x \leq 1 \\ 3x^2 - 2 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $F(x) = \begin{cases} x^2 - x + C_1 & \text{khi } x \leq 1 \\ x^3 - 2x + C_2 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$.

b) $\int_{-1}^1 f(x) dx = -2$.

c) $\int_1^3 f(x) dx = 20$.

d) $\int_{-1}^3 f(x) dx = 22$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng.

Khi $x < 1$, ta có: $\int f(x) dx = \int (2x - 1) dx = x^2 - x + C_1$.

Khi $x > 1$, ta có: $\int f(x)dx = \int (3x^3 - 2)dx = x^3 - 2x + C_2$.

Vì $F(x)$ liên tục tại $x=1$ nên
$$F(x) = \begin{cases} x^2 - x + C_1 & \text{khi } x \leq 1 \\ x^3 - 2x + C_2 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$$

b) Đúng.

$$\int_{-1}^1 f(x)dx = \int_{-1}^1 (2x - 1)dx = (x^2 - x) \Big|_{-1}^1 = (1^2 - 1) - [(-1)^2 - (-1)] = -2.$$

c) Sai.

$$\int_1^3 f(x)dx = \int_1^3 (3x^2 - 2)dx = (x^3 - 2x) \Big|_1^3 = (3^3 - 2 \cdot 3) - (1^3 - 2 \cdot 1) = 22.$$

d) Sai.

$$\int_{-1}^3 f(x)dx = \int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^3 f(x)dx = -2 + 22 = 20$$

Câu 19. Cho các hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^1 f(x)dx = 2, \int_0^1 g(x)dx = 5$.
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\int_0^1 8f(x)dx = 8 \int_0^1 g(x)dx$

b) $\int_0^1 3g(x)dx = 3 \int_0^1 f(x)dx$

c) $\int_0^1 (8f(x) - 3g(x))dx = \int_0^1 8f(x)dx - 3 \int_0^1 g(x)dx$

d) $\int_0^1 (8f(x) - 3g(x))dx = 34$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------

a) $\int_0^1 8f(x)dx = 8 \int_0^1 f(x)dx \neq 8 \int_0^1 g(x)dx$

b) $\int_0^1 3g(x)dx = 3 \int_0^1 g(x)dx \neq 3 \int_0^1 f(x)dx$

$$c) \int_0^1 (8f(x) - 3g(x))dx = \int_0^1 8f(x)dx - 3 \int_0^1 g(x)dx$$

$$d) \int_0^1 (8f(x) - 3g(x))dx = 8.2 - 5.3 = 1$$

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

$$a) \text{ Nếu } \int_{-1}^1 f(x)dx = 2 \text{ thì } \int_{-1}^1 4f(x)dx = 6$$

$$b) \text{ Nếu } \int_1^3 f(x)dx = 5 \text{ và } \int_1^5 f(x)dx = 3 \text{ thì } \int_3^5 f(x)dx = -2$$

$$c) \text{ Nếu } f(x) = x^2 - 2x, F(0) = 1 \text{ thì } F(2) = 1$$

$$d) \text{ Nếu } f(x) = x^2 - 2x \text{ thì } \int_0^3 x^2 - 2x dx = \frac{8}{3}$$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

$$a) \text{ Ta có: } \int_{-1}^1 4f(x)dx = 4 \int_{-1}^1 f(x)dx = 4.2 = 8 \text{ . suy ra mệnh đề sai}$$

$$b) \text{ Ta có: } \int_1^3 f(x)dx + \int_3^5 f(x)dx = \int_1^5 f(x)dx$$

$$\Leftrightarrow 5 + \int_3^5 f(x)dx = 3 \Leftrightarrow \int_3^5 f(x)dx = -2 \text{ . suy ra mệnh đề đúng}$$

$$c) \text{ Ta có: } F(x) = \int f(x)dx = \int (x^2 - 2x)dx = \frac{x^3}{3} - x^2 + C$$

$$F(0) = 1 \Rightarrow \frac{0^3}{3} - 0^2 + C = 1 \Rightarrow C = 1$$

$$\Rightarrow F(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 + 1$$

$$\Rightarrow F(2) = \frac{2^3}{3} - 2^2 + 1 = -\frac{1}{3} \text{ . suy ra mệnh đề sai}$$

d) Ta có :
$$\int_0^3 |x^2 - 2x| dx = \int_0^2 |x^2 - 2x| dx + \int_2^3 |x^2 - 2x| dx$$

$$= \int_0^2 (-x^2 + 2x) dx + \int_2^3 (x^2 - 2x) dx = \frac{8}{3}$$
 . suy ra mệnh đề đúng

