

MỤC LỤC

◆CHƯƠNG 1. ĐẠO HÀM VÀ ỨNG DỤNG ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ.....	3
►BÀI 1. SỰ BIẾN THIÊN VÀ CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ.....	3
.....(A). Tóm tắt kiến thức	3
.....(B). Phân dạng toán cơ bản	5
◆Dạng ①: Đọc đồ thị cho trước để tìm khoảng đơn điệu, cực trị.....	5
◆Dạng ②: Tìm khoảng đơn điệu và cực trị của hàm số được cho bởi công thức.....	7
◆Dạng ③: Ứng dụng.....	8
.....(C). Dạng toán rèn luyện	9
◆Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	9
◆Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai.....	31
◆Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....	40
►BÀI 2. GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ. .	46
.....(A). Tóm tắt kiến thức	46
.....(B). Phân dạng toán cơ bản	47
•Dạng ①: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số.....	47
•Dạng ②: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên một đoạn.....	47
•Dạng ③: Ứng dụng thực tế.....	48
.....(C). Dạng toán rèn luyện	48
•Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	48
•Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai.....	59
◆Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....	69
►BÀI 3. ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ.....	73
.....(A). Tóm tắt kiến thức	74
.....(B). Phân dạng toán cơ bản	75
•Dạng ①: Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.....	75
•Dạng ②: Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.....	76
•Dạng ③: Tìm tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.....	76
•Dạng ④: Ứng dụng thực tế.....	76
.....(C). Dạng toán rèn luyện	77
•Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	77
•Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai.....	83
◆Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....	90
►BÀI 4. KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ MỘT SỐ HÀM SỐ CƠ BẢN.....	95
.....(A). Tóm tắt kiến thức	95
.....(B). Phân dạng toán cơ bản	96
•Dạng ①: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số.....	96

•Dạng ②: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số phân thức hữu tỉ
96

•Dạng ③: Ứng dụng thực tế.....96

.....©. Dạng toán rèn luyện
97

•Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....97

•Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai.....109

◆Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....119

◆ **CHƯƠNG 1. ĐẠO HÀM VÀ ỨNG DỤNG ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ**▶ **BÀI 1. SỰ BIẾN THIÊN VÀ CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ**

A. Tóm tắt kiến thức

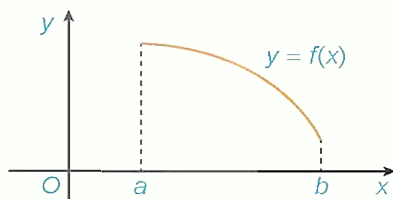
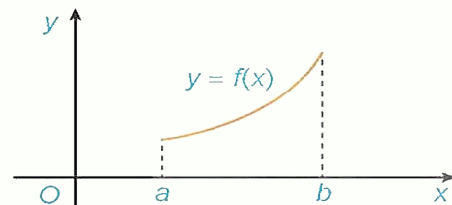
1. TÍNH ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ.

a) Khái niệm tính đơn điệu của hàm số.

- ✍ Giả sử K là một khoảng, một đoạn hoặc một nửa khoảng và $y=f(x)$ là hàm số xác định trên K .
- ✓ Hàm số $y=f(x)$ được gọi là đồng biến trên K nếu $\forall x_1, x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.
 - ✓ Hàm số $y=f(x)$ được gọi là nghịch biến trên K nếu $\forall x_1, x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$.

✍ **Chú ý**

- ✓ Nếu hàm số đồng biến trên K thì đồ thị của hàm số đi lên từ trái sang phải
- ✓ Nếu hàm số nghịch biến trên K thì đồ thị của hàm số đi xuống từ trái sang phải

a) Hàm số nghịch biến trên $(a; b)$.

b) Hàm số đồng biến

- ✓ Hàm số đồng biến hay nghịch biến trên K còn được gọi chung là đơn điệu trên K . Việc tìm các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số còn được gọi là tìm các khoảng đơn điệu (hay xét tính đơn điệu) của hàm số.
- ✓ Khi xét tính đơn điệu của hàm số mà không chỉ rõ tập K thì ta hiểu là xét trên tập xác định của hàm số đó.

✍ **Định lí.**

- ✓ Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên khoảng K .
 - Nếu $f'(x) > 0$ với mọi $x \in K$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng K .
 - Nếu $f'(x) < 0$ với mọi $x \in K$ thì hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng K .

✍ **Chú ý.**

- ✓ Định lí trên vẫn đúng trong trường hợp $f'(x)$ bằng 0 tại một số hữu hạn điểm trong khoảng K .
- ✓ Người ta chứng minh được rằng, nếu $f'(x) = 0$ với mọi $x \in K$ thì hàm số $f(x)$ không đổi trên khoảng K .

b) Sử dụng bảng biến thiên xét tính đơn điệu của hàm số:

✍ Các bước để xét tính đơn điệu của hàm số $y=f(x)$:

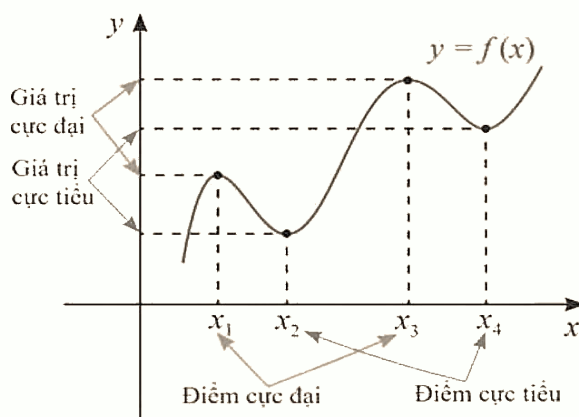
- ①. Tìm tập xác định của hàm số.
- ②. Tính đạo hàm $f'(x)$. Tìm các điểm $x_i (i=1,2,...)$ mà tại đó đạo hàm bằng 0 hoặc không tồn tại.
- ③. Sắp xếp các điểm x_i theo thứ tự tăng dần và lập bảng biến thiên của hàm số.
- ④. Nêu kết luận về khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số.

2. CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ.**a) Khái niệm cực trị của hàm số:**

✍ Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(a;b)$ (a có thể là $-\infty$, b có thể là $+\infty$) và điểm $x_0 \in (a;b)$.

- ✓ Nếu tồn tại số $h>0$ sao cho $f(x)<f(x_0)$ với mọi $x \in (x_0-h; x_0+h) \subset (a;b)$ và $x \neq x_0$ thì ta nói hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại x_0 .
- ✓ Nếu tồn tại số $h>0$ sao cho $f(x)>f(x_0)$ với mọi $x \in (x_0-h; x_0+h) \subset (a;b)$ và $x \neq x_0$ thì ta nói hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại x_0 .

✍ **Chú ý**



- ✓ Nếu hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại x_0 thì x_0 được gọi là điểm cực đại của hàm số $f(x)$. Khi đó, $f(x_0)$ được gọi là giá trị cực đại của hàm số $f(x)$ và kí hiệu là f_{CD} hay y_{CD} . Điểm $M_0(x_0; f(x_0))$ được gọi là điểm cực đại của đồ thị hàm số.
- ✓ Nếu hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại x_0 thì x_0 được gọi là điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$. Khi đó, $f(x_0)$ được gọi là giá trị cực tiểu của hàm số $f(x)$ và kí hiệu là f_{CT} hay y_{CT} .
- ✓ Điểm $M_0(x_0; f(x_0))$ được gọi là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.
- ✍ Các điểm cực đại và điểm cực tiểu được gọi chung là điểm cực trị. Giá trị

b) Cách tìm cực trị của hàm số:**Định lí.**

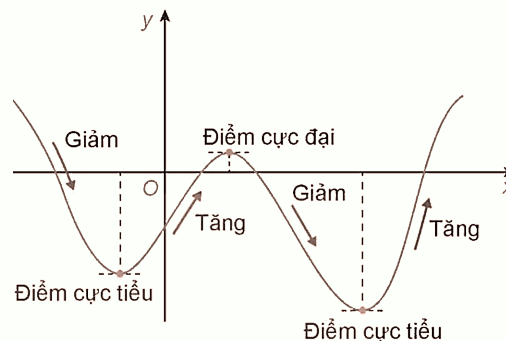
- ✓ Giả sử hàm số $y=f(x)$ liên tục trên khoảng $(a;b)$ chứa điểm x_0 và có đạo hàm trên các khoảng $(a;x_0)$ và $(x_0;b)$. Khi đó:

a) Nếu $f'(x)<0$ với mọi $x\in(a;x_0)$ và $f'(x)>0$ với mọi $x\in(x_0;b)$ thì x_0 là một điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$.

b) Nếu $f'(x)>0$ với mọi $x\in(a;x_0)$ và $f'(x)<0$ với mọi $x\in(x_0;b)$ thì x_0 là một điểm cực đại của hàm số $f(x)$.

x	a	x_0	b
$f'(x)$		-	+
$f(x)$		$f(x_0)$ (Cực tiểu)	

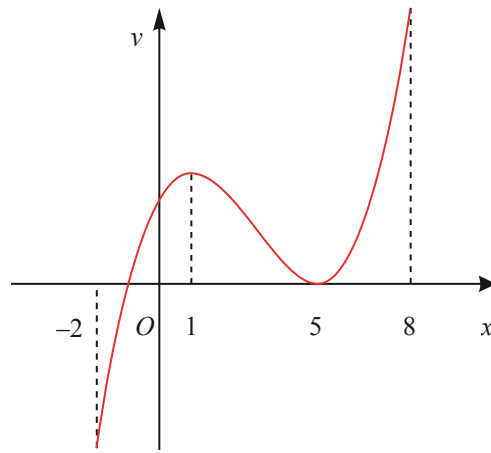
x	a	x_0	b
$f'(x)$		+	-
$f(x)$		$f(x_0)$ (Cực đại)	

Chú ý:**B. Phân dạng toán cơ bản**

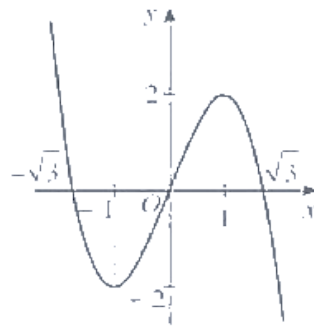
◆Dạng ❶: Đọc đồ thị cho trước để tìm khoảng đơn điệu, cực trị

Các ví dụ minh họa

Câu 1: Tìm các khoảng đơn điệu của hàm số $y = f(x)$ có đồ thị cho ở Hình vẽ bên dưới.

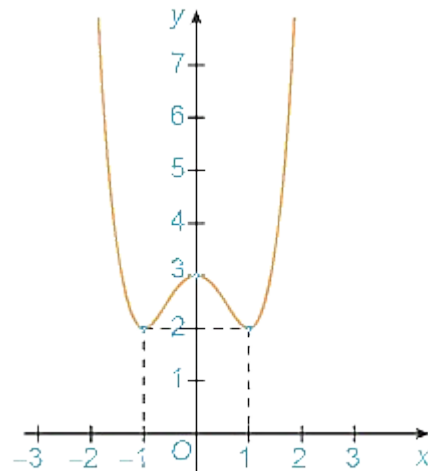


Câu 2: Dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)=-x^3+3x$ ở Hình 4, hãy chỉ ra các điểm cực trị của hàm số đó.



Hình 4

Câu 3: Hình 1.8 là đồ thị của hàm số $y=f(x)$. Hãy tìm các cực trị của hàm số.



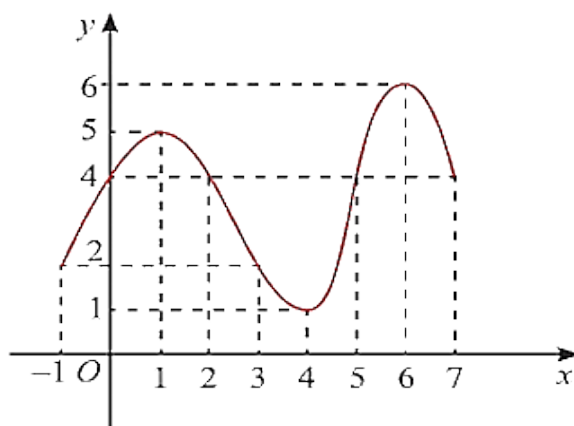
Hình 1.8

Câu 4: Xét hàm số $y=f(x)$ trên khoảng $(-1;4)$, ta có bảng biến thiên như sau:

x	-1	1	2	3	4
$f'(x)$	-	-	0	+	+
$f(x)$		-1	-5	-1	

$x_0=2$ là điểm cực tiểu hay điểm cực đại của hàm số đã cho? Tìm giá trị cực trị tương ứng.

Câu 5: Tìm cực trị của hàm số $y = f(x)$ có đồ thị được cho ở Hình vẽ.



Hình 7

◆Dạng ②: Tìm khoảng đơn điệu và cực trị của hàm số được cho bởi công thức

📖 **Các ví dụ minh họa**

$$g(x) = \frac{x}{x-1}$$

Câu 6: Chứng minh rằng hàm số $g(x) = \frac{x}{x-1}$ nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 7: Tìm khoảng đơn điệu của hàm số $f(x) = 2x^3 - 9x^2 - 24x + 1$.

Câu 8: Xét tính đơn điệu của các hàm số sau:

a) $f(x) = -x^3 + 3x^2$

b) $f(x) = x + \frac{1}{x}$

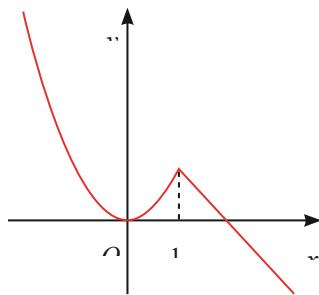
c) $f(x) = x^3$

d) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 9x$

e) $f(x) = \frac{1}{x}$

f) $f(x) = \frac{x^2 + x + 4}{x+1}$

Câu 9: Đồ thị của hàm số $y = \begin{cases} x^2 & \text{khi } x \leq 1 \\ 2-x & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ được cho ở hình bên.



- a) Tìm điểm cực đại và điểm cực tiểu của hàm số.
 b) Tại $x = 1$, hàm số có đạo hàm không?
 c) Thay mỗi dấu ? bằng kí hiệu (+, -) thích hợp để hoàn thành bảng biến thiên dưới đây. Nhận xét về dấu của y' khi x đi qua điểm cực đại và điểm cực tiểu.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	?	0	?	?
y	$+\infty$		1	$-\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$
 0

Câu 10: Tìm cực trị của hàm số $f(x) = 2x^3 - 9x^2 - 24x + 1$.

Câu 11: Tìm cực trị của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 4$.

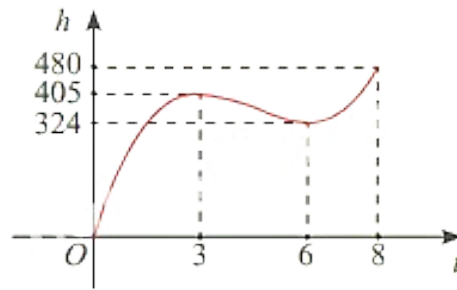
Câu 12: Tìm các khoảng đơn điệu của hàm số $y = \frac{x^2 + 4}{x}$.

◆Dạng ③: Ứng dụng

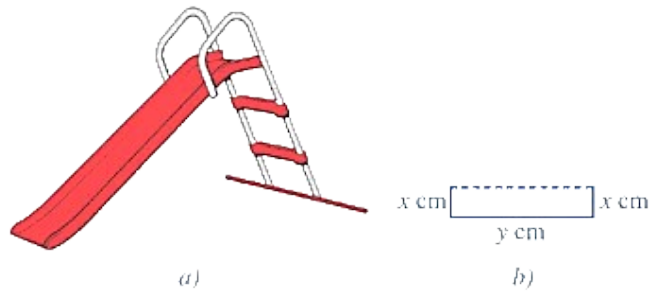
📖 Các ví dụ minh họa

Câu 13: Một vật được phóng thẳng đứng lên trên từ độ cao 2 m với vận tốc ban đầu là 24,5 m/s. Trong Vật lí, ta biết rằng khi bỏ qua sức cản của không khí thì độ cao h (mét) của vật sau t (giây) được cho bởi công thức: $h(t) = 2 + 24,5t - 4,9t^2$. Hỏi tại thời điểm nào thì vật đạt độ cao lớn nhất?

Câu 14: Hãy trả lời câu hỏi trong Khởi động (trang 6) bằng cách xét dấu đạo hàm của hàm số $h(t) = 6t^3 - 81t^2 + 324t$ với $0 \leq t \leq 8$.
 Trong 8 phút đầu kể từ khi xuất phát, độ cao h (tính bằng mét) của khinh khí cầu vào thời điểm t phút được cho bởi công thức $h(t) = 6t^3 - 81t^2 + 324t$.
 Đồ thị của hàm số $h(t)$ được biểu diễn trong hình bên. Trong các khoảng thời gian nào khinh khí cầu tăng dần độ cao, giảm dần độ cao? Độ cao của khinh khí cầu vào các thời điểm 3 phút và 6 phút sau khi xuất phát có gì đặc biệt?



Câu 15: Máng trượt của một cầu trượt cho trẻ em (Hình 5a) được uốn từ một tấm kim loại có bề rộng 80 cm, mặt cắt được mô tả ở Hình 5b. Nhà thiết kế khuyến cáo, diện tích của mặt cắt càng lớn thì càng đảm bảo an toàn cho trẻ em.



Hình 5

- a) Gọi S là diện tích mặt cắt. Tìm điều kiện của x và viết công thức tính S theo x .
 b) Với x đạt giá trị bằng bao nhiêu thì cầu trượt đảm bảo an toàn nhất cho trẻ em?

©. Dạng toán rèn luyện

◆ Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây

- A.** $(-\infty; -2)$ **B.** $(1; +\infty)$ **C.** $(-2; 1)$ **D.** $(-2; +\infty)$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			0	$+\infty$	2	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-3; -1)$ **B.** $(-\infty; 0)$

- C. $(-2; -1)$. D. $(-3; -2) \cup (-2; -1)$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	0	-3	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 1)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-3; 0)$. D. $(-\infty; -2)$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên từng khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	$ $	$-$	$ $	$+$
y	$-\infty$	-2	$+\infty$	-1	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $(0; 1)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.
 D. Hàm số đồng biến trên $(-1; +\infty)$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	-27	$+\infty$	

Hàm số đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-27; +\infty)$. B. $(-\infty; 5)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(-1; +\infty)$.

Câu 6: Cho bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hỏi đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số sau?

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		$-$	$-$
y	1		1

- A. $y = \frac{-x+2}{x-1}$ B. $y = \frac{x+2}{x-1}$ C. $y = \frac{x+2}{x+1}$ D. $y = \frac{x-3}{x-1}$

Câu 7: Bảng biến thiên hình bên là của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y'		$+$	$+$
y	3		3

- A. $y = x^4 - 4x^2 + 3$ B. $y = -x^3 + 3x - 2$
 C. $y = \frac{4x-3}{x+1}$ D. $y = \frac{3x+4}{x+2}$

Câu 8: Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào trong các hàm số được cho ở dưới đây?

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$-$
$f(x)$	-2		-2

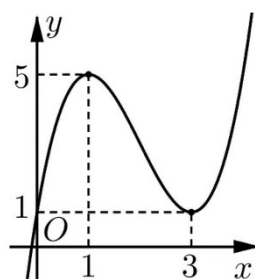
- A. $y = \frac{2x-1}{x+1}$ B. $y = \frac{-2x+1}{x+1}$
 C. $y = \frac{2x-3}{x-1}$ D. $y = \frac{-2x+3}{x-1}$

Câu 9: Bảng biến thiên sau đây là của hàm số

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'		$-$	$-$
y	2		2

- A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$ B. $y = \frac{2x-2}{x+1}$ C. $y = \frac{2x+3}{x+1}$ D. $y = \frac{x+2}{2x+2}$

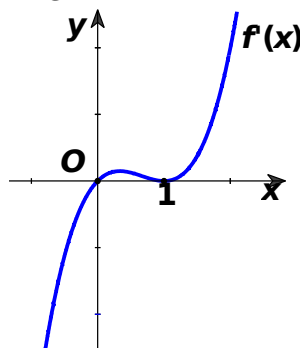
Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng

- A. $(0;1)$. B. $(3;+\infty)$. C. $(1;2)$. D. $(1;5)$.

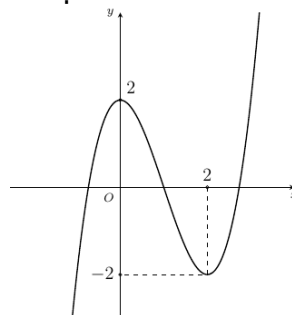
Câu 11: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là hàm số $f'(x)$. Biết đồ thị hàm số $f'(x)$ được cho như hình vẽ.



Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng

- A. $(-\infty;0)$. B. $(0;+\infty)$. C. $\left(\frac{1}{3};1\right)$. D. $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$.

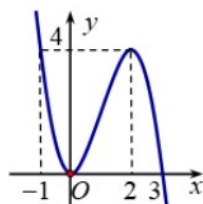
Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên dưới



Tìm khoảng đồng biến của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

- A. $(-2;+\infty)$ B. $(0;2)$
C. $(2;+\infty)$ D. $(-\infty;2)$

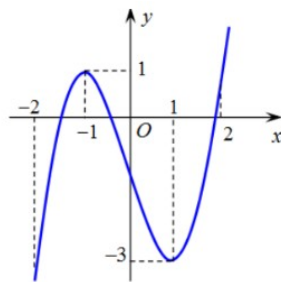
Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau đây?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;3)$.

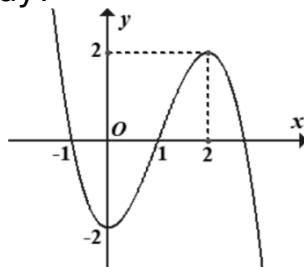
Câu 14: Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

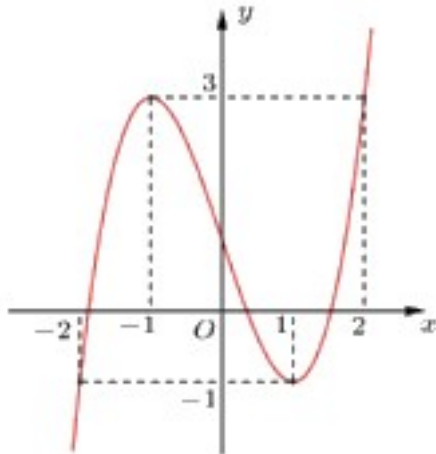
- A. $(-1; 1)$. B. $(-2; 1)$. C. $(-2; -1)$. D. $(-1; 2)$.

Câu 15: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(-1; 0)$. B. $(-2; 2)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(0; 2)$.

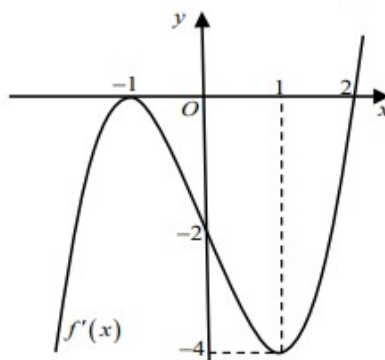
Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số nghịch biến trên khoảng

- A. $(-1; 2)$. B. $(-1; 0)$. C. $(0; 2)$. D. $(-2; 0)$.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

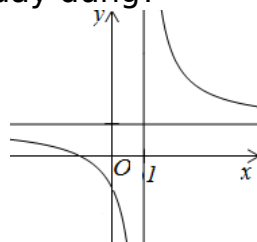
A. $(-1; 1)$

B. $(-2; +\infty)$

C. $(1; +\infty)$

D. $(2; +\infty)$

Câu 18: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



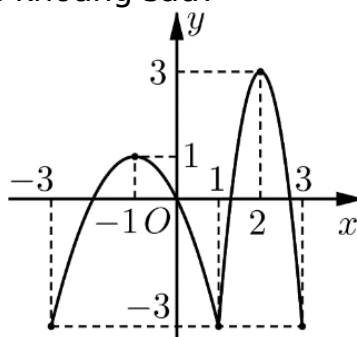
A. $y' < 0, \forall x \neq 1$

B. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

C. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$

D. $y' > 0, \forall x \neq 1$

Câu 19: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?



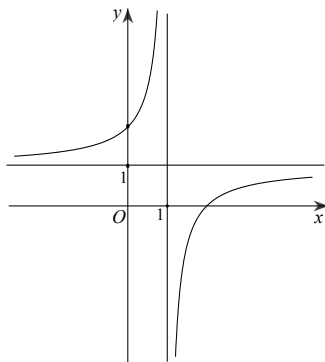
A. $(0; 2)$

B. $(-2; 0)$

C. $(-3; -1)$

D. $(2; 3)$

Câu 20: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên dưới.



Xét các mệnh đề sau:

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.

Hàm số đồng biến trên tập xác định.

Số các mệnh đề đúng là

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Câu 21: Các khoảng đồng biến của hàm số $y = x^3 + 3x$ là

A. $(0; +\infty)$.

B. $(0; 2)$.

C. $\mathbb{R}$.

D. $(-\infty; 1)$ và

$(2; +\infty)$.

Câu 22: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{2-x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

B. Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.

Câu 23: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 5$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

B. Hàm số nghịch

biến trên khoảng $(0; 2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

D. Hàm số đồng

biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 24: Tìm tất cả các khoảng đồng biến của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$.

A. $(1; 3)$.

B. $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$.

C. $(-\infty; 3)$.

D. $(1; +\infty)$.

Câu 25: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và khoảng $(1; +\infty)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên tập $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 26: Trong các hàm số sau, hàm số nào luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \sin x - x$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2$.

C. $y = \frac{2x+3}{x+1}$. **D.** $y = x^4 - 3x^2 - 1$.

Câu 27: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \tan x$. **B.** $y = x^4 + x^2 + 1$.

C. $y = x^3 + 1$. **D.** $y = \frac{4x+1}{x+2}$.

Câu 28: Hàm số nào sau đây không đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. $y = x^3 + 1$. **B.** $y = x + 1$.

C. $y = \frac{x-2}{x-1}$. **D.** $y = x^5 + x^3 - 10$.

Câu 29: Cho hàm số $y = x^3 + 3x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 30: Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; -\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1) \cup (-1; -\infty)$.

Câu 31: Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Câu 32: Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y' = x^2(x-5)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $(5; +\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0)$ và $(5; +\infty)$.

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 2, \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $f(-1) \geq f(1)$ **B.** $f(-1) = f(1)$

C. $f(-1) > f(1)$ **D.** $f(-1) < f(1)$

Câu 34: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x-2)^3(2x+3)$. Tìm số điểm cực trị của $f(x)$

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 - 2x, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = -2f(x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(0; 2)$

B. $(2; +\infty)$

C. $(-\infty; -2)$

D. $(-2; 0)$

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = x^2 - 5x + 4$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(2; 3)$.

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1; 4)$.

Câu 37: Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	$ $	$+$	0	$-$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3; 2)$.

D. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $y = f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$			
$y = f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$

Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x-1)^3(2-x)$. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào, trong các khoảng dưới đây?

A. $(-1; 1)$.

B. $(1; 2)$.

C. $(-\infty; -1)$.

D. $(2; +\infty)$.

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(0; 3)$ có tính chất $f'(x) \geq 0, \forall x \in (0; 3)$ và $f'(x) = 0, \forall x \in (1; 2)$. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

B. Hàm số $f(x)$ không đổi trên khoảng $(1; 2)$.

C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 3)$.

D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 3)$.

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập $\mathbb{R}$ và có $f'(x) = x^2 - 5x + 4$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1; 4)$.

B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1; 4)$.

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x-1)^3(2-x)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; 2)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(2; +\infty)$.

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (3-x)(x^2-1) + 2x, \forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi hàm số $g(x) = f(x) - x^2 - 1$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

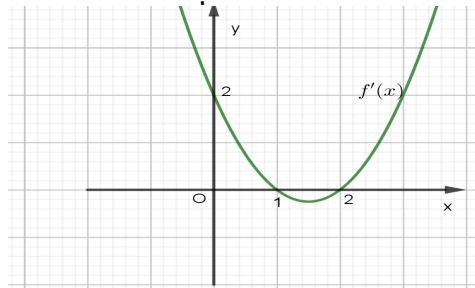
A. $(3; +\infty)$.

B. $(-\infty; 1)$.

C. $(1; 2)$.

D. $(-1; 0)$.

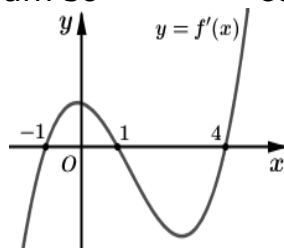
Câu 44: Cho hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $y = f(2-x^2)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(-\infty; 0)$.B. $(0; 1)$.C. $(1; 2)$.D. $(0; +\infty)$.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y = f(x^2)$ có ít nhất bao nhiêu khoảng nghịch biến.

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

Ta có: $y' = 2x \cdot f'(x^2)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -1(l) \\ x^2 = 1 \\ x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \\ x = \pm 2 \end{cases}$$

Bảng xét dấu của $y' = 2x \cdot f'(x^2)$:

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
y'	-	0	+	0	-	0	+

Dựa vào BXD chọn đáp án **C**.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng xét dấu như sau

x	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-

Hàm số $y = f(x^2 + 2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; 1)$.B. $(-2; -1)$.C. $(-2; 1)$.D. $(-4; -3)$.

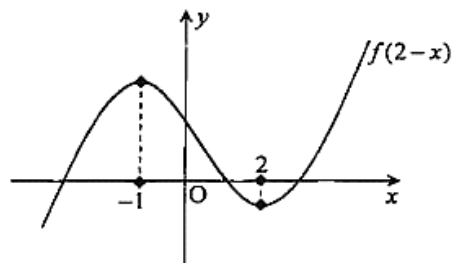
Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-	+

Hàm số $y = 3f(x+2) - x^3 + 3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

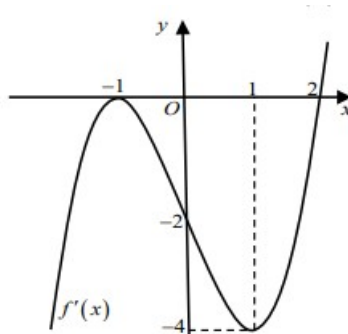
A. $(1; +\infty)$.B. $(-\infty; -1)$.C. $(-1; 0)$.D. $(0; 2)$.

Câu 48: Cho đồ thị hàm số $y = f(2-x)$ như hình vẽ. Hàm số $y = f(x^2 - 3)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(-1; 2)$ B. $(0; 3)$ C. $(-\infty; -1)$ D. $(0; 1)$

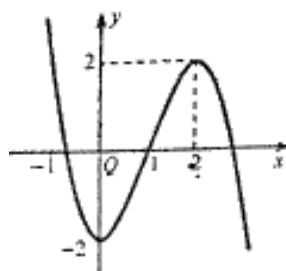
Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

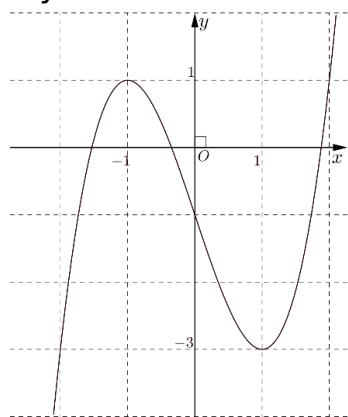
- A. $(-1; 1)$ B. $(-2; +\infty)$
C. $(1; +\infty)$ D. $(2; +\infty)$

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào?



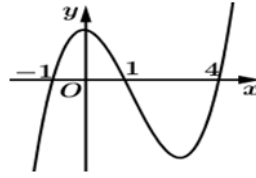
- A. $(-\infty; 0)$ B. $(0; 2)$ C. $(-2; 2)$ D. $(2; +\infty)$

Câu 51: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = 2019 - f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(0;1)$. B. $(-2;1)$. C. $(-3;0)$. D. $(1;2)$.

Câu 52: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



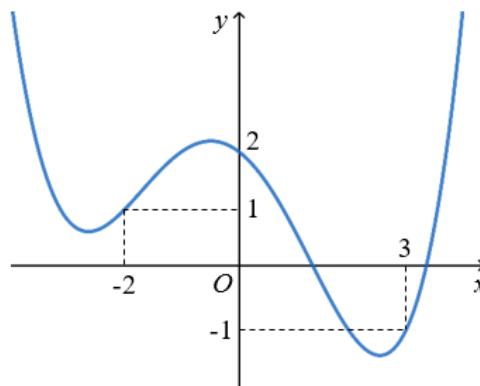
Hàm số $y = f(3 - 2x) + 2020$ nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $(-1;1)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(1;2)$. D. $(-\infty;1)$.

Câu 53: Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số

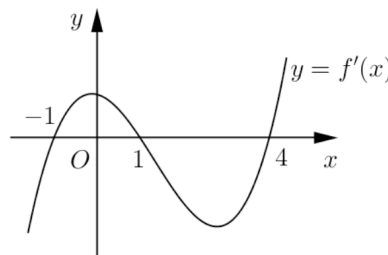
$$g(x) = f(x+1) + \frac{x^3}{3} - 3x$$

nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(-1;2)$. B. $(-2;0)$. C. $(0;4)$. D. $(1;5)$.

Câu 54: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $y = f(3 - x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(4;7)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(2;3)$. D. $(-1;2)$.

Câu 55: Cho hàm số $y = \frac{3x+1}{x-m}$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(4; +\infty)$?

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 56: Gọi S là tập hợp các số nguyên m để hàm số $y = \frac{x+2m-3}{x-3m+2}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -14)$. Tính tổng T của các phần tử trong S .

- A. $T = -6$. B. $T = -5$.
C. $T = -9$. D. $T = -10$.

Câu 57: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{x+3}{x+4m}$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$?

- A. 1. B. 3. C. Vô số. D. 2.

Câu 58: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2mx^2 + 4x - 5$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 59: Cho hàm số $y = (m-1)x^3 + (m-1)x^2 - 2x + 5$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 5.

Câu 60: Giá trị nhỏ nhất của số thực m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 - mx - m$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $m = -2$. B. $m = 1$. C. $m = -1$. D. $m = 0$.

Câu 61: Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = mx^3 + mx^2 + m(m-1)x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $m \leq \frac{4}{3}$. B. $m \leq \frac{4}{3}; m \neq 0$. C. $m = 0, m \geq \frac{4}{3}$. D. $m \geq \frac{4}{3}$.

Câu 62: Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-3)x - m + 2$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $-3 \leq m \leq 1$. B. $m \leq 1$.
C. $\begin{cases} m \leq -3 \\ m \geq 1 \end{cases}$. D. $-3 < m < 1$.

Câu 63: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + 4x + 2$ đồng biến trên tập xác định của nó?

- A. 4. B. 2. C. 5. D. 3.

Câu 64: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2 - 2x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên $m < 100$ để hàm số $g(x) = f(x^2 - 8x + m)$ đồng biến trên khoảng $(4; +\infty)$.

- A. 83. B. 18. C. 82. D. 84.

Câu 65: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
y'		0	0	
y	$-\infty$	-2	-3	$+\infty$

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. $x = 3$. B. $x = 0$. C. $x = -1$. D. $x = -2$.

Câu 66: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây **sai**?

x	$-\infty$		-3		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$. B. Hàm số đạt cực đại tại $x = -3$.
C. $x = 1$ là điểm cực trị của hàm số. D. Hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 67: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			-3			$+\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm

- A. $x = 0$. B. $(0; -3)$. C. $y = -3$. D. $x = -3$.

Câu 68: Hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới. Khẳng định nào sau đây đúng?

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$		
y'	$+$	$\parallel$	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	0	1	-1	0		

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.
B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 và giá trị nhỏ nhất bằng -1 .
C. Hàm số có đúng hai cực trị.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$, $x = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Câu 69: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
y'		+	-	+
y				$+\infty$

$\nearrow$ $f(x_2)$ $\nearrow$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đã cho có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.
B. Hàm số đã cho không có cực trị.
C. Hàm số đã cho có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.
D. Hàm số đã cho có một điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.

Câu 70: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	0	1	0	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

- A. $y=1$. B. $x=0$. C. $y=0$. D. $x=1$.

Câu 71: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

- A. Hàm số không có cực trị. B. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x=5$. D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

Câu 72: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$		0	3	0		$+\infty$	

Mệnh đề nào dưới đây là **sai**?

- A. Hàm số có giá trị cực đại bằng 0. B. Hàm số có giá trị cực đại bằng 3.
C. Hàm số có ba điểm cực trị. D. Hàm số có hai điểm cực tiểu.

Câu 73: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	3	-2	$+\infty$	

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-2$. B. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x=4$. D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$.

Câu 74: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

A. Hàm số không có cực trị.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=5$.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

Câu 75: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	+		-	0	+
y	$-\infty$	0	-1	$+\infty$	

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số $y = f(x)$ có giá trị cực tiểu bằng 1.

B. Hàm số $y = f(x)$ có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng 1.

C. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

D. Hàm số $y = f(x)$ có đúng một cực trị.

Câu 76: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$		1	2	1		$+\infty$

Khẳng định nào sau đây **sai**?

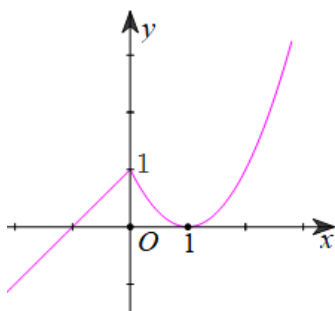
A. $x_0 = 1$ là điểm cực tiểu của hàm số.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

C. $M(0; 2)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.

D. $f(-1)$ là một giá trị cực tiểu của hàm số.

Câu 77: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi hàm số đó có bao nhiêu điểm cực trị?

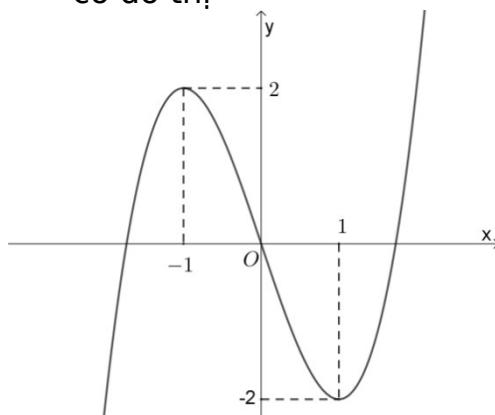


A. 0.

B. 3.

C. 1. D. 2.

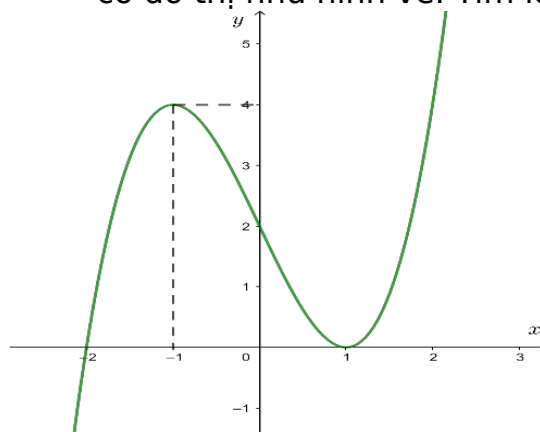
Câu 78: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị



Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x = -1$.B. $x = 2$.C. $x = 1$.D. $x = -2$.

Câu 79: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm kết luận đúng?



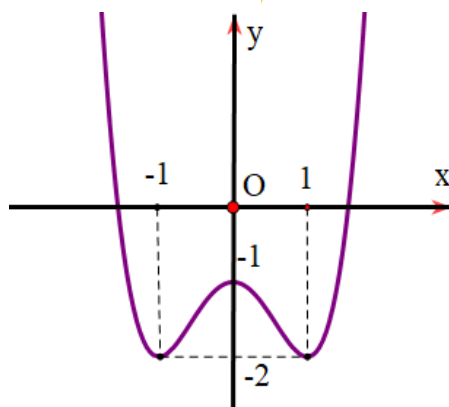
A. Hàm số $f(x)$ có điểm cực tiểu là $x = 2$.

B. Hàm số $f(x)$ có giá trị cực đại là -1 .

C. Hàm số $f(x)$ có điểm cực đại là $x = 4$.

D. Hàm số $f(x)$ có giá trị cực tiểu là 0 .

Câu 80: Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ. Giá trị cực đại của hàm số bằng



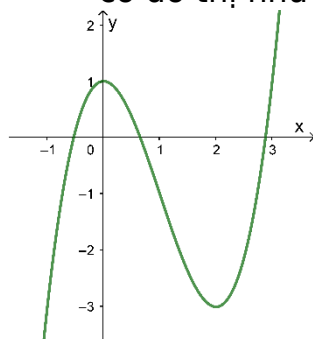
A. -1.

B. -2.

C. 1.

D. 0.

Câu 81: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Điểm cực đại của hàm số đã cho bằng

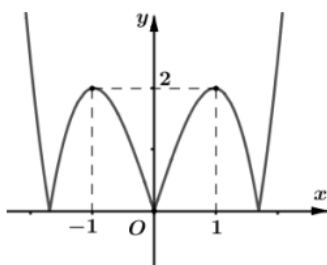
A. -3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Câu 82: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?



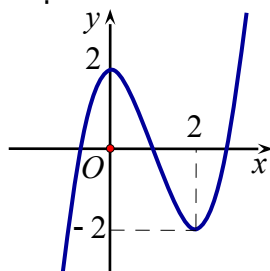
A. 4.

B. 5.

C. 2.

D. 3.

Câu 83: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. Hàm số có ba cực trị.

B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -2.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=2$.

Câu 84: Hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 85: Tìm điểm cực đại x_0 của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$.

- A. $x_0 = 2$. B. $x_0 = 1$. C. $x_0 = -1$. D. $x_0 = 3$.

Câu 86: Hàm số $y = \frac{1-2x}{-x+2}$ có bao nhiêu cực trị?

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 87: Gọi x_1 và x_2 là hai điểm cực trị của hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 - 2x$. Giá trị của $x_1^2 + x_2^2$ bằng

- A. 13. B. 32. C. 40. D. 36.

Câu 88: Hàm số $y = 2x^3 - x^2 + 5$ có điểm cực đại là

- A. $x = \frac{1}{3}$. B. $x = 5$. C. $x = 3$. D. $x = 0$.

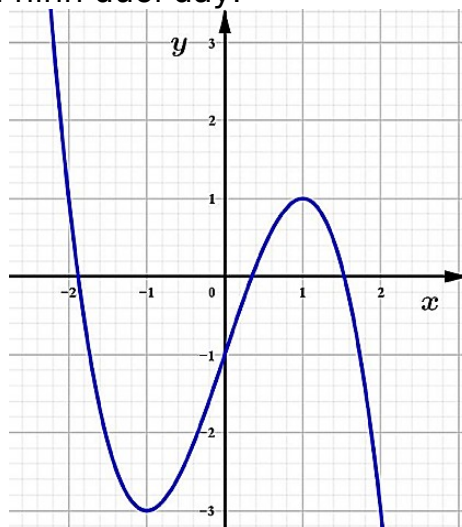
Câu 89: Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 12x + 12$ là

- A. $(-2; 28)$. B. $(-2; 2)$. C. $(2; -4)$. D. $(4; 28)$.

Câu 90: Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 4$ đạt cực trị tại x_1 và x_2 thì tích các giá trị cực trị bằng

- A. -302. B. -207. C. 25. D. -82.

Câu 91: Cho hàm số $y = f(x)$, có đạo hàm là $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình dưới đây.

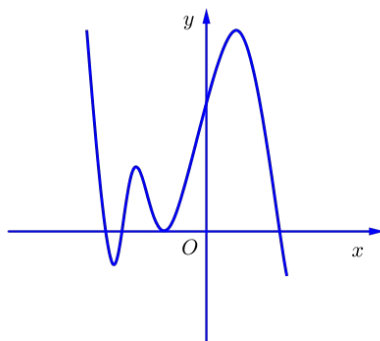


Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu cực trị?

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 92: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong ở

hình bên. Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



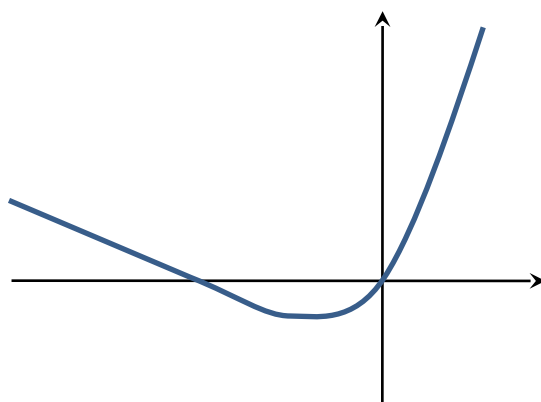
A. 6.