Câu 21. Cho hàm số $f(x) = 4x^3 + x$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\int_3^5 f(x) dx = 552$

b) Biết $F(1) = 4$ thì $F(2) = \frac{41}{2}$.

c) $\int_0^2 (1 + 2x + f(x)) dx = 20$

d) Biết $\int_{-2}^1 |f(x)| dx = \frac{39}{2}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

a) Ta có: $\int_3^5 (4x^3 + x) dx = 552$. suy ra mệnh đề đúng

b) Ta có: $F(x) = \int f(x) dx = \int (4x^3 + x) dx = x^4 + \frac{x^2}{2} + C$

$$F(1) = 4 \Rightarrow 1^4 + \frac{1^2}{2} + C = 4 \Rightarrow C = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow F(x) = x^4 + \frac{x^2}{2} + \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow F(2) = 2^4 + \frac{2^2}{2} + \frac{5}{2} = \frac{41}{2}$$
 . suy ra mệnh đề đúng

c) Ta có: $\int_0^2 (1 + 2x + f(x)) dx = \int_0^2 (1 + 2x + 4x^3 + x) dx = \int_0^2 (4x^3 + 3x + 1) dx = \left(x^4 + \frac{3}{2}x^2 + x \right) \Big|_0^2$

$$= \left(2^4 + \frac{3}{2} \cdot 2^2 + 2 \right) - 0 = 24$$
 . suy ra mệnh đề sai

d) Ta có :

$$\int_{-2}^1 |f(x)| dx = \int_{-2}^1 |4x^3 + x| dx = \int_{-2}^0 (-4x^3 - x) dx + \int_0^1 (4x^3 + x) dx = 18 + \frac{3}{2} = \frac{39}{2} . \text{ suy ra mệnh đề đúng}$$

Câu 22. Cho hàm số $f(x) = \sin 2x$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\int_0^{\pi} f(x) dx = 0$.

b) Biết $F(0) = \frac{1}{2}$ thì $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$.

c) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x - f(x)) dx = 2$

d) Biết $\int_{-\pi}^{\pi} |f(x)| dx = 4$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Ta có: $\int_0^{\pi} \sin 2x dx = \left(-\frac{1}{2} \cos 2x \right) \Big|_0^{\pi} = -\frac{1}{2} \cos 2\pi - \left(-\frac{1}{2} \cos 0 \right) = 0$. suy ra mệnh đề đúng

b) Ta có: $F(x) = \int f(x) dx = \int \sin 2x dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + C$

$$F(0) = \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{1}{2} \cos 0 + C = \frac{1}{2} \Rightarrow C = 1$$

$$\Rightarrow F(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x + 1$$

$$\Rightarrow F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{2} \cos \left(2 \cdot \frac{\pi}{2} \right) + 1 = \frac{3}{2} . \text{ suy ra mệnh đề sai}$$

c) Ta có: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x - \sin 2x) dx = \left(\sin x + \frac{1}{2} \cos 2x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$

$$= \left(\sin \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} \cos 2 \cdot \frac{\pi}{2} \right) - \left(\sin 0 + \frac{1}{2} \cos 0 \right) = 0 . \text{ suy ra mệnh đề sai}$$

d) Ta có :

$$\int_{-\pi}^{\pi} |f(x)| dx = 2 \int_0^{\pi} |\sin 2x| dx = 2 \cdot \int_0^{\pi} \sin 2x dx = 2 \cdot 2 = 4$$

. suy ra mệnh đề đúng.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x) = 2x - 4$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\int_{-2}^{-2} f(x) dx = 0$

b) $\int_1^4 f^2(x) dx = 7$

c) $\int_{-2}^5 |f(x)| dx = 3^m \cdot 5^n$ với $m^2 + n^2 = 16$.

d) $F(a) = \int_0^a f(x) dx$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $a = 2$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

a) Ta có: $\int_{-2}^{-2} f(x) dx = 0$. Suy ra mệnh đề đúng.

b) Ta có: $\int_1^4 f^2(x) dx = \int_1^4 (2x - 4)^2 dx = \int_1^4 (4x^2 - 16x + 16) dx = \left(\frac{4}{3}x^3 - 8x^2 + 16x \right) \Big|_1^4 = 12$.