B. 5.

C. 4.

D. 3.

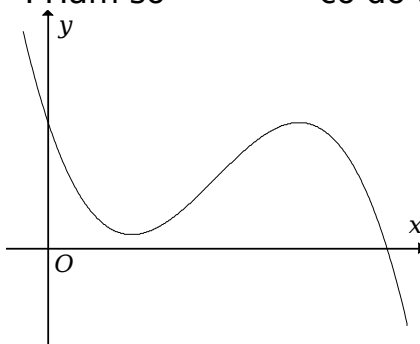
Câu 93: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị của đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ sau:



Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào *sai*?

A. f đạt cực tiểu tại $x = 0$.B. f đạt cực tiểu tại $x = -2$.C. f đạt cực đại tại $x = -2$.D. Cực tiểu của f nhỏ hơn cực đại.

Câu 94: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên.



Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$.

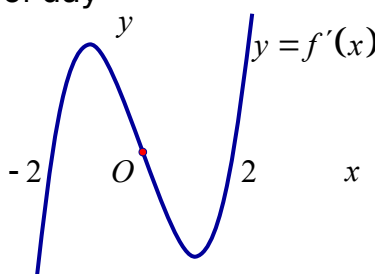
A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

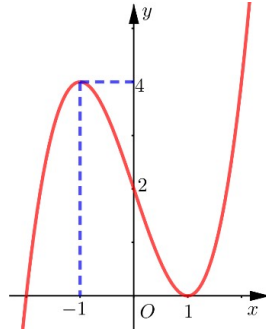
Câu 95: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $f(x)$ đạt cực đại tại $x=1$. B. $f(x)$ đạt cực đại tại $x=0$.
 C. $f(x)$ đạt cực đại tại $x=-1$. D. $f(x)$ đạt cực đại tại $x=\pm 2$.

Câu 96: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)-5x$ là:

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 97: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=mx^3+x^2+(m^2-6)x+1$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

- A. $m=1$. B. $m=-4$. C. $m=-2$. D. $m=2$.

Câu 98: Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2-4)x+3$ đạt cực tiểu tại $x=3$.

- A. $m=1$. B. $m=-1$. C. $m=5$. D. $m=-7$.

Câu 99: Đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có hai điểm cực trị là $A(1;-7)$, $B(2;-8)$.
 Tính $y(-1)$.

- A. $y(-1)=11$. B. $y(-1)=7$. C. $y(-1)=-11$. D. $y(-1)=-35$.

Câu 100: Cho hàm số $f(x)=x^3-3mx^2+3(m^2-1)x$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x_0=1$.

- A. $m \neq 0$ và $m \neq 2$. B. $m=2$. C. $m=0$. D. $m=0$ hoặc $m=2$.

Câu 101: Biết điểm $M(0;4)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+a^2$. Tính $f(3)$.

- A. $f(3)=17$. B. $f(3)=49$. C. $f(3)=34$. D. $f(3)=13$.

Câu 102: Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2-4)x+3$ đạt cực đại tại điểm $x=3$.

- A. $m=-7$. B. $m=5$. C. $m=-1$. D. $m=1$.

◆Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 2025$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
- c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- d) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2025)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$		3		-1		$+\infty$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
- b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
- c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.
- d) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Nếu phương trình $f'(x) = 0$ vô nghiệm thì hàm số $y = f(x)$ không có cực trị.
- b) Nếu $f'(x_0) = 0$ thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại $x = x_0$.
- c) Nếu hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại $x = x_0$ thì đạo hàm đổi dấu khi x chạy qua x_0 .
- d) Nếu hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại $x = x_0$ thì $f''(x_0) \neq 0$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			-3			$+\infty$	
			-4		-4			

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Hàm số đạt cực đại tại $x=1$.
- Hàm số có hai điểm cực đại.
- Hàm số có ba điểm cực trị.
- Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

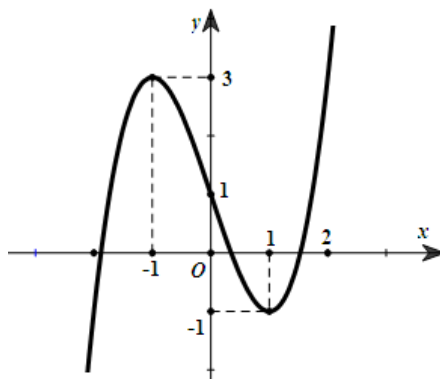
Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
y'		$+$	$-$	$+$
y	$-\infty$		$f(x_2)$	$+\infty$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Hàm số đã cho có một điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.
- Hàm số đã cho không có cực trị.
- Hàm số đã cho có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.
- Hàm số đã cho có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(-1; 3)$.
- Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(-1; 1)$.

c) Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(1; -1)$.

d) Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(3; -1)$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			5		3	$+\infty$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$.

b) Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 3 .

c) Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

d) Hàm số chỉ có 1 điểm cực tiểu.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$		
y'	$-$	$\parallel$	$+$	$\parallel$	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			2		0	$+\infty$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số có 1 điểm cực trị.

b) Hàm số không có điểm cực trị.

c) Hàm số có 2 điểm cực trị.

d) Hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 9: Cho hàm số $y = \frac{-x+2}{x-1}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

b) Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

c) Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

d) Hàm số nghịch biến với mọi $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	2	5	-6	2	

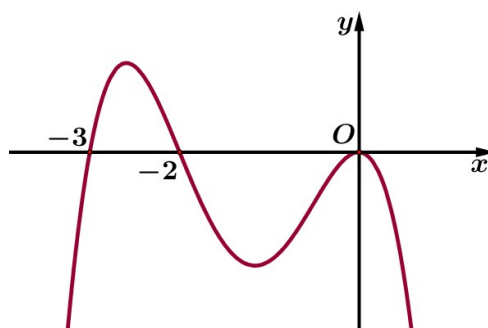
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Hàm số có điểm cực đại là $(-1; 5)$.
- Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -6$.
- Hàm số có bốn điểm cực trị.
- Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

Câu 11: Cho hàm số $y = x^4 + 2025$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
- Hàm số đồng biến trên khoảng $(2025; +\infty)$.
- Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 12: Hàm số $y = f(x)$ xác định, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-3; -2)$.
- Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.
- Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
- Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

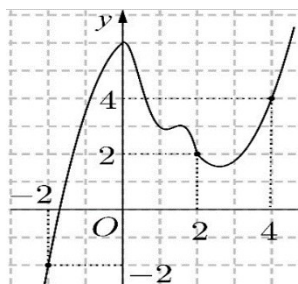
Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y					

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Giá trị cực đại của hàm số là 5.
- b) Giá trị cực đại của hàm số là -2.
- c) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$.
- d) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

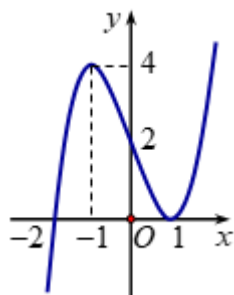
Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $h(x) = f(x) - x$.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $h(1) + 1 = h(4) < h(2)$.
- b) $h(0) = h(4) + 2 < h(2)$.
- c) $h(-1) < h(0) < h(2)$.
- d) $h(2) < h(4) < h(0)$.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ($y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$). Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 3)$.

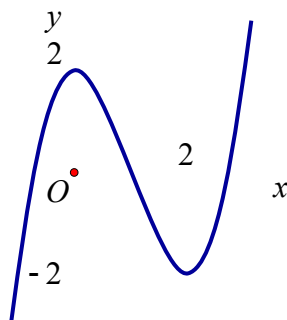


Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(-1; 0)$.

- b) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -1)$.
- c) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(1; 2)$.
- d) Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2; +\infty)$.

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $x = 2$.
- b) Hàm số có điểm cực đại là 2.
- c) Hàm số có cực tiểu là 2.
- d) Hàm số có tổng cực đại và cực tiểu là 0.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-6	0	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$
y	$+\infty$		-427	$+\infty$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hàm số có 1 điểm cực trị.
- b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -6)$.
- c) Điểm cực tiểu của hàm số là $x = -6$.
- d) Hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 18: Cho hàm số $y = \left(\frac{3}{4}\right)^{x^2 - 2x + 2}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hàm số không có cực trị
- b) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$
- c) Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$

d) Hàm số có 2 cực trị.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0
y	$+\infty$		0	3	0

```

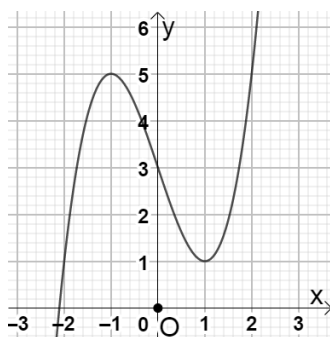
graph LR
    y_inf[+\infty] --> y_0[0]
    y_0 --> y_3[3]
    y_3 --> y_0
    y_0 --> y_inf
  
```

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 0$.
- b) Hàm số có hai điểm cực đại.
- c) Hàm số có hai điểm cực trị.
- d) Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 3$.

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.

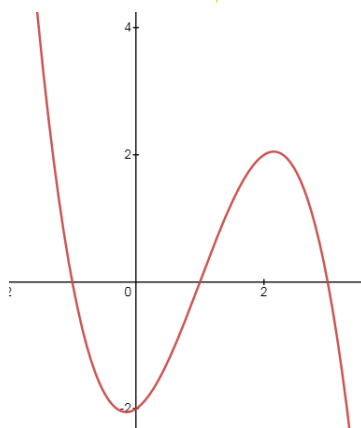
Xét hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2 - 3x$.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $g(0) \leq g(2)$.
- b) $g(-2) > g(0)$.
- c) $g(2) < g(4)$.
- d) $g(-4) = g(-2)$.

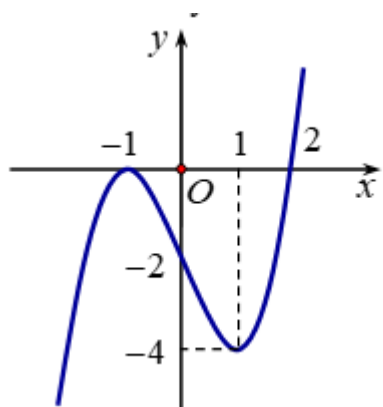
Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f(x) + x$.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hàm số có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.
- b) Hàm số không có điểm cực tiểu.
- c) Hàm số có 2 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại.
- d) Hàm số không có điểm cực đại.

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y = f'(x)$, ($y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$). Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
- b) Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
- c) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.
- d) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	$ $	$+$	0	$+$	$ $	$-$
$f(x)$	$+\infty$	3	0	4	0		

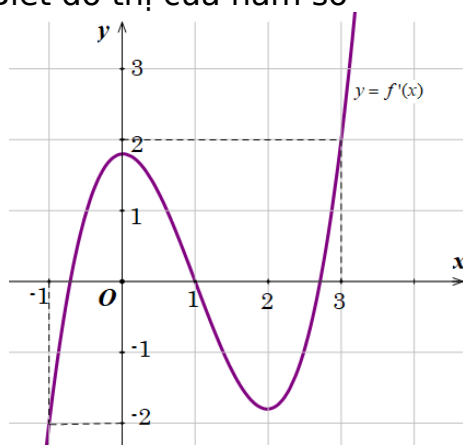
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng.
- Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.
- Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=2$.
- Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng $(2; +\infty)$ bằng 0.

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x) = \ln(\sqrt{x^2 + 1} - x)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Hàm số $y = f(x)$ là hàm số lẻ trên tập xác định.
- Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.
- Hàm số $y = f(x)$ là hàm số chẵn trên tập xác định.
- Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên tập xác định.

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên tập số thực $\mathbb{R}$ và hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2 + x + 1$. Biết đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây



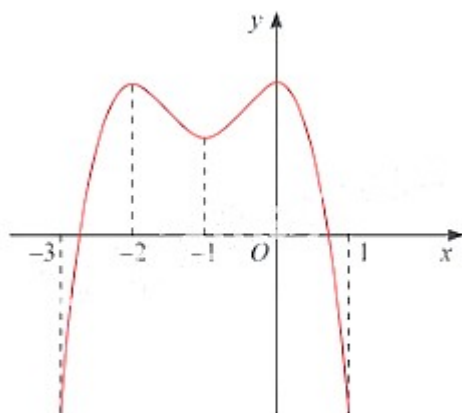
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Đồ thị hàm số $y = g(x)$ có 2 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại.
- Đồ thị hàm số $y = g(x)$ có 2 điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.
- Đồ thị hàm số $y = g(x)$ có 1 điểm cực tiểu và 2 điểm cực đại.
- Đồ thị hàm số $y = g(x)$ có 3 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại.

◆Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

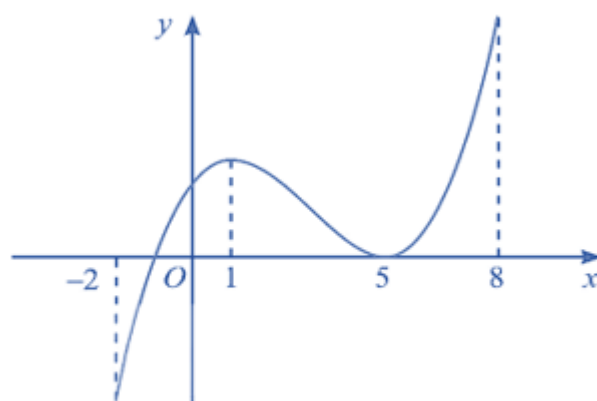
Câu 1: Tìm các khoảng đồng biến, khoảng nghịch biến của hàm số $y = -x^2 + 2x + 3$.

Câu 2: Tìm các khoảng đơn điệu của hàm số $y = f(x)$ có đồ thị cho ở Hình 3.



Hình 3

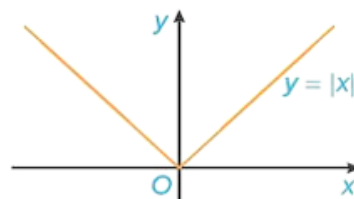
Câu 3: Tìm các khoảng đơn điệu của hàm số $y = f(x)$ có đồ thị cho ở Hình 2.



Hình 2

Câu 4: Chứng minh rằng hàm số $g(x) = \frac{x}{x-1}$ nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

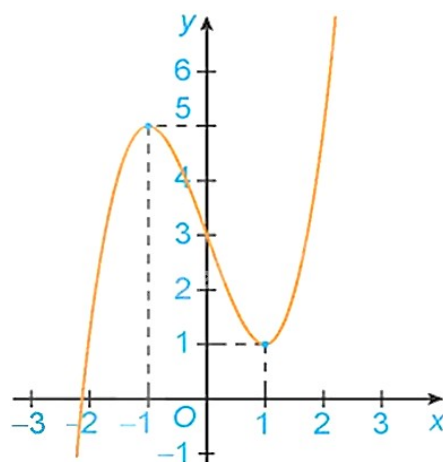
Câu 5: Hình 1.4 là đồ thị của hàm số $y = f(x) = |x|$. Hãy tìm các khoảng đồng biến, khoảng nghịch biến của hàm số.



Hình 1.4

Câu 6: Xét dấu y' rồi tìm khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số $y = \frac{4}{3}x^3 - 2x^2 + x - 1$.

Câu 8: Hình 1.9 là đồ thị của hàm số $y=f(x)$. Hãy tìm các cực trị của hàm số.



Hình 1.9

Câu 9: Lập bảng biến thiên và xác định các khoảng đơn điệu của hàm số:

$$y=f(x)=2x^3+6x^2+6x-9$$

Câu 12: Tìm các khoảng đơn điệu của hàm số $y=\frac{-1}{3}x^3+x^2-x+5$.

Câu 13: Tìm điểm cực trị của hàm số $y=\frac{x^2+x+1}{x+1}$.

Câu 14: Quan sát bảng biến thiên dưới đây và cho biết:

a) x_0 có là điểm cực đại của hàm số $f(x)$ hay không.

b) x_1 có là điểm cực tiểu của hàm số $h(x)$ hay không.

x	a	x_0	b
$f'(x)$		+	-
$f(x)$		$f(x_0)$	

x	a	x_1	b
$h'(x)$		-	+
$h(x)$		$h(x_1)$	

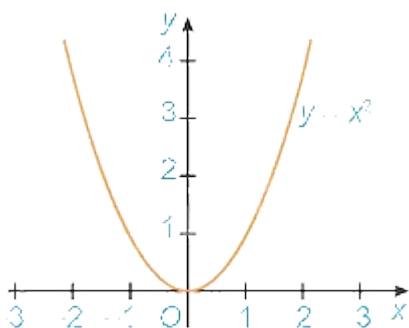
Câu 15: Tìm cực trị của hàm số $y=f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2-3x+\frac{1}{3}$.

Câu 16: Tìm cực trị của hàm số $f(x)=2x^3-9x^2-24x+1$.

Câu 17: Tìm các khoảng đơn điệu của hàm số $y=x^4+2x^2-3$.

Câu 18: Tìm các khoảng đơn điệu của hàm số sau $y=\frac{2x-1}{x+2}$.

Câu 19: Quan sát đồ thị của hàm số $y=x^2$ (H.1.2)

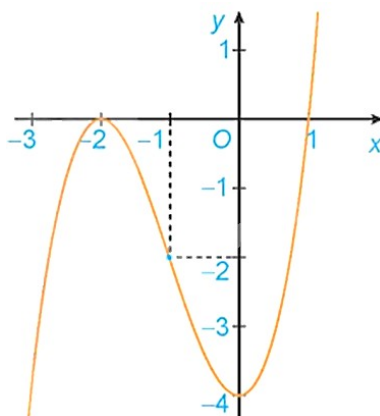


Hình 1.2

a) Hàm số đồng biến trên khoảng nào?

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng nào?

Câu 20: Quan sát đồ thị của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$ (H.1.7). Xét dấu đạo hàm của hàm số đã cho và hoàn thành các bảng sau vào vở:

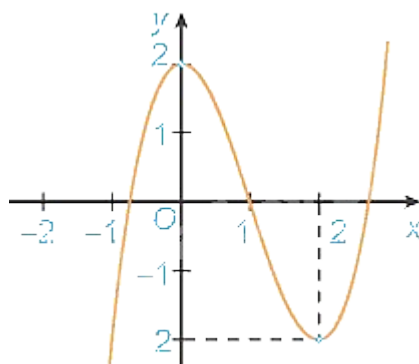


Hình 1.7

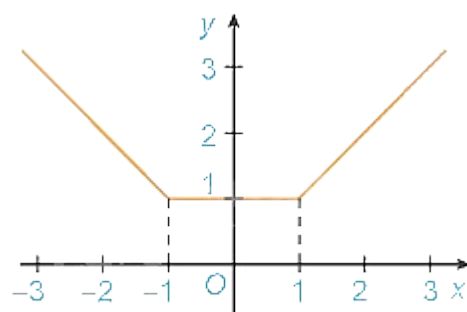
x	-3	-2	-1
y'	?	0	?
y	-4	?	-2

x	-1	0	1
y'	?	0	?
y	-2	?	0

Câu 21: Hình 1.5 là đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Hãy tìm các khoảng đồng biến, khoảng nghịch biến của hàm số.



Hình 1.5

Câu 22:

Hình 1.6

a) Xét dấu đạo hàm của hàm số trên các khoảng $(-\infty; -1)$, $(1; +\infty)$. Nêu nhận xét về mối quan hệ giữa tính đồng biến, nghịch biến và dấu của đạo hàm trên mỗi khoảng này.

b) Có nhận xét gì về đạo hàm y' của hàm số y trên khoảng $(-1; 1)$?

Câu 23: Chứng minh rằng hàm số $y = \sqrt{x^2 + 1}$ nghịch biến trên nửa khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên nửa khoảng $0; +\infty)$.

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$.

a) Tính đạo hàm $f'(x)$ và tìm các điểm x mà $f'(x) = 0$.

b) Lập bảng biến thiên của hàm số, tức là lập bảng thể hiện dấu của đạo hàm và sự đồng biến, nghịch biến của hàm số trên các khoảng tương ứng.

c) Nếu kết luận về khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số.

Câu 25: Tìm các khoảng đơn điệu của các hàm số sau:

a) $y = \frac{1}{3}x^3 + 3x^2 + 5x + 2$; b) $y = \frac{-x^2 + 5x - 7}{x - 2}$.

Câu 26: Giải bài toán trong tình huống mở đầu bằng cách thực hiện lần lượt các yêu cầu sau:

a) Theo ý nghĩa cơ học của đạo hàm, vận tốc $v(t)$ là đạo hàm của $s(t)$. Hãy tìm vận tốc $v(t)$.

b) Xét dấu của hàm $v(t)$, từ đó suy ra câu trả lời.

Bài toán mở đầu:

Xét một chất điểm chuyển động trên một trục số nằm ngang, chiều dương từ trái sang phải (H.1.1). Giả sử vị trí $s(t)$ (mét) của chất điểm trên trục số đã chọn tại thời điểm t (giây) được cho bởi công thức $s(t) = t^3 - 9t^2 + 15t$, $t \geq 0$. Hỏi trong khoảng thời gian nào thì chất điểm chuyển động sang phải, trong khoảng thời gian nào thì chất điểm chuyển động sang trái?



Hình 1.1

Câu 27: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x + 1$.

- Tính đạo hàm $f'(x)$ và tìm các điểm mà tại đó đạo hàm $f'(x)$ bằng 0.
- Lập bảng biến thiên của hàm số.
- Từ bảng biến thiên suy ra các điểm cực trị của hàm số.

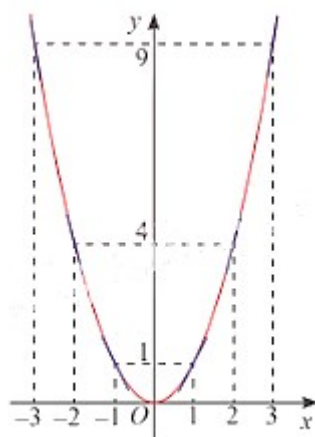
Câu 28: Giải thích vì sao nếu $f'(x)$ không đổi dấu qua x_0 thì x_0 không phải là điểm cực trị của hàm số $f(x)$?

Câu 29: Tìm cực trị của các hàm số sau:

- $y = x^4 - 3x^2 + 1$; b) $y = \frac{-x^2 + 2x - 1}{x + 2}$.

Câu 30: Cho hàm số $y = f(x) = x^2$

- Từ đồ thị của hàm số $y = f(x)$ (Hình 4), hãy chỉ ra các khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số đã cho.
- Tính đạo hàm $f'(x)$ và xét dấu $f'(x)$.
- Từ đó, nhận xét về mối liên hệ giữa các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số với dấu của $f'(x)$.



Hình 4

Câu 31: Xét tính đơn điệu của các hàm số sau:

- $f(x) = -x^3 + 3x^2$; b) $g(x) = x + \frac{1}{x}$ c) $h(x) = x^3$.

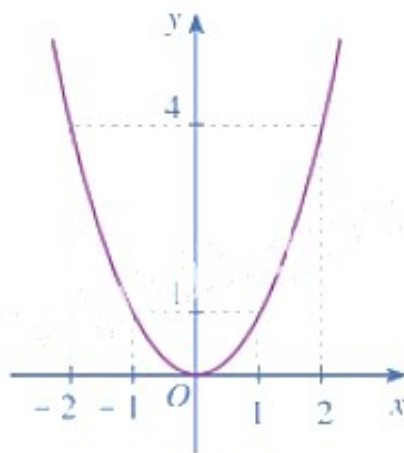
Câu 32: Xác định các khoảng đồng biến, nghịch biến và lập bảng biến thiên của hàm số:

- $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$; b) $y = f(x) = x + \frac{1}{x}$.

Câu 33:

- Nêu định nghĩa hàm số đồng biến, hàm số nghịch biến trên tập $K \subset \mathbb{R}$, trong đó K là một khoảng, đoạn hoặc nửa khoảng.

b) Cho hàm số $y=f(x)=x^2$ có đồ thị như Hình 2.



Hình 2

Xác định khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số đó.

Xét dấu đạo hàm $f'(x)=2x$.

Nêu mối liên hệ giữa sự đồng biến, nghịch biến của hàm số $f(x)=x^2$ và dấu của đạo hàm $f'(x)=2x$ trên mỗi khoảng $(-\infty;0)$, $(0;+\infty)$.

Hoàn thành bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$(?)$	$(?)$	$(?)$	
$f(x)$	$+\infty$				$+\infty$
			$(?)$		

Câu 34:

a) Xác định tính đồng biến, nghịch biến của hàm số $f(x)=x^3$.

b) Xét dấu của đạo hàm $f'(x)=3x^2$.

c) Phương trình $f'(x)=0$ có bao nhiêu nghiệm?

Câu 35: Tìm điểm cực trị của mỗi hàm số sau:

a) $y=x^4-6x^2+8x+1$.

b) $y=\frac{3x+5}{x-1}$.

BÀI 2. GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ**A. Tóm tắt kiến thức****1. ĐỊNH NGHĨA**

-  Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên tập D .
-  Số M được gọi là giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên tập D nếu $f(x) \leq M$ với mọi $x \in D$ và tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0)=M$.
-  Kí hiệu $M=\max_{x \in D} f(x)$ hoặc $M=\max_D f(x)$.
-  Số m được gọi là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên tập D nếu $f(x) \geq m$ với mọi $x \in D$ và tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0)=m$.
-  Kí hiệu $m=\min_{x \in D} f(x)$ hoặc $m=\min_D f(x)$.

2. CÁCH TÌM GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ TRÊN MỘT ĐOẠN

✍ Giả sử $y=f(x)$ là hàm số liên tục trên $[a;b]$ và có đạo hàm trên $(a;b)$, có thể trừ ra tại một số hữu hạn điểm mà tại đó hàm số không có đạo hàm. Giả sử chỉ có hữu hạn điểm trong đoạn $[a;b]$ mà đạo hàm $f'(x)$ bằng 0.

✍ Các bước tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$:

①. Tìm các điểm $x_1, x_2, \dots, x_n \in (a;b)$, tại đó $f'(x)$ bằng 0 hoặc không tồn tại.

②. Tính $f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n), f(a)$ và $f(b)$.

③. Tìm số lớn nhất M và số nhỏ nhất m trong các số trên.

Ta có: $M = \max_{[a;b]} f(x); m = \min_{[a;b]} f(x)$.

B. Phân dạng toán cơ bản

•Dạng ①: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

📖 Các ví dụ minh họa

Câu 1: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)=\sqrt{1-x^2}$.

Câu 2: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau:

a) $y=f(x)=2x+3$ trên đoạn $[-3;1]$;

b) $y=g(x)=\sqrt{1-x^2}$.

Câu 3: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của mỗi hàm số sau:

a) $f(x)=\frac{x^3}{3}-2x^2+3x+1$ trên đoạn $[-3;2]$;

b) $g(x)=\frac{\ln x}{x}$ trên đoạn $[1;4]$.

•Dạng ②: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên một đoạn

📖 Các ví dụ minh họa

Câu 1: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất (nếu có) của hàm số $y=x-2+\frac{1}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 2: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sin x+\cos x$ trên đoạn $[0;2\pi]$.

Câu 3: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^4-4x^2+3$ trên đoạn $[0;4]$.

•Dạng ③: Ứng dụng thực tế

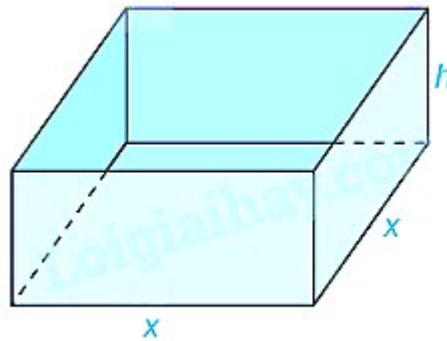
📖 Các ví dụ minh họa

Câu 1: Giả sử sự lây lan của một loại virus ở một địa phương có thể được mô hình hóa bằng hàm số $N(t) = -t^3 + 12t^2, 0 \leq t \leq 12$, trong đó N là số người bị nhiễm bệnh (tính bằng trăm người) và t là thời gian (tuần).

a) Hãy ước tính số người tối đa bị nhiễm bệnh ở địa phương đó.

b) Đạo hàm $N'(t)$ biểu thị tốc độ lây lan của virus (còn gọi là tốc độ truyền bệnh). Hỏi virus sẽ lây lan nhanh nhất khi nào?

Câu 2: Một nhà sản xuất muốn thiết kế một chiếc hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp, có đáy là hình vuông và diện tích bề mặt bằng 108 cm^2 như Hình 1.17. Tìm các kích thước của chiếc hộp sao cho thể tích của hộp là lớn nhất.



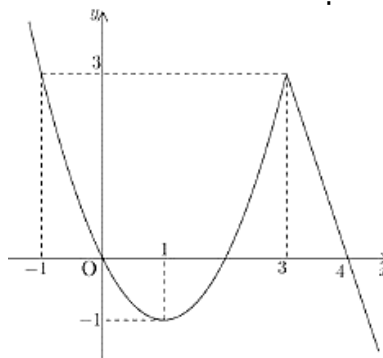
Hình 1.17

Câu 3: Một nhà sản xuất cần làm ra những chiếc bình có dạng hình trụ với dung tích 1000 cm^3 . Mặt trên và mặt dưới của bình được làm bằng vật liệu có giá $1,2$ nghìn đồng/ cm^2 , trong khi mặt bên của bình được làm bằng vật liệu có giá $0,75$ nghìn đồng/ cm^2 . Tìm các kích thước của bình để chi phí vật liệu sản xuất mỗi chiếc bình là nhỏ nhất.

©. Dạng toán rèn luyện

•Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-1; +\infty)$ và có đồ thị như hình vẽ. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 4]$.



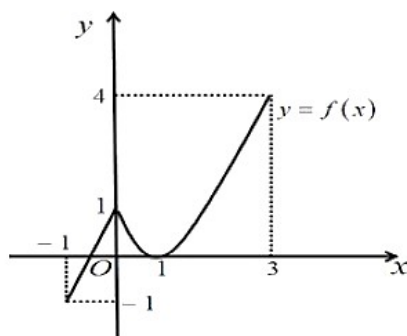
A. 3.

B. -1.

C. -3.

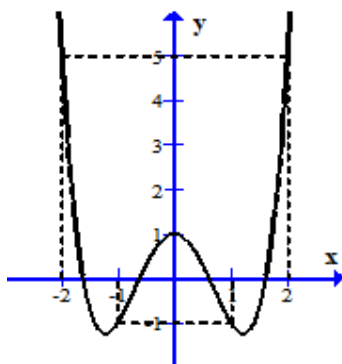
D. 0.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$. Ta có giá trị của $M + 2m$ là



- A. $M + 2m = 1$. B. $M + 2m = 2$. C. $M + 2m = 3$. D. $M + 2m = 4$.

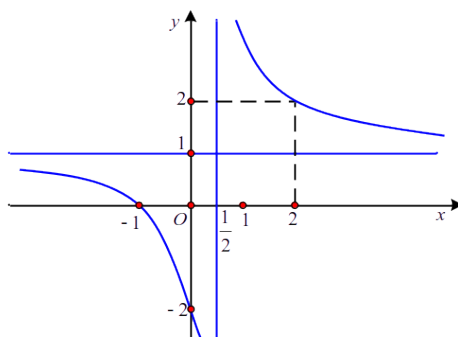
Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.



Giá trị lớn nhất của hàm số này trên đoạn $[-1; 2]$ bằng?

- A. 5. B. 2.
C. 1. D. không xác định được.

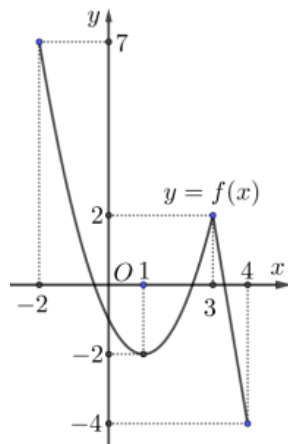
Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$ và $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ là đường cong trong hình vẽ bên.



Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

- A. $\max_{[1; 2]} f(x) = 2$ B. $\max_{[-2; 1]} f(x) = 0$
C. $\max_{[-3; 0]} f(x) = f(-3)$ D. $\max_{[3; 4]} f(x) = f(4)$

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đồ thị trên đoạn $[-2; 4]$ như hình vẽ bên. Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 4]$ bằng



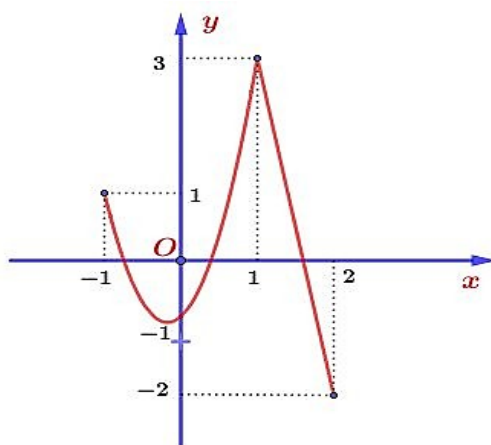
A. 5.

B. 3.

C. 0.

D. -2

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 2]$ và có đồ thị như hình vẽ?



Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 2]$.

Ta có $M + m$ bằng:

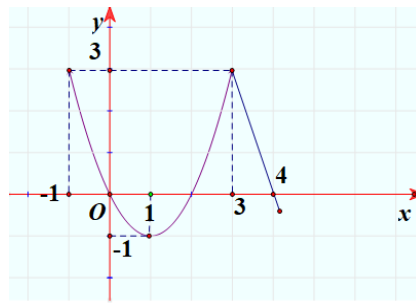
A. 2.

B. 0.

C. 4.

D. 1.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-1; +\infty)$ và có đồ thị như hình vẽ.



Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[1; 4]$.

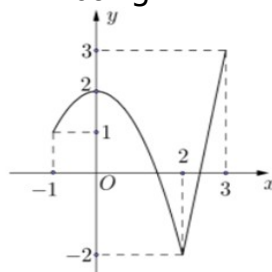
A. 0.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị $M - m$ bằng



A. 0.

B. 1.

C. 4.

D. 5.

Câu 9: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

$y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$. Tỉ số $\frac{M}{m}$ bằng

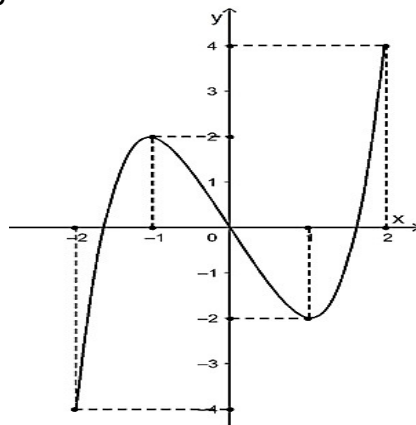
A. $-\frac{6}{5}$.

B. -3.

C. $\frac{5}{2}$.

D. -2.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Đặt $M = \max_{[-2; 2]} f(x), m = \min_{[-2; 2]} f(x)$. Khi đó $M + m$ bằng

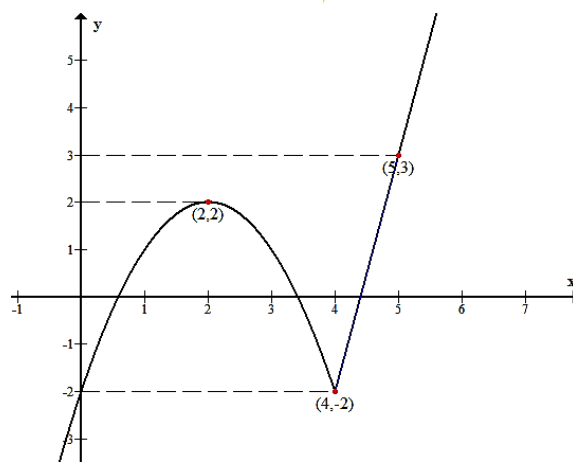
A. 0.

B. 8.

C. 2.

D. 4.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Xác định giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0; 5]$.



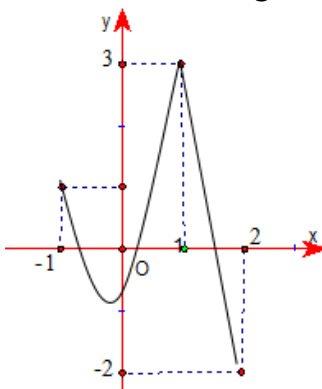
A. $\max_{[0;5]} y = 5$

B. $\max_{[0;5]} y = 3$

C. $\max_{[0;5]} y = 4$

D. $\max_{[0;5]} y = 2$

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 2]$. Ta có $M + m$ bằng



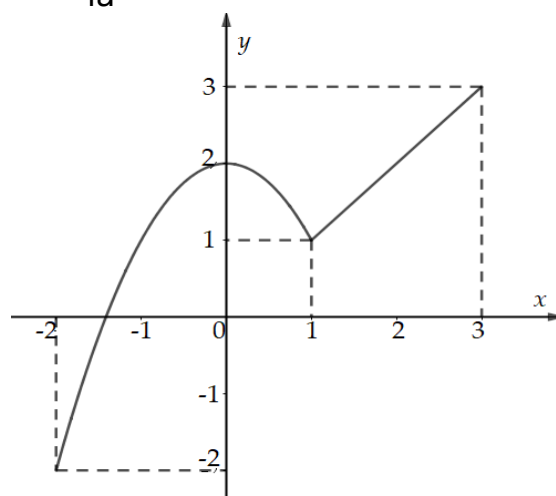
A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 0.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$, $x \in [-2; 3]$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2; 3]$. Giá trị $M + m$ là



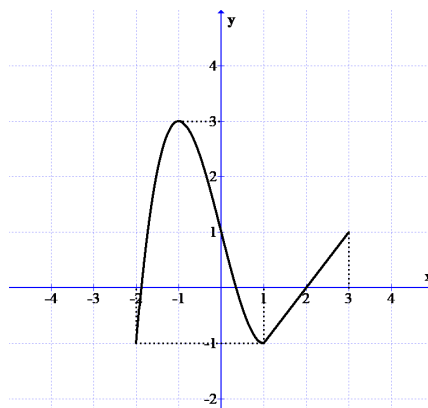
A. 6.

B. 1.

C. 5.

D. 3.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới.

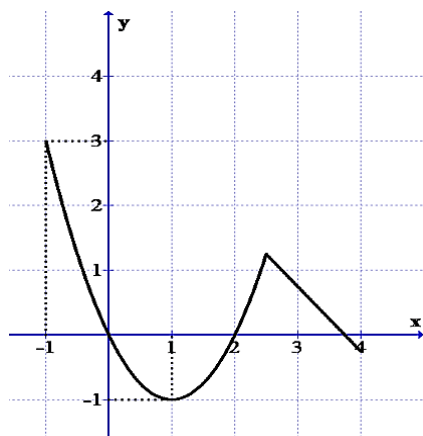


Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2; 3]$.

Giá trị của $M - m$ bằng

- A. 0. B. 1. C. 4. D. 5.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 4]$.

Giá trị của $M + m$ bằng

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 5.

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1; 3]$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

x	-1	0	2	3			
y'		+	0	-	0	+	
y	0			1			4

- A. $\max_{[-1; 3]} f(x) = f(0)$ B. $\max_{[-1; 3]} f(x) = f(3)$

C. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(2)$. D. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(-1)$.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	$\parallel$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	0	-1	$+\infty$	

Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng -1 .
 B. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.
 C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1 .
 D. Hàm số có đúng hai cực trị.

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3;2]$ và có bảng biến thiên như sau.

x	-3	-1	0	1	2
$f(x)$	-2	3	0	2	1

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$. Tính $M + m$.

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

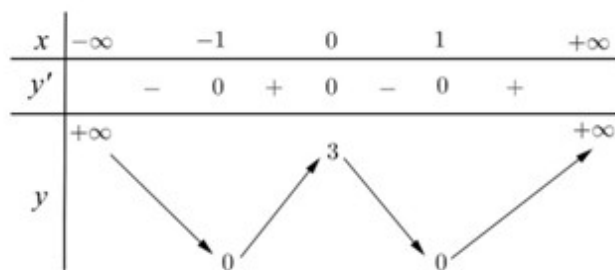
Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $[-\sqrt{3};\sqrt{5}]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\sqrt{3}$	-1	1	$\sqrt{5}$	
y'	+	0	-	0	+
y	0	2	-2	$2\sqrt{5}$	

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\min_{[-\sqrt{3};\sqrt{5}]} y = 0$. B. $\max_{[-\sqrt{3};\sqrt{5}]} y = 2\sqrt{5}$.
 C. $\max_{[-\sqrt{3};\sqrt{5}]} y = 2$. D. $\min_{[-\sqrt{3};\sqrt{5}]} y = -2$.

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 1]$ bằng:

- A. 1. B. 3. C. -1. D. 0.

Câu 21: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên đoạn $[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\sqrt{3}$	-1	1	$\sqrt{5}$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y		2		$2\sqrt{5}$	
	0		-2		

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\min_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = 0$ B. $\max_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = 2$
 C. $\max_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = 2\sqrt{5}$ D. $\min_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = 1$

Câu 22: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3; 2]$ và có bảng biến thiên như sau. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$. Tính $M+m$.

x	-3	-1	0	1	2		
y'		+	0	-	+	0	-
y			3		2		
	-2			0			1

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 23: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên đoạn $[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\sqrt{3}$	-1	1	$\sqrt{5}$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y		2		$2\sqrt{5}$	
	0		-2		

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\min_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = 0$ B. $\max_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = 2\sqrt{5}$
 C. $\max_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = 2$ D. $\min_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = -2$

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$		
y'		$-$	$ $	$+$	0	$-$
y						

Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Hàm số không có giá trị lớn nhất và có giá trị nhỏ nhất bằng -2 .
- B. Hàm số có hai điểm cực trị.
- C. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.
- D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 5 và giá trị nhỏ nhất bằng -2 .

Câu 25: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ trên đoạn $[-1; 1]$. Tính $M + m$.

- A. 1.
- B. 0.
- C. 2.
- D. 3.

Câu 26: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ trên $[1; 5]$ là.

- A. 15.
- B. -6.
- C. 10.
- D. 22.

Câu 27: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^4 + 4x^2$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

- A. 1.
- B. 4.
- C. 5.
- D. 3.

Câu 28: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 15$ trên đoạn $[-3; 2]$.

- A. $\max_{[-3; 2]} y = 54$
- B. $\max_{[-3; 2]} y = 7$
- C. $\max_{[-3; 2]} y = 48$
- D. $\max_{[-3; 2]} y = 16$

Câu 29: Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x}{x+1}$ trên đoạn $[1; 3]$ lần lượt là

- A. $\frac{3}{4}$ và $\frac{1}{2}$.
- B. 0 và -1 .
- C. 3 và -1 .
- D. $-\frac{1}{3}$ và -1 .

Câu 30: Tính tổng bình phương giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 + 4x^2 + 3$ trên đoạn $[-1; 1]$?

- A. 121.
- B. 64.
- C. 73.
- D. 22

Câu 31: Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số: $y = x^2 + \frac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

- A. $m = 5$.
- B. $m = 3$.
- C. $m = \frac{17}{4}$.
- D. $m = 10$.

Câu 32: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0; 2]$.

- A. -5.
- B. $-\frac{1}{3}$.
- C. 5.
- D. $\frac{1}{3}$.

Câu 33: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x+5}{x-7}$ trên đoạn $[8; 12]$ là:

- A. 15.
- B. $\frac{17}{5}$.
- C. 13.
- D. $\frac{13}{2}$

Câu 34: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{2x-1}{x+5}$ trên đoạn $[-1; 3]$.

- A. $\frac{5}{8}$. B. $\frac{5}{3}$. C. $\frac{-3}{4}$. D. $-\frac{1}{5}$.

Câu 35: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \frac{9}{x}$ trên đoạn $[2; 4]$ là

- A. $\min_{[2;4]} y = 6$. B. $\min_{[2;4]} y = \frac{25}{4}$. C. $\min_{[2;4]} y = -6$. D. $\min_{[2;4]} y = \frac{13}{2}$.

Câu 36: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng.

- A. $\max_{[1;3]} y = 3$. B. $\max_{[1;3]} y = 4$. C. $\max_{[1;3]} y = 6$. D. $\max_{[1;3]} y = 5$.

Câu 37: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2x-3}{x-5}$ trên đoạn $[0; 2]$ là.

- A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{1}{4}$. C. 2. D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 38: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0; 3]$. Tính giá trị $M - m$.

- A. $M - m = -\frac{9}{4}$. B. $M - m = 3$. C. $M - m = \frac{9}{4}$. D. $M - m = \frac{1}{4}$.

Câu 39: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ trên $[0; 2]$ là

- A. $\frac{1}{3}$. B. 5. C. -5. D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 40: Gọi M, m thứ tự là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[-2; 0]$. Tính $P = M + m$.