Suy ra mệnh đề sai.

c) Ta có:

$$\int_{-2}^5 |f(x)| dx = \int_{-2}^5 |2x - 4| dx = \int_{-2}^2 (4 - 2x) dx + \int_2^5 (2x - 4) dx = (4x - x^2) \Big|_{-2}^2 + (x^2 - 4x) \Big|_2^5 = 25 = 3^0 \cdot 5^2$$

Suy ra $m = 0, n = 2 \Rightarrow m^2 + n^2 = 4$. Suy ra mệnh đề sai.

d) $F(a) = \int_0^a f(x) dx = \int_0^a (2x - 4) dx = (x^2 - 4x) \Big|_0^a = a^2 - 4a = (a - 2)^2 - 4 \geq -4$

Suy ra $F(a)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng -4 khi $a = 2$. Suy ra mệnh đề đúng.

Câu 24. Cho $a < 5 < b$ và $I = \int_a^b |x - 5| dx$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $I = - \int_a^5 |x - 5| dx + \int_5^b |x - 5| dx$
- b) $\int_a^5 |x - 5| dx = \int_a^5 (5 - x) dx = \left(5x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_a^5 = \frac{25}{2} - \left(5a - \frac{a^2}{2} \right)$
- c) $\int_5^b |x - 5| dx = \int_5^b (x - 5) dx = \left(\frac{x^2}{2} - 5x \right) \Big|_5^b = \left(\frac{b^2}{2} - 5b \right) + \frac{25}{2}$
- d) $I = \frac{a^2 + b^2}{2} - 5a - 5b + 50$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

- a) $I = \int_a^5 |x - 5| dx + \int_5^b |x - 5| dx$
- b) $\int_a^5 |x - 5| dx = \int_a^5 (5 - x) dx = \left(5x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_a^5 = \frac{25}{2} - \left(5a - \frac{a^2}{2} \right)$
- c) $\int_5^b |x - 5| dx = \int_5^b (x - 5) dx = \left(\frac{x^2}{2} - 5x \right) \Big|_5^b = \left(\frac{b^2}{2} - 5b \right) + \frac{25}{2}$
- d) $I = \frac{a^2 + b^2}{2} - 5a - 5b + 50$

Câu 25. Một ô tô đang chạy với vận tốc $18(m/s)$ thì người lái hãm phanh. Sau khi hãm phanh ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 18 - 36t(m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian được tính bằng giây kể từ lúc ô tô bắt đầu hãm phanh. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau đây:

- a) Thời gian kể từ lúc hãm phanh đến lúc xe dừng hẳn là 1,5 giây.
- b) Quãng đường xe đi được sau 0,3 giây kể từ lúc hãm phanh là 3 mét.
- c) Quãng đường kể từ lúc hãm phanh đến lúc xe dừng hẳn là 4,5 mét.
- d) Gia tốc tức thời của chuyển động này là $36(m/s^2)$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------

- a) Lúc hãm phanh thì $v(t_1) = 0 \Rightarrow 18 - 36t_1 = 0 \Rightarrow t_1 = 0,5$ giây. Suy ra mệnh đề sai.

b) Quãng đường xe đi được sau 0,3 giây kể từ lúc hãm phanh là

$$s = \int_0^{0,3} (18 - 36t) dt = (18t - 18t^2) \Big|_0^{0,3} = 3,78$$

. Suy ra mệnh đề sai.

c) Với $t_1 = 0,5$ giây thì quãng đường kể từ lúc hãm phanh đến lúc xe dừng hẳn là

$$s_1 = \int_0^{0,5} (18 - 36t) dt = (18t - 18t^2) \Big|_0^{0,5} = 4,5$$

. Suy ra mệnh đề đúng.

d) Gia tốc tức thời của chuyển động này là $a = v'(t) = -36(m/s^2)$. Suy ra mệnh đề sai.