- A. $P = 1$. B. $P = -\frac{13}{3}$. C. $P = -5$. D. $P = -3$.

Câu 41: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{16}{x}$ trên đoạn $[1; 5]$ bằng

- A. 8. B. $\frac{41}{5}$. C. 17. D. -8.

Câu 42: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^2 - \frac{16}{x}$ trên đoạn $[-4; -1]$. Tính $T = M + m$.

- A. $T = 32$. B. $T = 16$. C. $T = 37$. D. $T = 25$.

Câu 43: Trên khoảng $(0; +\infty)$ thì hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$.

- A. Có giá trị nhỏ nhất là $\min y = -1$. B. Có giá trị lớn nhất là $\max y = 3$.
C. Có giá trị nhỏ nhất là $\min y = 3$. D. Có giá trị lớn nhất là $\max y = -1$.

Câu 44: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -3x^4 + 4x^3 + 1$ bằng

- A.** 11. **B.** 0. **C.** 5. **D.** 2.
- Câu 45:** Hàm số nào dưới đây có giá trị nhỏ nhất trên tập xác định?
- A.** $y = x^3 - 3x + 2$. **B.** $y = -2x^3 + 3x^2 - 1$.
C. $y = x^4 - 2x^2 - 1$. **D.** $y = -x^4 + 4x^2$.
- Câu 46:** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ trên khoảng $(0; +\infty)$ bằng:
- A.** 5. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 3.
- Câu 47:** Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $f(x) = x^6 + 6x$ trên nửa khoảng $(-2; 1]$. Kết quả đúng là
- A.** M không tồn tại. **B.** $M = 52$. **C.** $M = 7$. **D.** $M = -5$.
- Câu 48:** Hàm số nào dưới đây có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$?
- A.** $y = x^4 - 2x^2$. **B.** $y = -3x^3 + x^2 - 5$.
C. $y = x^3 + 3x^2 - 7x + 1$. **D.** $y = -2x^4 - x^2 + 5$.
- Câu 49:** Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 5$. Khẳng định nào sau đây đúng:
- A.** Hàm số có giá trị nhỏ nhất, không có giá trị lớn nhất.
B. Hàm số không có giá trị nhỏ nhất, có giá trị lớn nhất.
C. Hàm số không có giá trị nhỏ nhất, không có giá trị lớn nhất.
D. Hàm số có giá trị nhỏ nhất, có giá trị lớn nhất
- Câu 50:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \frac{2}{x}$ với $x > 0$ bằng
- A.** 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.
- Câu 51:** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{4}{x^2 + 2}$ là
- A.** 10. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.
- Câu 52:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x - 5 + \frac{1}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$ bằng bao nhiêu?
- A.** 0. **B.** -1. **C.** -3. **D.** -2
- Câu 53:** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x}$ khi $x > 0$.
- A.** $\frac{2\sqrt{3}}{9}$. **B.** $-\frac{1}{4}$. **C.** 0. **D.** $-\frac{2\sqrt{3}}{9}$.
- Câu 54:** Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x - 1 + \frac{4}{x-1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$. Tìm m ?
- A.** $m = 2$. **B.** $m = 5$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = 4$.
- Câu 55:** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2}{x-2}$ trên $(2; 6]$.
- A.** $\min_{(2; 6]} y = 9$. **B.** $\min_{(2; 6]} y = 8$. **C.** $\min_{(2; 6]} y = 4$. **D.** $\min_{(2; 6]} y = 3$.

Câu 56: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3x + \frac{4}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$ bằng:

A. $4\sqrt{3}$. B. $4\sqrt{2}$. C. $\frac{301}{5}$. D. 7.

Câu 57: Trên khoảng $(0;1)$ hàm số $y = x^3 + \frac{1}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại x_0 bằng

A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{\sqrt[4]{3}}$. C. $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$. D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 58: Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 2x^2$ trên khoảng $(-2;2)$ là

A. $\max_{(-2;2)} y = 0; \min_{(-2;2)} y = -1$. B. $\min_{(-2;2)} y = -1$; không có giá trị lớn nhất.

C. $\max_{(-2;2)} y = 0$; không có giá trị nhỏ nhất. D. $\max_{(-2;2)} y = 8; \min_{(-2;2)} y = -1$.

Câu 59: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}$ bằng

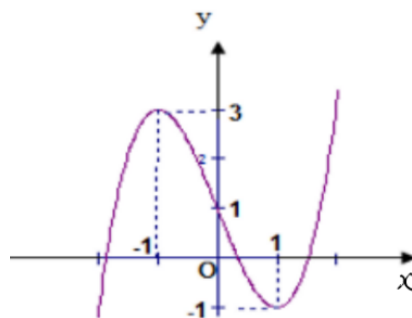
A. 0. B. $-\sqrt{2}$. C. -1. D. -2.

•Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1: Xét hàm số $y = \frac{x-1}{2x+1}$ trên $[0;1]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

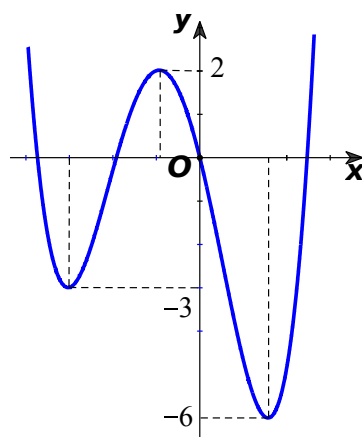
- a) $\min_{[0;1]} y = -\frac{1}{2}$.
- b) $\max_{[0;1]} y = 0$.
- c) $\max_{[0;1]} y = 1$.
- d) $\min_{[0;1]} y = \frac{1}{2}$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên I và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



- a) $\max_{[-1;1]} f(x) = 3$
- b) $\max_{[-1;+\infty)} f(x) = 3$
- c) $\max_{[-1;+\infty)} f(x) = +\infty$
- d) $\max_{[-1;1]} f(x) = 1$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -6 .
- b) Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 2 .
- c) Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = -6$.
- d) Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 2$.

Câu 4: Hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong $[-1; 3]$ cho bởi hình dưới đây. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

x	-1		0		2		3
y'		+	0	-	0	+	
y			5				4
	0				1		

- a) $M = 1$.
 b) $M = 5$.
 c) $M = 0$.
 d) $M = 4$.

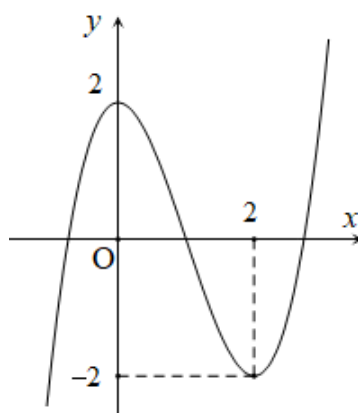
Câu 5: Một hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	$-$
y			4		5		
	1			2			0

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\max_{\mathbb{R}} y = 5$.
 b) $\min_{\mathbb{R}} y = 2$.
 c) $\max_{\mathbb{R}} y = 4$.
 d) $\min_{\mathbb{R}} y = 0$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 2]$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



- a) $m + M = 2$.

b) $m + M = -2$.

c) $m + M = 0$.

d) $m + M = 4$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	+	-	0	+
y	$-\infty$	0	-1	$+\infty$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số $y = f(x)$ có giá trị cực tiểu bằng 1.

b) Hàm số $y = f(x)$ có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng 1.

c) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

d) Hàm số $y = f(x)$ có đúng một cực trị.

Câu 8: Cho hàm số $y = \sqrt{x+2}$ có bảng biến thiên dưới đây. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

x	-2	$+\infty$
y'		+
y	0	$+\infty$

a) Hàm số không có giá trị nhỏ nhất.

b) Hàm số có giá trị lớn nhất.

c) Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -2.

d) Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 0.

Câu 9: Hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-1; 3]$ cho trong hình bên. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

x	-1	0	2	3	
y'	+	0	-	0	+
y	0	5	1	4	

- a) $M = f(-1)$.
 b) $M = f(0)$.
 c) $M = f(5)$.
 d) $M = f(4)$.

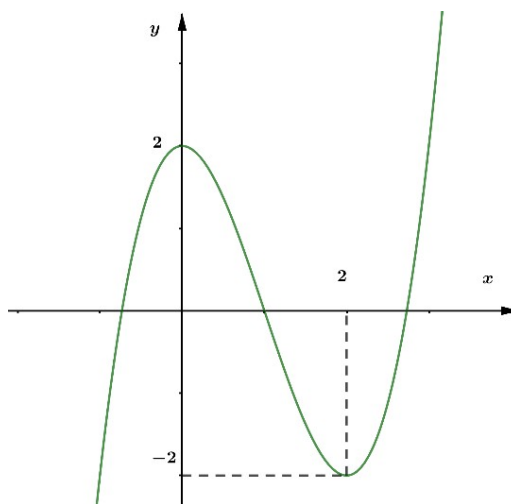
Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	$\parallel$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	0	-1	$+\infty$	

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1 .
 b) Hàm số có hai cực trị.
 c) Hàm số có đúng một cực trị.
 d) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1 .

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 2]$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



- a) $m + M = 2$.
 b) $m + M = -2$.
 c) $m + M = 0$.
 d) $m + M = 4$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
y'		$-$	$+$	0	$-$
y	5		4		

$\searrow$ -2 $\nearrow$ $\searrow$ -1

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hàm số $y = f(x)$ không có giá trị lớn nhất.
- b) Hàm số $y = f(x)$ có giá trị nhỏ nhất bằng -2 .
- c) Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = -1$.
- d) Hàm số $y = f(x)$ có giá trị lớn nhất bằng 5 .

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	-1	$+\infty$	

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\max_{(-\infty; 1)} f(x) = 1$
- b) $\min_{(0; +\infty)} f(x) = -1$
- c) $\max_{(-\infty; 1)} f(x) = f(-1)$
- d) $\min_{[2; +\infty)} f(x) = f(2)$

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$		
y'		$+$	$ $	$-$	0	$+$
y			2			$+\infty$
	$-\infty$			-3		

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hàm số chỉ có giá trị nhỏ nhất không có giá trị lớn nhất.
- b) Hàm số có một điểm cực trị.
- c) Hàm số có hai điểm cực trị.
- d) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3 .

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ và có bảng biến thiên trên $[-5; 7)$ như sau:

x	$-\infty$	-5	1	7	$+\infty$
y'			$-$	0	$+$
y		6		9	
			2		

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\min_{[-5;7)} f(x) = 2$ và hàm số không đạt giá trị lớn nhất trên $[-5; 7)$.
- b) $\max_{[-5;7)} f(x) = 6$ và $\min_{[-5;7)} f(x) = 2$.
- c) $\max_{[-5;7)} f(x) = 9$ và $\min_{[-5;7)} f(x) = 2$.
- d) $\max_{[-5;7)} f(x) = 9$ và $\min_{[-5;7)} f(x) = 6$.

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $(-4; 4)$ và có bảng biến thiên trên $(-4; 4)$ như bên. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

x	-4	-2	0	4
y'		$+$	0	$-$
			0	
y	-10		-4	10

- a) $\max_{(-4;4)} y = 0$ và $\min_{(-4;4)} y = -4$.
- b) $\max_{(-4;4)} y = 10$ và $\min_{(-4;4)} y = -4$.
- c) $\max_{(-4;4)} y = 10$ và $\min_{(-4;4)} y = -10$.

Hàm số không có GTLN, GTNN trên $(-4; 4)$.

d)

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0
			$-$	0	$+$
y	$+\infty$	-1	2	1	3

- a) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 3 và giá trị nhỏ nhất bằng -1 .
- b) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 3 và giá trị nhỏ nhất bằng 1.
- c) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -1 .

d) Không tồn tại giá trị lớn nhất của hàm số.

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+3)(x-2)^3(x^2-4)$.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $f(-2) > \max\{f(-3); f(2)\}$.

b) $f(-3) < f(-2) < f(2)$

c) $f(-2) < \min\{f(-3); f(2)\}$

d) $f(-3) > f(-2) > f(2)$

Câu 19: Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[1; 3]$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $m + M = \frac{13}{3}$.

b) $m + M = 5$.

c) $m + M = 9$.

d) $m + M = 4$.

Câu 20: Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-m}{x+2}$ trên $[0; 2]$ bằng 8

(m là tham số thực). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $m > 10$.

b) $-15 < m \leq -10$.

c) $0 < m \leq 8$.

d) $-9 < m \leq -2$.

Câu 21: Cho hàm số $y = \frac{mx+2}{x}$ thỏa mãn $\min_{[1;3]} y = 19$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $m > 18$.

b) $m < 0$.

c) $3 < m \leq 17$.

d) $1 \leq m \leq 3$.

Câu 22: Cho hàm số $y = x^3 + (m^2 + 3)x + m^2 - 4$. Biết hàm số đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-2; 0]$ bằng $\frac{1}{4}$ tại $m = m_0$ ($m_0 > 0$). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

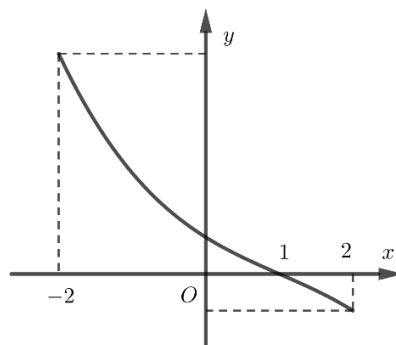
a) $1 < m_0 < 2$.

b) $3 < m_0 < 4$.

c) $2 < m_0 < 3$.

d) $0 < m_0 < 1$.

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$ là đường cong trong hình bên. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



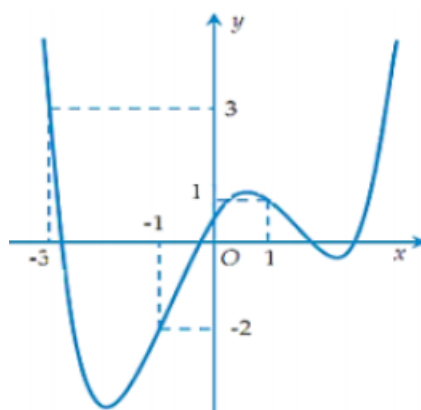
a) $\max_{[-2; 2]} f(x) = f(1)$

b) $\max_{[-2; 2]} f(x) = f(-2)$

c) $\min_{[-2; 2]} f(x) = f(1)$

d) $\max_{[-2; 2]} f(x) = f(2)$

Câu 24: Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ dưới đây



Xét hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 2025$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $g(0) < g(1)$.

b) $\min_{[-3;1]} g(x) = g(-1)$.

c) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-3; -1)$.

d) $\max_{[-3;1]} g(x) = \max_{[-3;1]} \{g(-3); g(1)\}$.

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	0	$-$	
f	$+\infty$				4		$-\infty$

Diagram showing the function values at critical points: $+\infty \rightarrow -2 \rightarrow 4 \rightarrow -\infty$.

Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = g(x) = f(3 - x)$ trên $[0; 3]$.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

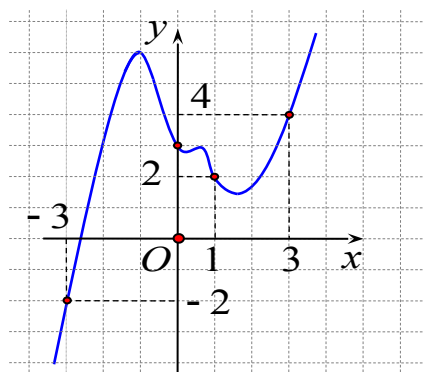
a) $M = f(0)$.

b) $M = f(3)$.

c) $M = f(1)$.

d) $M = f(2)$.

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R . Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên.



Đặt $g(x) = 2f(x) - (x+1)^2$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\min_{[-3;3]} g(x) = g(1)$.

b) $\max_{[-3;3]} g(x) = g(1)$.

c) $\max_{[-3;3]} g(x) = g(3)$.

d) Không tồn tại giá trị nhỏ nhất của $g(x)$ trên $[-3; 3]$.

Câu 27: Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[1;2]} y + \max_{[1;2]} y = \frac{16}{3}$.
 Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $m \leq 0$
- b) $m > 4$
- c) $0 < m \leq 2$
- d) $2 < m \leq 4$

Câu 28: Cho hàm số $y = \frac{\sin x + 1}{\sin^2 x + \sin x + 1}$. Gọi M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $M = m + \frac{3}{2}$.
- b) $M = \frac{3}{2}m$.
- c) $M = m + 1$.
- d) $M = m + \frac{2}{3}$.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-9)(x-4)^2$. Xét hàm số $y = g(x) = f(x^2)$ trên $\mathbb{R}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.
- b) Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -3)$.
- c) Hàm số $y = g(x)$ có 5 điểm cực trị.
- d) $\min_{x \in \mathbb{R}} g(x) = f(9)$.

♦Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3$ trên đoạn $[0; 4]$.

Câu 2: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin x + \cos x$ trên đoạn $[0; 2\pi]$.

Câu 3: Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ trên đoạn $[0; 5]$.

Câu 4: Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số:

- a) $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 1$ trên đoạn $[0; 3]$
- b) $g(x) = x + \frac{1}{x}$ trên khoảng $(0; 5)$
- c) $h(x) = x\sqrt{2-x^2}$

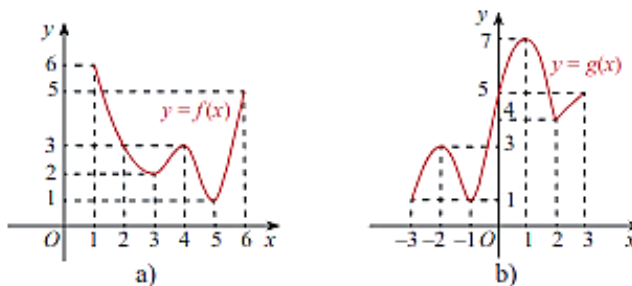
Câu 5: Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau:

- a) $y = x^3 - 12x + 1$ trên đoạn $[-1; 3]$
- b) $y = -x^3 + 24x^2 - 180x + 400$ trên đoạn $[3; 11]$

c) $y = \frac{2x+1}{x-2}$ trên đoạn $[3;7]$

d) $y = \sin 2x$ trên đoạn $\left[0; \frac{7\pi}{12}\right]$

Câu 6: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số có đồ thị được cho ở Hình 5



Hình 5

Câu 7: Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = x + \frac{4}{x^2}$ trên đoạn $[1;4]$

Câu 8: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất (nếu có) của hàm số $y = x - 2 + \frac{1}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 9: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất (nếu có) của hàm số $f(x) = \frac{x^2+9}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 10: Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2\sqrt{1-x^2} + x^2$

Câu 11: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số: $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$

Câu 12: Hộp sữa 1l được thiết kế dạng hình hộp chữ nhật với đáy là hình vuông cạnh x cm. Tìm x để diện tích toàn phần của hộp nhỏ nhất.

Câu 13: Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x) = x + \frac{1}{x} - 7$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 14: Tìm giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau:

a) $y = x^3 - 3x - 4$ trên nửa khoảng $[-3;2)$

b) $y = \frac{3x^2 - 4x}{x^2 - 1}$ trên khoảng $(-1; +\infty)$

Câu 15: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 + m^2 - 5$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1;2]$ là 19.

Câu 16: Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ $m > 1$. Với giá trị nào của tham số m để hàm số có giá trị lớn nhất trên $[1;4]$ bằng 3.

Câu 17: Trong một thí nghiệm y học, người ta cấy 1000 vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng. Bằng thực nghiệm, người ta xác định được số lượng vi khuẩn thay đổi theo thời gian bởi công thức:

$N(t) = 1000 + \frac{100t}{100+t^2}$ (con) trong đó t là thời gian tính bằng giây. Tính số lượng vi khuẩn lớn nhất kể từ khi thực hiện cấy vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng.

Câu 18: Tam giác vuông có cạnh huyền bằng 5 cm có thể có diện tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

Câu 19: Khối lượng q (kg) của một mặt hàng mà cửa tiệm bán được trong một ngày phụ thuộc vào giá bán p (nghìn đồng/kg) theo công thức $p = 15 - \frac{1}{2}q$. Doanh thu từ việc bán mặt hàng trên của cửa tiệm được tính theo công thức $R = pq$. Tìm giá bán mỗi kilôgam sản phẩm để đạt được doanh thu cao nhất và xác định doanh thu cao nhất đó.

Câu 20: Một hợp tác xã nuôi cá trong hồ. nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng: $P(n) = 480 - 20n$ (gam). Hỏi phải thả bao nhiêu cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất?

Câu 21: Ông Nam cần xây dựng một bể chứa nước có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp đậy để phục vụ cho việc tưới cây trong vườn. Do các điều kiện về diện tích vườn, ông Nam cần bể có thể tích là 36 m^3 , đáy bể có chiều dài gấp hai lần chiều rộng và chiều rộng không quá 4 m, biết rằng chi phí vật liệu xây dựng mỗi mét vuông diện tích bề mặt là như nhau. Hỏi chiều cao bể nước bằng bao nhiêu để tổng chi phí vật liệu là nhỏ nhất?

Câu 22: Ông A dự định sử dụng hết 5 m^2 kính để làm bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng. Bể cá có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

Câu 23: Một chất điểm chuyển động theo phương trình $S = -t^3 + 9t^2 + t + 10$ trong đó t tính bằng (s) và S tính bằng (m). Thời gian để vận tốc của chất điểm đạt giá trị lớn nhất là

Câu 24: Một vật chuyển động theo quy luật $s = -2t^3 + 24t^2 + 9t - 3$ với t là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động và s là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

Câu 25: Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s = -t^3 + 6t^2 + 17t$, với t là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Khi đó vận tốc $v(m/s)$ của chuyển động đạt giá trị lớn nhất trong khoảng 8 giây đầu tiên bằng

Câu 26: Một chất điểm chuyển động theo phương trình $S = -t^3 + 3t^2 - 2$, trong đó t tính bằng giây và S tính theo mét. Chuyển động có vận tốc lớn nhất là

Câu 27: Ông A dự định sử dụng hết $6,5 m^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

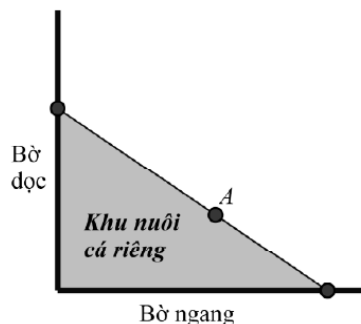
Câu 28: Một ông nông dân có $2400 m$ hàng rào và muốn rào lại cánh đồng hình chữ nhật tiếp giáp với một con sông. Ông không cần rào cho phía giáp bờ sông. Hỏi ông có thể rào được cánh đồng với diện tích lớn nhất là bao nhiêu?

Câu 29: Tìm m để tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = x^4 - 2x^2 + m$ trên đoạn $[-1; 1]$ bằng 5.

Câu 30: Ông An muốn xây một bể chứa nước dạng hình hộp chữ nhật, phần nắp trên ông để trống một ô có diện tích bằng 20% diện tích của đáy bể. Biết đáy bể là một hình chữ

nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, biết bể có thể chứa tối đa $10 m^3$ nước và giá tiền thuê nhân công là 500000 đồng $/m^2$. Số tiền trả ít nhất cho nhân công mà ông phải trả với số là:

Câu 31: Người ta giăng lưới để nuôi riêng một loại cá trên một góc hồ. Biết rằng lưới được giăng theo một đường thẳng từ một vị trí trên bờ ngang đến một vị trí trên bờ dọc và phải đi qua một cái cọc đã cắm sẵn ở vị trí A. Hỏi diện tích nhỏ nhất có thể giăng là bao nhiêu, biết rằng khoảng cách từ cọc đến bờ ngang là $5 m$ và khoảng cách từ cọc đến bờ dọc là $12 m$



Câu 32: Ông A dự định sử dụng hết $6,7 m^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng. Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

▶ **BÀI 3. ĐƯỜNG TIẾM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ**

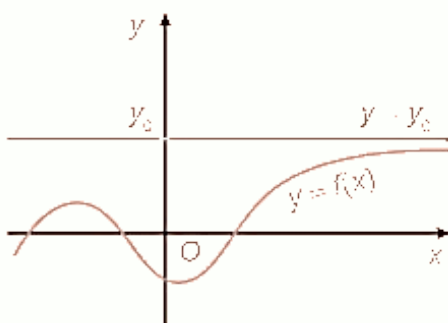
A. Tóm tắt kiến thức

1. ĐƯỜNG TIỆM CẬN NGANG

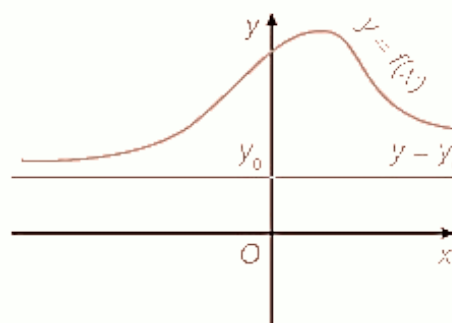
Đường thẳng $y = y_0$ gọi là đường tiệm cận ngang (gọi tắt là tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số

$y = f(x)$ nếu:

✓ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0$ hoặc $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0$.



Đường thẳng $y = y_0$ là tiệm cận ngang của đồ thị (khi $x \rightarrow +\infty$).



Đường thẳng $y = y_0$ là tiệm cận ngang của đồ thị (khi $x \rightarrow -\infty$).

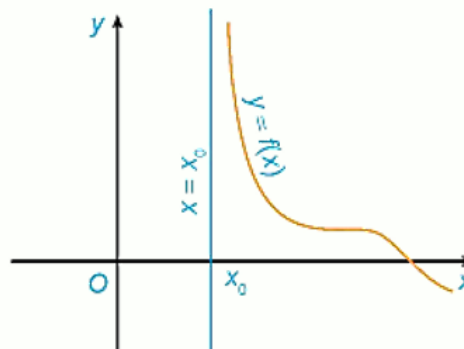
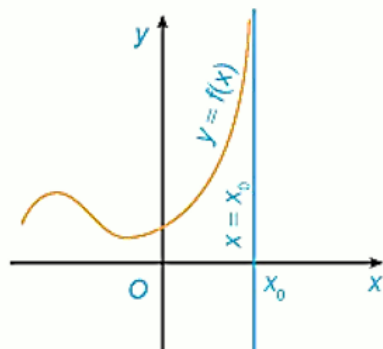
Hình 1.20

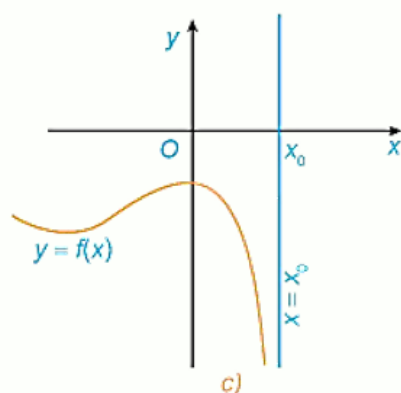
2. ĐƯỜNG TIỆM CẬN ĐỨNG

✓ Đường thẳng $x = a$ được gọi là một **đường tiệm cận đứng** (hay **tiệm cận đứng**) của đồ thị hàm số

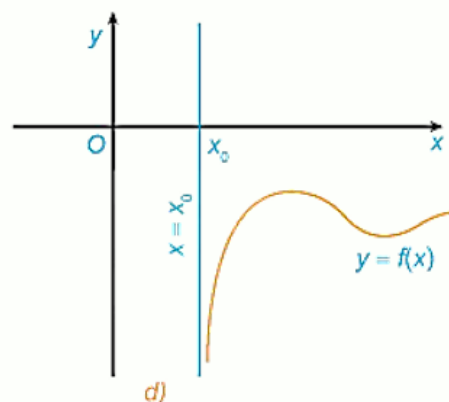
$y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau thỏa mãn:

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty.$$





a) và c). Đường thẳng $x = x_0$ là tiệm cận đứng của đồ thị (khi $x \rightarrow x_0$).



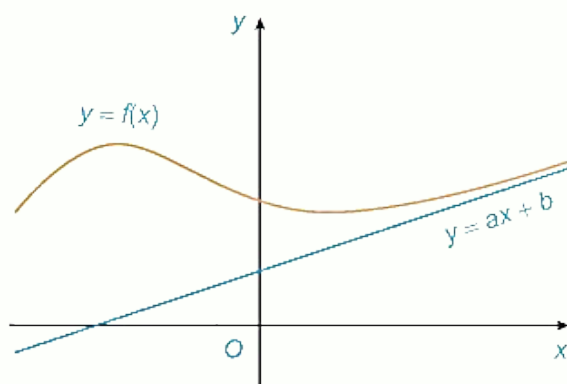
b) và d). Đường thẳng $x = x_0$ là tiệm cận đứng của đồ thị (khi $x \rightarrow x_0$).

Hình 1.23

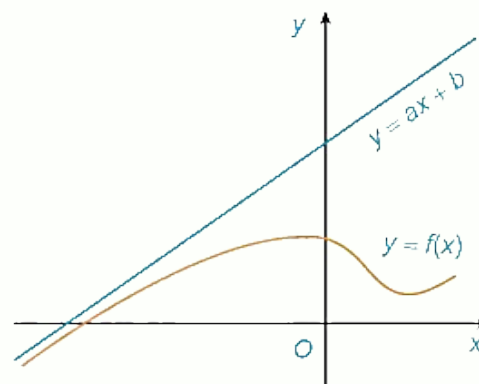
3. ĐƯỜNG TIỆM CẬN XIÊN

Đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) gọi là đường tiệm cận xiên (gọi tắt là tiệm cận xiên) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$ hoặc $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$.



Đường thẳng $y = ax + b$ là tiệm cận xiên của đồ thị (khi $x \rightarrow +\infty$).



Đường thẳng $y = ax + b$ là tiệm cận xiên của đồ thị (khi $x \rightarrow -\infty$).

Hình 1.25

B. Phân dạng toán cơ bản

• Dạng 1: Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

☞ Các ví dụ minh họa

Câu 1: Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)=\frac{3x-2}{x+1}$.

Câu 2: Tìm các tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)=\frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$.

Câu 3: Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{-2x+1}{x+1}$.

•Dạng ②: Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

☞ Các ví dụ minh họa

Câu 1: Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)=\frac{3-x}{x+2}$.

Câu 2: Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)=\frac{x^2+2}{x}$.

Câu 3: Tìm tiệm cận đứng của đồ thị các hàm số sau:

a) $y=\frac{x}{x^2-1}$; b) $y=\frac{2}{\sqrt{x-1}}$.

•Dạng ③: Tìm tiệm cận xiên của đồ thị hàm số

☞ Các ví dụ minh họa

Câu 1: Tìm tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=f(x)=\frac{x^2-x+2}{x+1}$.

Câu 2: Tìm tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x)=\frac{x^2-3x+1}{x-2}$.

Câu 3: Tìm tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=f(x)=\frac{x^2+3x}{x-2}$.

•Dạng ④: Ứng dụng thực tế

☞ Các ví dụ minh họa

Câu 1: Để loại bỏ p% một loài tảo độc khỏi hồ nước, người ta ước tính chi phí bỏ ra là $C(p)=\frac{45p}{100-p}$ (triệu đồng), với $0 \leq p < 100$. Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $C(p)$ và nêu ý nghĩa của đường tiệm cận này.

Câu 2: Một công ty sản xuất đồ gia dụng ước tính chi phí để sản xuất x (sản phẩm) là $C(x)=2x+50$ (triệu đồng). Khi đó, $f(x)=\frac{C(x)}{x}$ là chi phí sản xuất trung bình cho mỗi sản phẩm. Chứng tỏ rằng hàm số $f(x)$ giảm và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)=2$. Tính chất này nói lên điều gì?

Câu 3: Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích bằng $144m^2$.

Biết độ dài một cạnh của mảnh vườn là $x(m)$.

- a) Viết biểu thức tính chu vi $P(x)$ (mét) của mảnh vườn.
b) Tìm các tiệm cận của đồ thị hàm số $P(x)$.

©. Dạng toán rèn luyện

• Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	$-$		$-$
y	5		2

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Đồ thị hàm số có hai TCN $y = 2$, $y = 5$ và có một TĐĐ $x = -1$.
- B. Đồ thị hàm số có bốn đường tiệm cận.
- C. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.
- D. Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình bên dưới. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
y'	-		- 0 +	
y	-3 $\rightarrow$ $-\infty$	$+\infty$ $\rightarrow$ -5 $\rightarrow$ 2		

- A. 1.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 4.

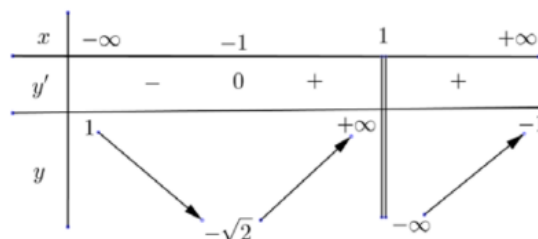
Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	
$f(x)$	-1	1

Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

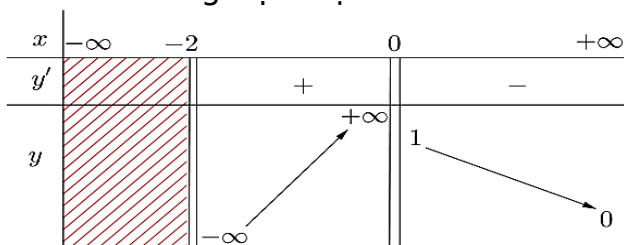
- A. 3.
- B. 1.
- C. 0.
- D. 2.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$



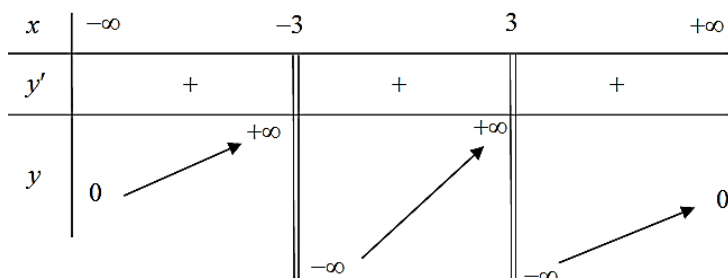
- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?



- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

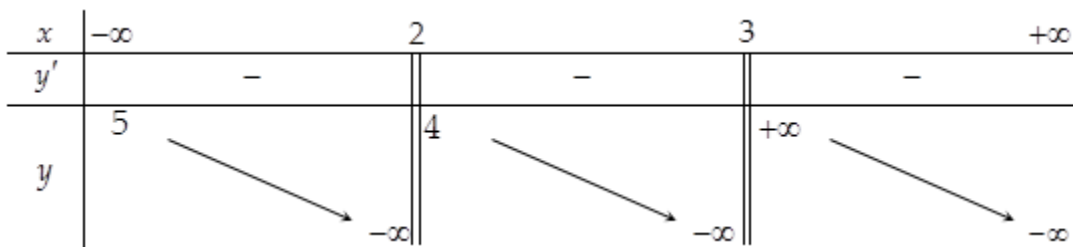
Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho bằng:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$. Hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu tiệm cận?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+		-	0	+
$f(x)$	-3	1	$+\infty$	-2	3

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	-		+	0	-
$f(x)$	3	-2	4	2	

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	2

A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

B. Tiệm cận đứng của đồ thị là đường thẳng $x = 2$.C. Tiệm cận ngang của đồ thị là đường thẳng $x = 1$.

D. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$
y'	-		-	-
y	5	4	$+\infty$	$-\infty$

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho bằng

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f(x)$	0	$+\infty$	$+\infty$	0

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	$1 \rightarrow 10$	$3 \rightarrow -\infty$	

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$	
y'		$-$	$-$	0	$+$
y	-1	$+\infty$	0	1	

- A. Đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.
 B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.
 C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 và có giá trị nhỏ nhất bằng 0.
 D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	$2 \rightarrow +\infty$	$3 \rightarrow 5$	

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 16: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2-x}{x+3}$ là

- A. $x=2$. B. $x=-3$. C. $y=-1$. D. $y=-3$.

Câu 17: Đường thẳng $x=3$, $y=2$ lần lượt là tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

- A. $y = \frac{2x-3}{x+3}$. B. $y = \frac{x-3}{x+3}$. C. $y = \frac{3x-1}{x-3}$. D. $y = \frac{2x-3}{x-3}$.

Câu 18: Đồ thị hàm số $y = \frac{1-3x}{x+2}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là:

- A. $x=-2$ và $y=-3$. B. $x=-2$ và $y=1$.
 C. $x=-2$ và $y=3$. D. $x=2$ và $y=1$.

Câu 19: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2}{-x+3}$ có phương trình là

- A. $y=0$. B. $y=-2$. C. $x=3$. D. $x=-2$.

Câu 20: Tìm tọa độ giao điểm của đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị

hàm số $y = \frac{x-2}{x+2}$.

- A. (2;1) . B. (-2;2) . C. (-2;-2) . D. (-2;1) .

Câu 21: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{6x-3}$ là

- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 22: Cho hàm số $y = \frac{3}{x-2}$. Số tiệm cận của đồ thị hàm số là

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 23: Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$$y = \frac{\sqrt{x-2}+1}{x^2-3x+2} \text{ là}$$

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 24: Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2+3x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

- A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 25: Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x^2-2}$ là

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Câu 26: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-3x-4}$ là

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 27: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2+2}}{x-3}$.

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 28: Cho hàm số $y = \frac{x}{x^2-2}$ có đồ thị là đường cong (C). Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. (C) có một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang.
 B. (C) có hai tiệm cận đứng và không tiệm cận ngang.
 C. (C) có hai tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang.
 D. (C) có hai tiệm cận đứng và hai tiệm cận ngang.

Câu 29: Tổng số các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$$y = \frac{\sqrt{x-4}}{x-1} \text{ là}$$

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 30: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$$y = \frac{x^2-3x+2}{4-x^2} \text{ là}$$

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 31: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị của hàm số $y = \frac{3x-9}{x+m}$ có tiệm cận đứng

A. $m \neq -3$.

B. $m \neq 3$.

C. $m = 3$.

D. $m = -3$.

Câu 32: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx-8}{x+2}$ có tiệm cận đứng:

A. $m = 4$.

B. $m^1 - 4$.

C. $m = -4$.

D. $m^1 4$.

Câu 33: Biết rằng đồ thị hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$ có tiệm cận đứng là $x=2$ và tiệm cận ngang là $y=3$

Hiệu $a-2b$ có giá trị là

A. 4.

B. 0.

C. 1.

D. 5.

Câu 34: Tìm m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx-2}{x^2-4}$ có đúng hai đường tiệm cận?

A. $m=0$.

B. $m=1$.

C. $m=-1$.

D. $m=\pm 1$.

Câu 35: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{x^2+m}$ có hai tiệm cận đứng

A. $m < 0; m \neq 1$.

B. $m < 0$.

C. $m > 0; m \neq 1$.

D. $m < -1$.

Câu 36: Biết rằng đồ thị hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$ có tiệm cận đứng là $x=2$ và tiệm cận ngang là $y=3$. Giá trị của $a+b$ bằng

A. 5.

B. 4.

C. 0.

D. 1.

Câu 37: Cho hàm số $y = \frac{mx+1}{x-2m}$ với tham số $m \neq 0$. Giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số thuộc đường thẳng có phương trình nào dưới đây?

A. $2x+y=0$.

B. $y=2x$.

C. $x-2y=0$.

D. $x+2y=0$.

Câu 38: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số

$$y = \frac{mx^3-2}{x^2-3x+2}$$
 có hai đường tiệm cận đứng.

A. $\begin{cases} m \neq 2 \\ m \neq \frac{1}{4} \end{cases}$.

B. $m \neq 0$.

C. $\begin{cases} m \neq 2 \\ m \neq 1 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq \frac{1}{4} \end{cases}$.

Câu 39: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số

$$y = \frac{x^2-mx-2m^2}{x-2}$$
 có đường tiệm cận đứng.

A. $\begin{cases} m \neq -2 \\ m \neq 1 \end{cases}$.

B. Không có m thỏa mãn.

C. $\begin{cases} m \neq -2 \\ m \neq 1 \end{cases}$.

D. $m \in \mathbb{R}$.

Câu 40: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị hàm số

$$y = \frac{5x-3}{x^2-2mx+1}$$

không có tiệm cận đứng.

$$\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$$

A. B. $-1 < m < 1$. C. $m = -1$. D. $m = 1$.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số

$$y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - mx - m + 5}$$

không có đường tiệm cận đứng?

A. 8. B. 10. C. 11. D. 9.

Câu 42: Biết rằng đồ thị của hàm số $y = \frac{(n-3)x + n - 2023}{x + m + 3}$ (m, n là tham số) nhận trục hoành làm tiệm cận ngang và trục tung làm tiệm cận đứng. Tính tổng $m - 2n$.

A. 0. B. -3. C. -9. D. 6.

Câu 43: Cho hàm số $y = \frac{x-1}{mx^2 - 2x + 3}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận?

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 44: Cho hàm số $y = \frac{x+3}{x^2 - 6x + m}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số chỉ có một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang?

A. 0. B. 9. C. -27. D. 9 hoặc -27.

Câu 45: Đồ thị hàm số $y = \frac{1 - \sqrt{4 - x^2}}{x^2 - 2x - 3}$ có số đường tiệm cận đứng là m và số đường tiệm cận ngang là n . Giá trị của $m + n$ là:

A. 1. B. 2. C. 3. D. 0

•Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{3x-1}{2x-1}$ có đồ thị (C) . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Đường thẳng $y = -3$ là tiệm cận ngang của đồ thị (C) .

b) Đường thẳng $y = \frac{3}{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị (C) .

c) Đường thẳng $x = \frac{1}{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị (C) .

d). Đường thẳng $y = -\frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị (C) .

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-3}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Đồ thị có đường tiệm cận đứng $x=3$, tiệm cận ngang $y=3$.

b) Đồ thị có đường tiệm cận đứng $x=2$, tiệm cận ngang $y=2$.

c) Đồ thị có đường tiệm cận đứng $x=2$, tiệm cận ngang $y=3$.

d) Đồ thị có đường tiệm cận đứng $x=3$, tiệm cận ngang $y=2$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)=1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)=-1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

b) Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

c) Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

d) Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)=3$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)=3$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận ngang l.

b) Đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng là $x=3$.

c) Đồ thị hàm số có duy nhất một đường tiệm cận ngang.

d) Đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang là $x=3$.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên khoảng $(-5;-1)$ và có $\lim_{x \rightarrow (-5)^+} f(x)=5$ và $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)=+\infty$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Đồ thị hàm số $f(x)$ không có tiệm cận đứng.

b) Đồ thị hàm số $f(x)$ có đúng một tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1$.

c) Đồ thị hàm số $f(x)$ có hai đường tiệm cận ngang.

d) Đồ thị hàm số $f(x)$ có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x=-5$ và $x=-1$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)=1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)=-1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y=2$.

b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=2$.

c) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y=0$.

d) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=2$.

Câu 7: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x+1}$ là $y=3$
- b) Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ là $y=2$
- c) Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x-1}$ là $x=-2$
- d) Đồ thị của hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ có đường tiệm cận đứng là $x=-1$

Câu 8: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ có đường tiệm cận ngang là $y=1$
- b) Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+x-2}{x-2}$ là $x=2$
- c) Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+2}$ là $x=3$
- d) Cho hàm số $y = \frac{3x-1}{3x+2}$. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=3$.

Câu 9: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$f'(x)$		-	-	-
$f(x)$	$0 \rightarrow -\infty$	$+\infty \rightarrow -\infty$	$+\infty \rightarrow -\infty$	

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là 3

- b) Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-6}{x+1}$ là $y=2$
- c) Tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{3-x}$. Vậy kết quả là: $y = \frac{2}{3}$
- d) Tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x}{x+1} - \frac{3x}{2x-1}$. Vậy kết quả là: $y = -\frac{3}{2}$

Câu 10: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+5}{-3x-1}$ là $y = \frac{-2}{3}$

- b) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là $x=1$
- c) Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sin x}{x}$ là 0
- d) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{-3x+2}$ là $y = -\frac{1}{3}$

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
- b) Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
- c) Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là hai đường thẳng $x=2$ và $x=-2$.
- d) Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là hai đường thẳng $y=2$ và $y=-2$.

Câu 12: Cho bảng biến thiên hàm số $y=f(x)$,

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	-		-
y	2	$+\infty$	2

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận.
- b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=-1$.
- c) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
- d) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y=2$.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
- b) Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
- c) Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.
- d) Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=1$ và $x=-1$.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây, trong đó $m \in \mathbb{R}$.

x	$-\infty$	1	2	4	$+\infty$		
y'	-		+	0	-		+
y	$m-1$			-2			$3-m$
		$-\infty$	-5		-5	$-\infty$	

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 1 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R}$.
- Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$.
- Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R}$.
- Đồ thị hàm số có đúng 1 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R}$.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
- Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
- Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.
- Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây, trong đó $m \in \mathbb{R}$.

x	$-\infty$	1	2	4	$+\infty$
y'	-		+ 0 -		+
y	$m-1$		-2		$3-m$
	$-\infty$	-5		-5	$-\infty$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 1 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R}$.