Câu 26. Một chất điểm chuyển động trên trục Ox với vận tốc thay đổi theo thời gian $v = f(t)(m/s)$ trong đó đơn vị của thời gian t là giây (s). Biết $v = f(t) = 30 - 5t(m/s)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Quãng đường $s(t)$ chất điểm đó chuyển động trên trục Ox từ thời điểm nào đó đến thời điểm t thỏa mãn $s'(t) = f(t)$.

b) Quãng đường chất điểm đó chuyển động trên trục Ox từ thời điểm t_1 đến thời điểm t_2 là

$$s = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

, trong đó đơn vị của s là mét.

c) Quãng đường chất điểm đó chuyển động trên trục Ox từ thời điểm nào đó đến thời điểm t là $s = 30t - 5t^2 + C$ trong đó đơn vị của s là mét, C là một hằng số nào đó.

d) Quãng đường chất điểm đó đi được từ thời điểm $t_1 = 1s$ đến thời điểm $t_2 = 2s$ là $22,5m$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

$$s = \int_1^2 (30 - 5t) dt = \left(30t - \frac{5t^2}{2} \right) \Big|_1^2 = 22,5(m)$$

Câu 27. Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 2t(m/s)$, trong đó thời gian t tính bằng giây. Sau khi chuyển động được 12 giây thì ô tô gặp chướng ngại vật và người tài xế phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v_2(t)$ và gia tốc là $a = -8(m/s^2)$ cho đến khi dừng hẳn. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Quãng đường ô tô chuyển động nhanh dần đều là $144m$.

b) Vận tốc của ô tô tại thời điểm người tài xế phanh gấp là $24m/s$.

c) Thời gian từ lúc ô tô giảm tốc độ cho đến khi dừng hẳn là 3 giây.

d) Tổng quãng đường ô tô chuyển động từ lúc xuất phát đến khi dừng hẳn là $168m$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Đúng.

$$\int_0^{12} v_1(t) dt = \int_0^{12} 2t dt = t^2 \Big|_0^{12} = 144$$

b) Đúng.

$$v_1(12) = 2 \cdot 12 = 24 (m/s).$$

c) Đúng.

$$v_2(t) = 24 - 8(t - 12) = 120 - 8t; v_2(t) = 0 \Leftrightarrow t = 15.$$

Thời gian từ lúc ô tô giảm tốc độ cho đến khi dừng hẳn là $15 - 12 = 3$ (giây).

d) Sai.

$$S = \int_0^{15} |v(t)| dt = \int_0^{12} v_1(t) dt + \int_{12}^{15} v_2(t) dt; S_1 = \int_0^{12} v_1(t) dt = \int_0^{12} 2t dt = t^2 \Big|_0^{12} = 144$$

$$S_2 = \int_{12}^{15} v_2(t) dt = \int_{12}^{15} (120 - 8t) dt = (120t - 4t^2) \Big|_{12}^{15} = 36$$

Vậy $S = S_1 + S_2 = 144 + 36 = 180 (m)$.

Câu 28. Một vật chuyển động với gia tốc $a(t) = 2 \cos t (m/s^2)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Tại thời điểm bắt đầu chuyển động, vật có vận tốc bằng 0. Khi đó, vận tốc của vật được biểu diễn bởi hàm số $v(t) = 2 \sin t (m/s)$.

b) Vận tốc của vật tại thời điểm $t = \frac{\pi}{2}$ là $1 m/s$.

c) Quãng đường vật đi được từ thời điểm $t = 0(s)$ đến thời điểm $t = \pi(s)$ là $4 m$.

d) Quãng đường vật đi được từ thời điểm $t = \frac{\pi}{2}(s)$ đến thời điểm $t = \frac{3\pi}{4}(s)$ là $2 m$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

- Ta có $v(t) = \int a(t) dt = \int 2 \cos t dt = 2 \sin t + C$. Mà tại thời điểm bắt đầu chuyển động, vật có vận tốc bằng 0 nên ta có $v(0) = 0$ hay $C = 0$. Vậy $v(t) = 2 \sin t$.

- Vận tốc của vật tại thời điểm $t = \frac{\pi}{2}$ là $v\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \sin \frac{\pi}{2} = 2 (m/s)$.

- Quãng đường vật đi được từ thời điểm $t=0(s)$ đến thời điểm $t=\pi(s)$ là:

$$\int_0^{\pi} v(t) dt = \int_0^{\pi} 2 \sin t dt = -2 \cos t \Big|_0^{\pi} = -2 \cos \pi - (-2 \cos 0) = 4(m).$$

- Quãng đường vật đi được từ thời điểm $t=\frac{\pi}{2}(s)$ đến thời điểm $t=\frac{3\pi}{4}(s)$ là:

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} v(t) dt = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} 2 \sin t dt = -2 \cos t \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} = -2 \cos \frac{3\pi}{4} - \left(-2 \cos \frac{\pi}{2} \right) = \sqrt{2}(m).$$

Câu 29. Một ô tô chuyển động nhanh dần đều với vận tốc được tính theo thời gian t bằng $v(t)=10t(m/s)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Quãng đường ô tô đi được trong khoảng thời gian 5 giây đầu tiên là 50 m .

b) Gia tốc chuyển động của ô tô là $a=10(m/s^2)$.

c) Quãng đường ô tô đi được trong khoảng thời gian từ 5 giây đến 10 giây là 375m .

d) Giả sử ô tô đó đi được 10 giây thì gặp chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a=-40(m/s^2)$. Khi đó, quãng đường ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển động đến lúc dừng hẳn là 625 m .