- b) Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$.
- c) Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R}$.
- d) Đồ thị hàm số có đúng 1 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R}$.

Câu 17: Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x^2-9}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng là $x=3$; $x=-3$.
- b) Đồ thị hàm số chỉ có một tiệm cận đứng là $x=-3$.
- c) Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.
- d) Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=1$.

Câu 18: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{-x-1} (C)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Đồ thị hàm số có hai tiệm cận.
- b) Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$.
- c) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1$.
- d) Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=-2$.

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		-		-	
y	2			$+\infty$	
					2

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $x=1$ và tiệm cận đứng là đường thẳng $y=2$.
- b) Đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận.
- c) Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận.
- d) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$.

Câu 20: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	-		+	0	-
y	$+\infty$	-1	$-\infty$	2	$-\infty$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận ngang.
- Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.
- Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng.
- Đồ thị hàm số không có tiệm đứng và tiệm cận ngang.

Câu 21: Cho hàm số $y = \frac{2x+1+\sqrt{1+x}}{\sqrt{x^2+x-2}}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$.
- Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$.
- Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y=-2$.
- Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là hai đường thẳng $y=-2$ và $y=2$.

Câu 22: Cho hàm số $y = \frac{x+2}{\sqrt{1-x^2}}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Hàm số có tập xác định $D=(-1;1)$.
- Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang là $y=1$ và $y=-1$.
- Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng là $x=1$ và $x=-1$.
- Hàm số có một cực trị.

Câu 23: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-4}}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.
- Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng là $y=1$, $y=-1$ và hai đường tiệm cận ngang là $x=2$, $x=-2$.
- Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y=1$, $y=-1$ và hai đường tiệm cận đứng là $x=2$, $x=-2$.
- Đồ thị hàm số có **đúng** một đường tiệm cận ngang là $y=1$, hai đường tiệm cận đứng là $x=2$, $x=-2$.

Câu 24: Cho hàm số $y = \frac{5x - 3}{x^2 + 4x - m}$ với m là tham số thực. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Nếu $m > -4$ đồ thị hàm số có ít nhất một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang.
- b) Nếu $m = -4$ đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang và một tiệm cận đứng.
- c) Với mọi m hàm số luôn có hai tiệm cận đứng.
- d) Nếu $m < -4$ đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang.

Câu 25: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$. M và N là hai điểm thuộc đồ thị của hàm số sao cho hai tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại M và N song song với nhau. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hai điểm M và N đối xứng với nhau qua gốc tọa độ.
- b) Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đi qua trung điểm của đoạn thẳng MN .
- c) Hai điểm M và N đối xứng với nhau qua giao điểm của hai đường tiệm cận.
- d) Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đi qua trung điểm của đoạn thẳng MN .

◆Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

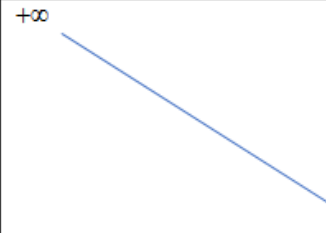
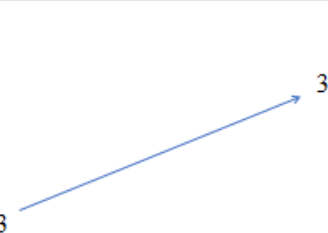
Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy , hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ đồ thị là (C) . Giao điểm của hai tiệm cận của (C) có tọa độ là:

Câu 2: Tọa độ giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-7}{x+2}$ là

Câu 3: Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng

Câu 4: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+2}{x^2-1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$
y	0 	$+\infty$ 	-3 	

Tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị đã cho bằng

Câu 6: Đường thẳng $y = \frac{1}{3}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Câu 7: Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số?

Câu 8: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-5}{4x-8}$ là

Câu 9: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3}{2x-1}$ là

Câu 10: Tìm phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$.

Câu 11: Tìm tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{9-6x}{3x+12}$.

Câu 12: Tìm tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{x^2-3x+2}{x+3}$.

Câu 13: Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+3x}{x-5}$.

Câu 14: Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{-2x+1}{x+1}$.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x) = x + \frac{1}{x+2}$. Tìm tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x)$.

Câu 16: Tìm tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{x^2-x+2}{x+1}$.

Câu 17: Tìm tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{x+1}{x-2}$.

Câu 18: Tìm tiệm cận đứng, ngang, xiên (nếu có) của đồ thị mỗi hàm số sau:

a) $y = \frac{x}{2-x}$ b) $y = \frac{2x^2-3x+2}{x-1}$ c) $y = x-3+\frac{1}{x^2}$

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2		2	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y						
	$-\infty$		3		0	$+\infty$

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(3-x)-2}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau. Hỏi đồ thị hàm số đó có mấy tiệm cận.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'		$-$	$-$
y	2	$+\infty$	-2

Câu 21: Cho hàm số $y = \sqrt{4x - x^2}$, tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số là

Câu 22: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x^2-3x+2}$ là

Câu 23: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$$y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} \text{ là}$$

Câu 24: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số

$$y = \frac{x-1}{x^2-2mx+4} \text{ có 3 đường tiệm cận.}$$

Câu 25: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-m}$ có tiệm cận đứng.

Câu 26: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{1-x}}{x^2-4}$ là

Câu 27: Đường thẳng nào dưới đây là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$$y = \frac{1-4x}{2x-1} ?$$

Câu 28: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị của hàm số $y = \frac{3x-9}{x+m}$ có tiệm cận đứng

Câu 29: Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x^2+1}$.

Câu 30: Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x+1}$ có các đường tiệm cận ngang là

Câu 31: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = 1 + \frac{2x+1}{x+2}$ có phương trình là:

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	$+$
y	1	$-\sqrt{2}$	$+\infty$	$-\infty$

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và ngang?

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
y'	$-$	$-$	0	$+$
y	3	$+\infty$	$-\infty$	5

Câu 34: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{\sqrt{x^2-9}}$ là:

Câu 35: Có bao nhiêu giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx + \sqrt{x^2 - 2x + 3}}{2x - 1}$ có một tiệm cận ngang là: $y = 2$.

Câu 36: Giá trị của m để tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+m}$ đi qua $M(2;3)$ là

Câu 37: Các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-3}$ tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng

Câu 38: Xác định m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 2}$ có đúng hai đường tiệm cận đứng.

Câu 39: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x + \sqrt{mx^2 + 1}$ có tiệm cận ngang.

Câu 40: Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{mx^2 - 3x + 4}$ có đúng một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang. Số phần tử của S bằng:

$$y = \frac{5x+1-\sqrt{x+1}}{x^2+2x}$$

Câu 41: Đồ thị hàm số có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

Câu 42: Đồ thị hàm số $y = \frac{1-\sqrt{4-x^2}}{x^2-2x-3}$ có số đường tiệm cận đứng là m và số đường tiệm cận ngang là n . Giá trị của $m+n$ là

Câu 43: Có bao nhiêu giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx^2-1}{x^2-3x+2}$ có đúng hai đường tiệm cận?

Câu 44: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-10;10]$ để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{mx^2-4}}{x-1}$ có ba đường tiệm cận?

Câu 45: Gọi S là tập các giá trị của m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2-2mx+m^2-2m-6}$ có đúng hai đường tiệm cận. Số phần tử của S là:

Câu 46: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ (C). Biết rằng $M_1(x_1; y_1)$ và $M_2(x_2; y_2)$ là hai điểm trên đồ thị (C) có tổng khoảng cách đến hai đường tiệm cận của (C) nhỏ nhất. Tính giá trị $P = x_1x_2 + y_1y_2$.

Câu 47: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ (C). Tính tổng tung độ các điểm M thỏa mãn M thuộc đồ thị (C) đồng thời khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng của đồ thị (C) bằng khoảng cách từ M đến trục Ox .

BÀI 4. KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ MỘT SỐ HÀM SỐ CƠ BẢN

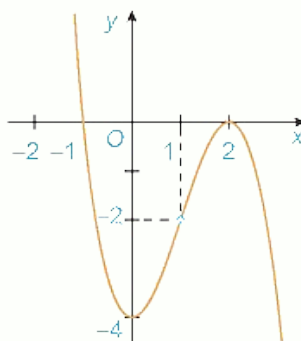
A. Tóm tắt kiến thức

1. SƠ ĐỒ KHẢO SÁT HÀM SỐ

- ①. Tìm tập xác định của hàm số.
- ②. Khảo sát sự biến thiên của hàm số:
 - ✓ Tính đạo hàm y' . Tìm các điểm tại đó y' bằng 0 hoặc đạo hàm không tồn tại.
 - ✓ Xét dấu y' để chỉ ra các khoảng đơn điệu của hàm số.
 - ✓ Tìm cực trị của hàm số.
 - ✓ Tìm các giới hạn tại vô cực, giới hạn vô cực và tìm tiệm cận của đồ thị hàm số (nếu có).
 - ✓ Lập bảng biến thiên của hàm số.
- ③. Vẽ đồ thị của hàm số dựa vào bảng biến thiên.
 - ✍ **Chú ý:** Khi vẽ đồ thị, nên xác định thêm một số điểm đặc biệt của đồ thị, chẳng hạn tìm giao điểm của đồ thị với các trục toạ độ (khi có và việc tìm

2. KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ ĐA THỨC BẬC BA

- ✍ **Chú ý:** Đồ thị của hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$):
 - ✓ Có tâm đối xứng là điểm có hoành độ thoả mãn $y'' = 0$,
 - ✓ hay $x = \frac{-b}{3a}$.
 - ✓ Không có tiệm cận.



Hình 1.28

3. KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ PHÂN THỨC HỮU TỈ

a) Hàm số phân thức $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad-bc \neq 0$)

Chú ý: Đồ thị của hàm số phân thức $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad-bc \neq 0$):

- ✓ Nhận giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận ngang làm tâm đối xứng;
- ✓ Nhận hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường tiệm cận này làm các trục đối xứng.

b) Hàm số phân thức $y = \frac{ax^2+bx+c}{px+q}$ ($a \neq 0, p \neq 0$, **đa thức tử không chia hết cho đa thức mẫu**)

Chú ý: Đồ thị của hàm số phân thức $y = \frac{ax^2+bx+c}{px+q}$ ($a \neq 0, p \neq 0$, đa thức tử không chia hết cho đa thức mẫu):

- ✓ Nhận giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận xiên làm tâm đối xứng.

B. Phân dạng toán cơ bản

• Dạng ①: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số

📌 Các ví dụ minh họa

Câu 1: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

Câu 2: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 2x - 1$.

Câu 3: Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

• Dạng ②: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số phân thức hữu tỉ

📌 Các ví dụ minh họa

Câu 1: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$.

Câu 2: Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$.

Câu 3: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 + x - 2}{x + 1}$.

• Dạng ③: Ứng dụng thực tế

📌 Các ví dụ minh họa

Câu 1: Giả sử số lượng của một quần thể nấm men tại môi trường nuôi cấy trong phòng thí nghiệm được mô hình hoá bằng hàm số $P(t) = \frac{a}{b + e^{-0,75t}}$, trong đó thời

gian t được tính bằng giờ. Tại thời điểm ban đầu $t=0$, quần thể có 20 tế bào và tăng với tốc độ 12 tế bào/giờ. Tìm các giá trị của a và b . Theo mô hình này, điều gì xảy ra với quần thể nấm men về lâu dài?

Câu 2: Giả sử chi phí $C(x)$ (nghìn đồng) để sản xuất x đơn vị của một loại hàng hoá nào đó được cho bởi hàm số $C(x)=30000+300x-2,5x^2+0,125x^3$.

a) Tìm hàm chi phí biên.

b) Tìm $C'(200)$ và giải thích ý nghĩa.

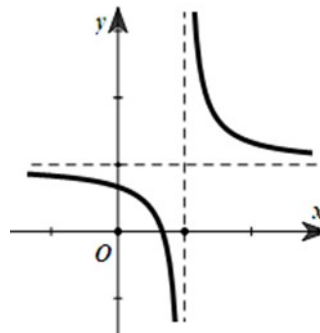
c) So sánh $C'(200)$ với chi phí sản xuất đơn vị hàng hoá thứ 201.

Câu 3: Một nhà sản xuất cần làm những hộp đựng hình trụ có thể tích 1 lít. Tìm các kích thước của hộp đựng để chi phí vật liệu dùng để sản xuất là nhỏ nhất (kết quả được tính theo centimet và làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

©. Dạng toán rèn luyện

•Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ. Chọn mệnh đề đúng?



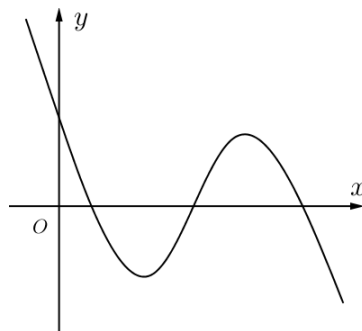
A. $ac > 0$.

B. $cd > 0$.

C. $ab > 0$.

D. $ad > bc$.

Câu 2: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?



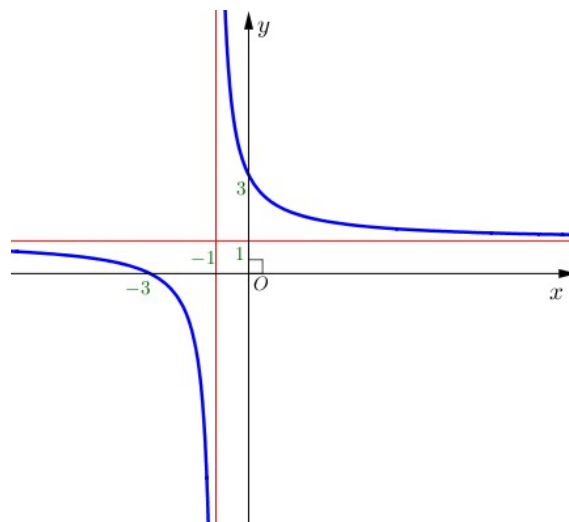
A. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

B. $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

C. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

D. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

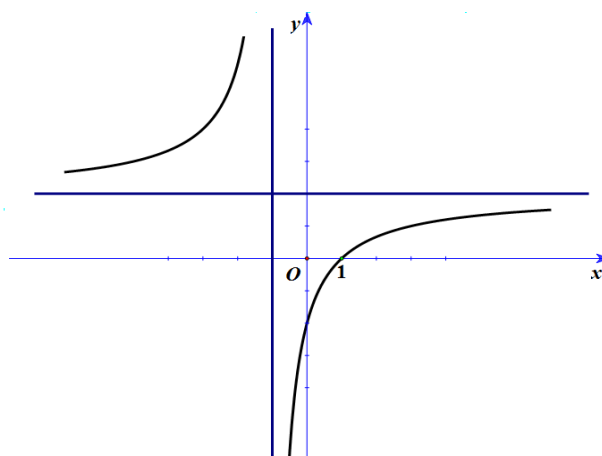
A. $0 < a < b$.

B. $a < b < 0$.

C. $b < 0 < a$.

D. $0 < b < a$.

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{ax-2}{x+b}$ có đồ thị như hình dưới.



Khẳng định nào sau đây đúng?

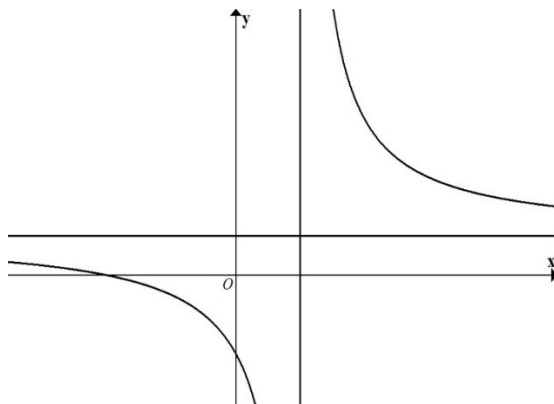
A. $b < a < 0$.

B. $0 < b < a$.

C. $0 < a < b$.

D. $b < 0 < a$.

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($d < 0$) có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

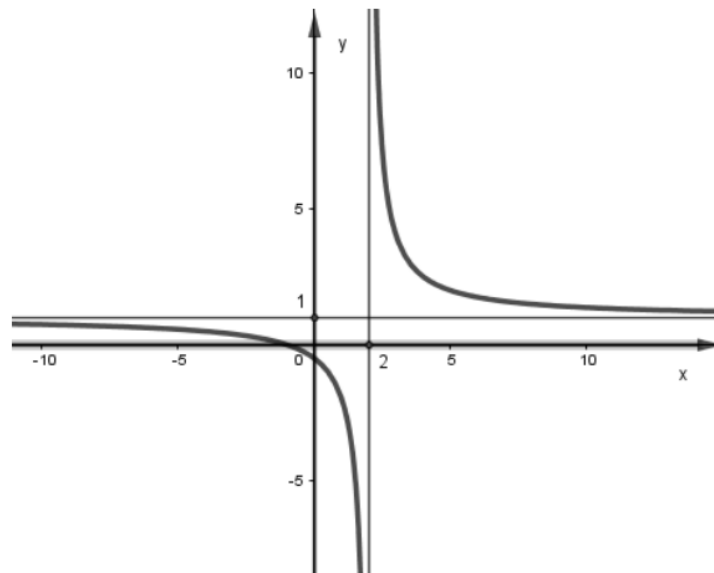


- A. $a < 0; b > 0; c < 0$. B. $a > 0; b > 0; c > 0$. C. $a > 0; b > 0; c < 0$. D. $a > 0; b < 0; c > 0$.

Câu 6: Đồ thị hàm số $y = (x-1)(x^2 - 4x + 4)$ có bao nhiêu điểm chung với trục Ox ?
 A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

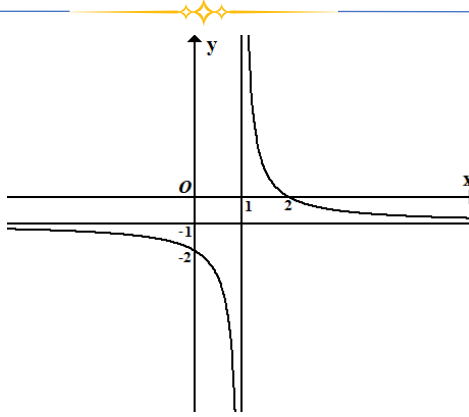
Câu 7: Đường thẳng $d: y = 3x + 1$ cắt đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x^2 - 2x + 3}{x - 1}$ tại hai điểm phân biệt A, B . Tính độ dài AB .
 A. $AB = 4\sqrt{15}$ B. $AB = 4\sqrt{2}$ C. $AB = 4\sqrt{10}$ D. $AB = 4\sqrt{6}$

Câu 8: Cho hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$ có đồ thị như hình vẽ. Tính $T = a + b$.



- A. $T = 0$ B. $T = 2$ C. $T = -1$ D. $T = 3$

Câu 9: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $T = a - 3b + 2c$?



- A. $T = 12$. B. $T = 10$. C. $T = -9$. D. $T = -7$.

Câu 10: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-3}$ và đường thẳng $y = 3$ là
 A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 11: Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x - 3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ
 A. $y = -1$. B. $y = 1$. C. $y = -3$. D. $y = 10$.

Câu 12: Đồ thị của hai hàm số sau $y = x^3 + 2x^2 + 1$ và $y = x^2 - x + 2$ cắt nhau tại bao nhiêu điểm?
 A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 13: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = 2x - 3$. Đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B . Tọa độ trung điểm của đoạn AB là:

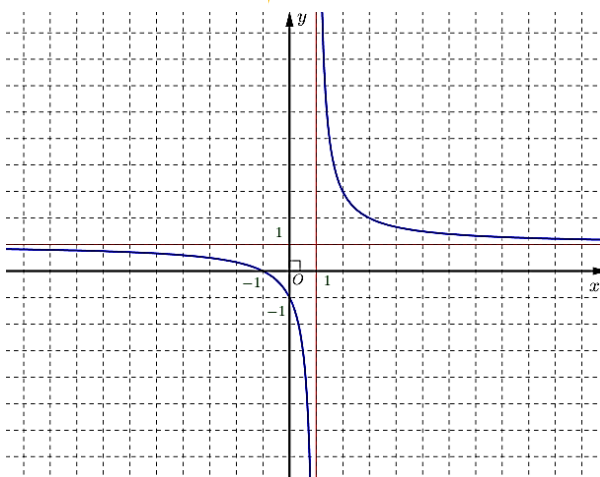
- A. $M\left(-\frac{3}{2}; -6\right)$. B. $M\left(\frac{3}{4}; -\frac{3}{2}\right)$. C. $M\left(\frac{3}{2}; 0\right)$. D. $M\left(\frac{3}{4}; 0\right)$.

Câu 14: Số giao điểm đồ thị hàm số $y = x^4 - x^2 - 2$ và đường thẳng $y = -2$ là:
 A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Câu 15: Biết hai đồ thị hàm số $y = x^3 + 2x^2 - 3x + 1$ và $y = 2x^2 - 1$ cắt nhau tại hai điểm A, B . Tính độ dài đoạn AB .
 A. $\sqrt{73}$. B. $\sqrt{37}$. C. $5\sqrt{3}$. D. $3\sqrt{5}$.

Câu 16: Gọi M, N là giao điểm của đồ thị các hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ và $y = x+1$. Trung điểm I của đoạn MN có hoành độ là
 A. -1. B. 1, 5. C. 2. D. 1.

Câu 17: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



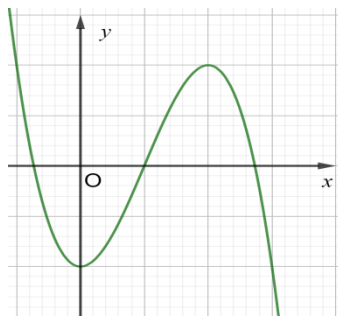
A. $y = \frac{x-1}{-x-1}$.

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

C. $y = \frac{x+1}{-x+1}$.

D. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

Câu 18: Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

B. $y = -x^3 + 3x + 2$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

D. $y = x^3 - 3x + 2$.

Câu 19: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình bên dưới

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		-		-	
y	-1		$+\infty$		-1

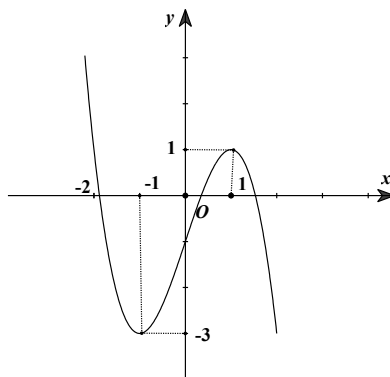
A. $y = \frac{-x-3}{x-1}$.