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

a) Ta có: $s = \int_0^5 v(t) dt = \int_0^5 10t dt = 5t^2 \Big|_0^5 = 125(m)$. Suy ra mệnh đề sai.

b) Ta có: $a = v'(t) = 10(m/s^2)$. Suy ra mệnh đề đúng.

c) Ta có: $s = \int_5^{10} v(t) dt = \int_5^{10} 10t dt = 5t^2 \Big|_5^{10} = 500 - 125 = 375(m)$. Suy ra mệnh đề đúng.

d) Tại thời điểm $t=10s \Rightarrow v=100(m/s)$.

Khi đó $v_0(t) = \int a dt = -40t + C$, mà $v_0(10) = 100 \Rightarrow -40.10 + C = 100 \Rightarrow C = 500$

Khi ô tô dừng hẳn thì $v_0(t) = -40t + 500 = 0 \Rightarrow t = 12,5(s)$

Ta có: $s_1 = \int_0^{10} v(t) dt = \int_0^{10} 10t dt = 5t^2 \Big|_0^{10} = 500(m)$

$$s_2 = \int_{10}^{12,5} v_0(t) dt = \int_0^{10} (-40t + 500) dt = (-20t^2 + 500t) \Big|_0^{12,5} = 125(m)$$

Vậy quãng đường ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển động đến lúc dừng hẳn là $s = s_1 + s_2 = 625(m)$.

Suy ra mệnh đề đúng

Câu 30. Giả sử chi phí mua và bảo trì một thiết bị trong x năm có thể được mô hình hóa theo công

thức $C = 5000 \left(25 + 3 \int_0^x t^{\frac{1}{4}} dt \right)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Chi phí mua 1 sản phẩm là 100.000 đồng.
- Chi phí bảo trì năm đầu tiên của 1 sản phẩm là 12.000 đồng.
- Sau 6,5 năm thì số tiền mua một sản phẩm bằng số tiền bảo trì sản phẩm đó.
- Nếu một nhà đầu tư có 10 triệu, thì họ có thể mua và bảo trì tối đa 30 sản phẩm trong 10 năm.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

a) Chi phí mua 1 sản phẩm ứng với $x=0$, sau ra $C = 5000 \cdot 25 = 125.000$. Suy ra mệnh đề a sai.

$$C = 5000 \left(25 + 3 \int_0^1 t^{\frac{1}{4}} dt \right) = 137.000$$

b) Với $x=1$ ta có: . Suy ra chi phí bảo trì năm đầu tiên của sản phẩm là $137.000 - 125.000 = 12.000$ đồng. Suy ra mệnh đề b đúng.

c) Gọi x là số năm mà số tiền bảo trì bằng số tiền mua sản phẩm. Khi đó tổng số tiền mua và số tiền bảo trì là $2 \cdot 125.000 = 250.000$.

Khi đó:

$$5000 \left(25 + 3 \int_0^x t^{\frac{1}{4}} dt \right) = 250.000 \Leftrightarrow 25 + 3 \left(\frac{4}{5} t^{\frac{5}{4}} \Big|_0^x \right) = 50 \Leftrightarrow \frac{12}{5} x^{\frac{5}{4}} = 25 \Leftrightarrow x = \left(\frac{75}{2} \right)^{\frac{4}{5}} \approx 6.52 \text{ năm.}$$

Vậy mệnh đề c sai.

d) Số tiền mua và bảo trì 1 sản phẩm trong 10 năm là:

$$C = 5000 \left(25 + 3 \int_0^{10} t^{\frac{1}{4}} dt \right) = 5000(25 + 24\sqrt[4]{10}) \approx 338.393,53. \text{ Ta có: } \frac{10.000.000}{338.393,53} \approx 29,55$$

Vậy với 10 triệu thì họ có thể mua và bảo trì tối đa 29 sản phẩm. Suy ra mệnh đề d sai.