B. $y = \frac{-x-2}{x-1}$.

C. $y = \frac{-x+3}{x-1}$.

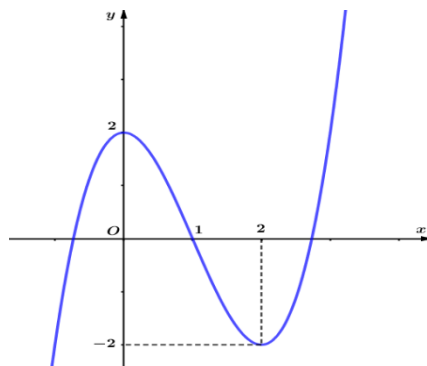
D. $y = \frac{x+3}{x-1}$.

Câu 20: Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào sau đây



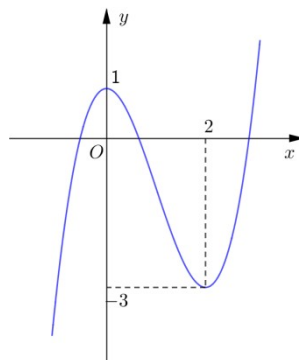
- A. $y = x^3 - 3x - 1$. B. $y = -x^3 + 3x - 1$. C. $y = -x^4 + x^2 - 1$. D. $y = -x^3 + x - 1$

Câu 21: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



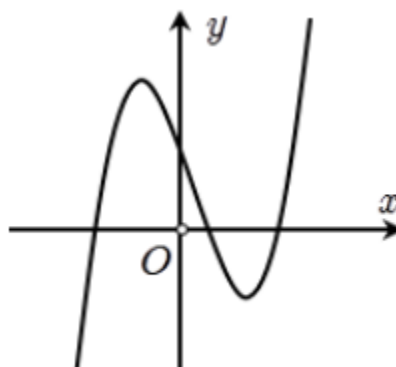
- A. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$. B. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.
C. $y = x^3 - 3x + 2$. D. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.

Câu 22: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = x^3 + 3x^2 + 1$. B. $y = x^3 - 3x^2$. C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. D. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Câu 23: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào?

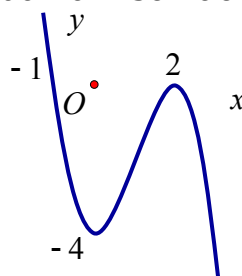


- A. $y = -x^2 + x - 1$. B. $y = -x^3 + 3x + 1$. C. $y = x^4 - x^2 + 1$. D. $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 24: Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị nhận trục tung làm trục đối xứng?

- A. $y = x^4 + 3x^2 - 1$. B. $y = x^3 - 3x + 2$. C. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$. D. $y = \frac{x-1}{x-3}$.

Câu 25: Đồ thị như hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 4$

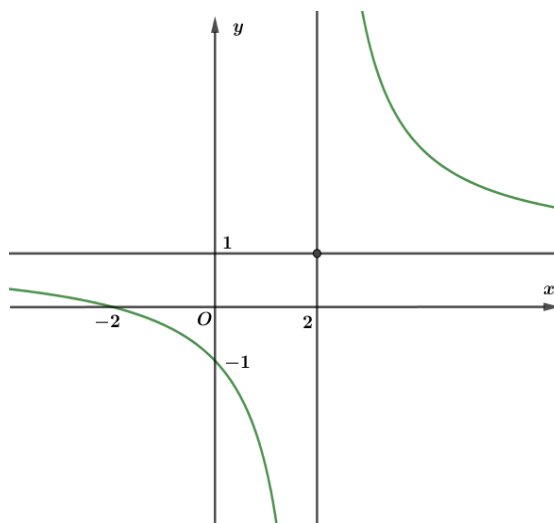
B. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$

C. $y = x^3 - 3x^2 - 4$

D.

$y = -x^3 - 3x^2 - 4$

Câu 26: Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$

B. $y = \frac{x+2}{x-2}$

C. $y = \frac{x+2}{x+1}$

D. $y = \frac{x-1}{x+1}$

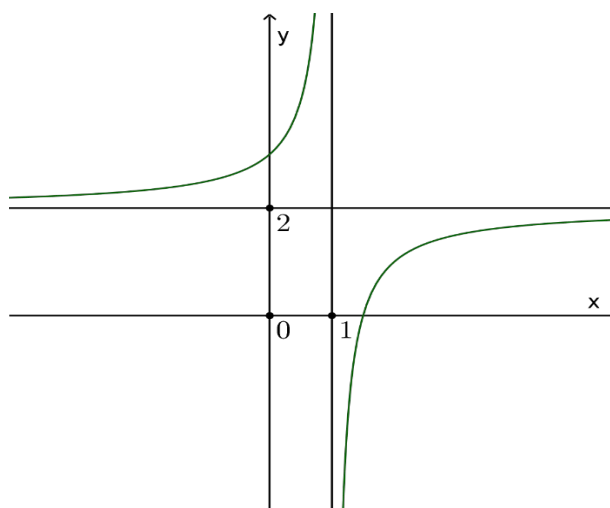
Câu 27: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y' > 0, \forall x \neq 2$

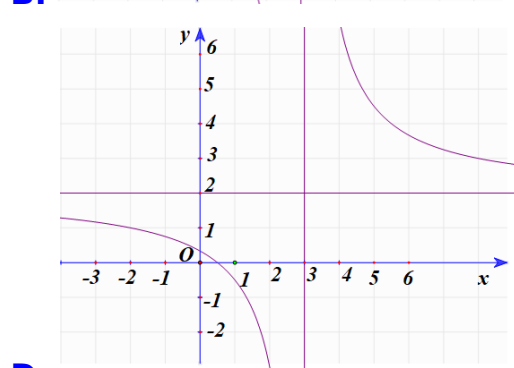
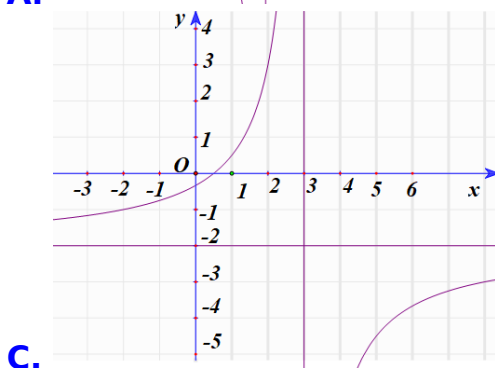
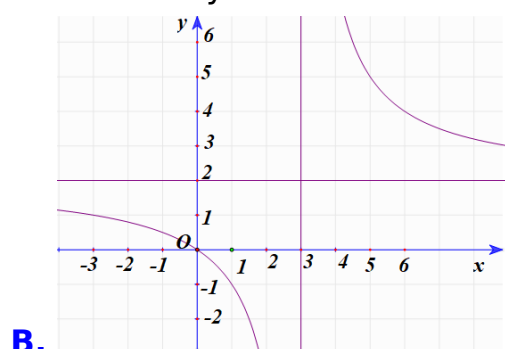
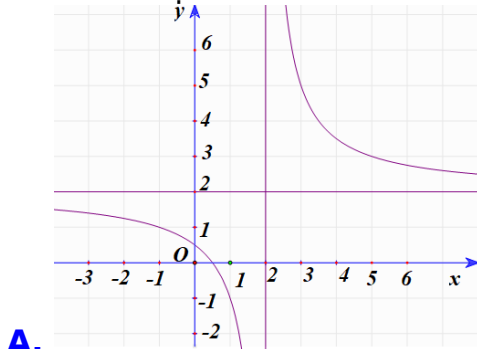
B. $y' > 0, \forall x \neq 1$

C. $y' < 0, \forall x \neq 2$

D. $y' < 0, \forall x \neq 1$



Câu 28: Tìm đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-3}$ trong các hàm dưới đây.



Câu 29: Biết hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ đạt cực trị tại điểm $x=1, f(1) = -3$ và đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2. Phương trình $f(x) = 2$ có bao nhiêu nghiệm.

- A.** 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 30: Cho hàm số $y = -x^3 + ax^2 + bx + c$. Biết rằng đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0; -1)$ và có điểm cực đại là $M(2; 3)$. Tính $Q = a + 2b + c$.

- A.** $Q = 2$. **B.** $Q = -4$. **C.** $Q = 0$. **D.** $Q = 1$.

Câu 31: Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số: $y = \frac{2x^2 + 6mx + 4}{mx + 2}$ đi qua điểm $A(-1; 4)$?

- A.** $m = -1$. **B.** $m = \frac{1}{2}$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = 2$.

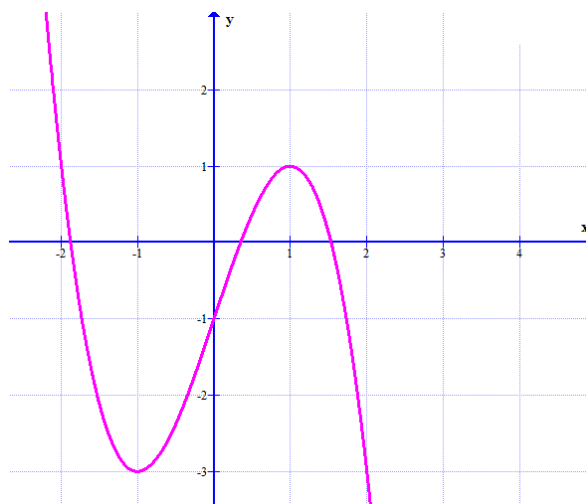
Câu 32: Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 + (2m+1)x^2 + (1-5m)x + 3m+2$ đi qua điểm $A(2; 3)$.

- A.** $m = 10$. **B.** $m = -10$. **C.** $m = 13$. **D.** $m = -13$.

Câu 33: Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + m$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

- A.** $m = -2$. **B.** $m = \pm 2$. **C.** $m \in \{2; -2; 0\}$. **D.** $m = 2$.

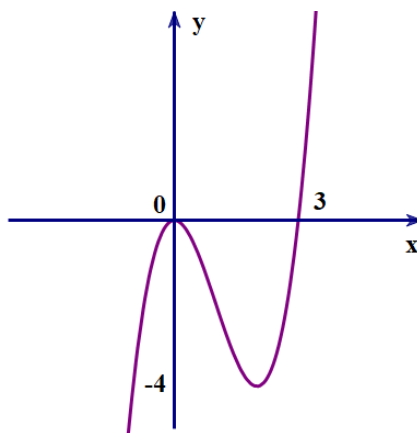
Câu 34: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ.



Phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi

- A.** $m \in (-3; 1)$. **B.** $m \in [-3; 1]$. **C.** $m \in (-1; 3)$. **D.** $m \in [-1; 3]$.

Câu 35: Cho đồ thị $y = f(x)$. Tìm m để phương trình $f(x) + 1 = m$ có đúng 3 nghiệm?



- A.** $-3 < m < 1$. **B.** $-4 < m < 0$. **C.** $-5 < m < 1$. **D.** $-4 < m < 1$.

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$+$	$\parallel$	$-$
y	-5	2	1

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $f(x) = m$ có nghiệm duy nhất?

- A.** 7 . **B.** 6 . **C.** 5 . **D.** 8 .

Câu 37: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng (d_m) có phương trình $y = mx + 2m + 2$. Tìm tất cả các giá trị của m để (d_m) cắt (C) tại hai điểm phân biệt.

A. $m < -\frac{4}{3}$ hoặc $m \geq 0$.

B. $m < -\frac{4}{3}$ hoặc $m > 0$.

C. $-\frac{4}{3} < m < 0$.

D. $m \leq -\frac{4}{3}$ hoặc $m > 0$.

Câu 38: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = (x-2)(x^2 + x + 2019)$ với trục hoành là:

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Câu 39: Tìm m để đường thẳng $y = mx + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt.

A. $(-\infty; 0] \cup [16; +\infty)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(16; +\infty)$.

D. $(-\infty; 0) \cup (16; +\infty)$.

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$									
	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$ là

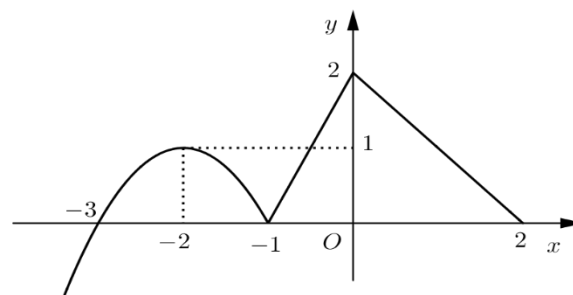
A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Câu 41: Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 1 = 0$ là

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$				4		
				-1			$-\infty$

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 0$ có bao nhiêu điểm chung.

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	
$f(x)$			3				3		
	$-\infty$				-1				$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) + 2 = 0$ là

- A. 0. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y			0				$+\infty$
	$-\infty$				-4		

Số nghiệm của phương trình $2^{f(x)-1} = 4$ là

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

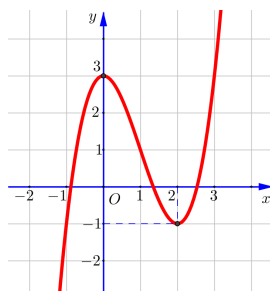
x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		+	0	-		+	
y			5				6
	2				-1		

Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

- A. Tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) = m + 1$ có nghiệm là $-2 \leq m < 5$.
- B. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 2$ và $y = 6$.

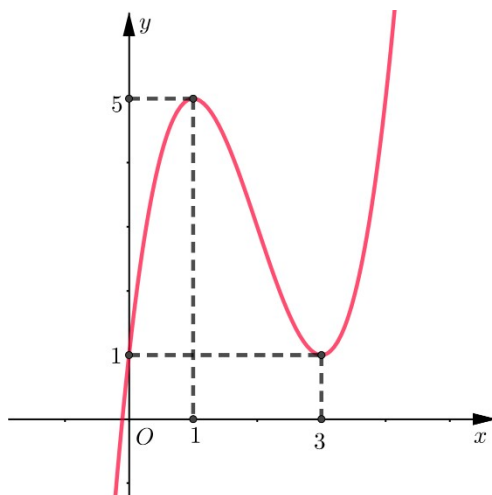
- C.** Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 6 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.
D. Hàm số đã cho có đúng hai cực trị.

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A.** Điểm cực đại của hàm số là 3. **B.** Giá trị cực đại của hàm số là 0.
C. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng -1. **D.** Điểm cực tiểu của hàm số là -1.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trong hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $|f(x)| = m$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

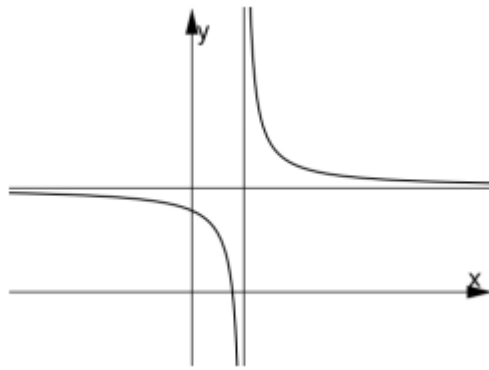


- A.** $m > 5$, $0 < m < 1$. **B.** $m < 1$.
C. $m = 1$, $m = 5$. **D.** $1 < m < 5$.

Câu 48: Đồ thị hàm số nào dưới đây nằm phía dưới trục hoành.

- A.** $y = x^4 + 5x^2 - 1$ **B.** $y = -x^3 - 7x^2 - x - 1$
C. $y = -x^4 - 4x^2 + 1$ **D.** $y = -x^4 + 2x^2 - 2$

Câu 49: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



- A. $ac > 0$. B. $cd < 0$. C. $bc < 0$. D. $ad > 0$.

Câu 50: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị (C) , tiếp tuyến của (C) có hệ số góc đạt giá trị bé nhất khi nào?

- A. $a < 0$ và hoành độ tiếp điểm bằng $\frac{b}{3a}$ B. $a < 0$ và hoành độ tiếp điểm bằng $-\frac{b}{3a}$
 C. $a > 0$ và hoành độ tiếp điểm bằng $-\frac{b}{3a}$ D. $a > 0$ và hoành độ tiếp điểm bằng $\frac{b}{3a}$

Câu 51: Đường thẳng $x + y = 2m$ là tiếp tuyến của đường cong $y = -x^3 + 2x + 4$ khi m bằng

- A. -3 hoặc 1 . B. 1 hoặc 3 . C. -1 hoặc 3 . D. -3 hoặc -1 .

Câu 52: Cho hàm số $y = x^3 + 3mx^2 + (m+1)x + 1$ có đồ thị (C) . Biết rằng khi $m = m_0$ thì tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng $x_0 = -1$ đi qua $A(1;3)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $-1 < m_0 < 0$ B. $0 < m_0 < 1$ C. $1 < m_0 < 2$ D. $-2 < m_0 < -1$

Câu 53: Gọi (C_m) là đồ thị của hàm số $y = 2x^3 - 3(m+1)x^2 + mx + m + 1$ và (d) là tiếp tuyến của (C_m) tại điểm có hoành độ $x = -1$. Tìm m để (d) đi qua điểm $A(0;8)$.

- A. $m = 0$. B. $m = 1$. C. $m = 2$. D. $m = 3$.

•Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai

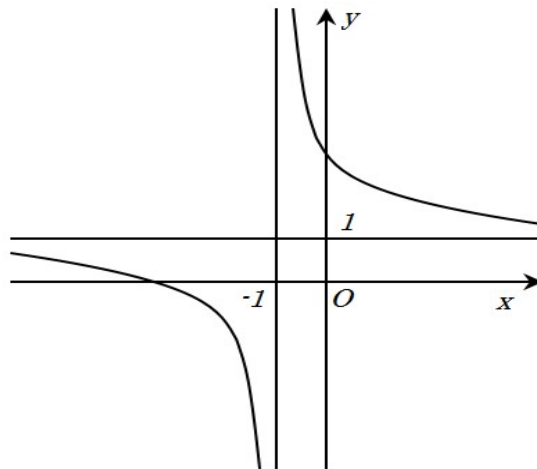
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ có đồ thị (C) .

- a) Đồ thị (C) luôn có tâm đối xứng.
 b) Đồ thị (C) luôn có điểm cực trị.

c) Đồ thị (C) luôn cắt trục hoành.

d). $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

Câu 2: Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq 1$) có đồ thị như hình vẽ sau:



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $y' < 0, \forall x \neq -1$

b) $y' > 0, \forall x \neq -1$

c) $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$

d) $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$+$
y	$-\infty$	$\nearrow -2$	$\searrow -\infty$	$+\infty \searrow 2 \nearrow +\infty$	

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Đồ thị hàm số không có điểm chung với trục hoành

b) Hàm số có hai điểm cực trị

c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$

d) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$							$+\infty$

$\swarrow$ $\searrow$ $\nearrow$ $\nwarrow$
 0 1 0

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
- Hàm số không có giá trị lớn nhất.
- Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận.
- Hàm số có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-2}$ Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=2$.
- Hàm số có cực trị.
- Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;3)$.
- Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	$+$
y	2	5	-1	6	

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

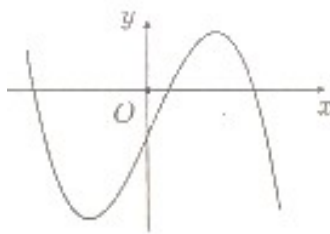
- Tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)=m+1$ có nghiệm là $-2 \leq m < 5$
- Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=2$ và $y=6$.
- Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 6 và giá trị nhỏ nhất bằng -1 .
- Hàm số đã cho có đúng hai cực trị.

Câu 7: Cho hàm số $y=x(1-x)(x^2+1)$ có đồ thị (C) . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- (C) cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt.
- (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

- c) (C) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt.
 d) (C) cắt trục hoành tại 1 điểm.

Câu 8: Cho hàm số $y = ax^3 + 3x + d, (a; d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $a > 0, d > 0$
 b) $a < 0, d > 0$
 c) $a < 0, d < 0$
 d) $a > 0, d < 0$

Câu 9: Đồ thị hàm số $y = f(x) = 1 - \sqrt{x+1}$ cắt đường thẳng $x=3$ tại điểm M .

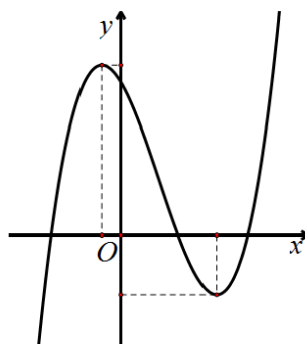
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $OM = \sqrt{10}$
 b) $OM = 1$
 c) $OM = 2$
 d) $OM = \sqrt{5}$

Câu 10: Cho (C_1) là đồ thị của hàm số $y = 2x^3 - 3x + 1$ và (C_2) là đồ thị của hàm số $y = x^3 + x + 1$. Gọi n là số điểm chung phân biệt của (C_1) và (C_2) . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $n = 0$
 b) $n = 1$
 c) $n = 2$
 d) $n = 3$

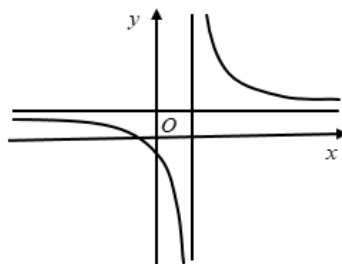
Câu 11: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ sau



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$
- b) $a > 0, b < 0, c > 0, d < 0$
- c) $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$
- d) $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$

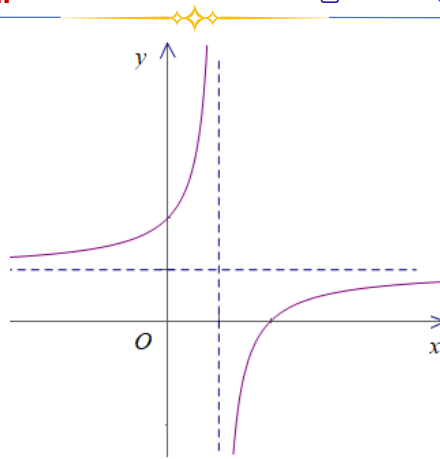
Câu 12: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như sau.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $ac > 0; bd > 0$
- b) $ab < 0; cd < 0$
- c) $bc > 0; ad < 0$
- d) $ad > 0; bd < 0$

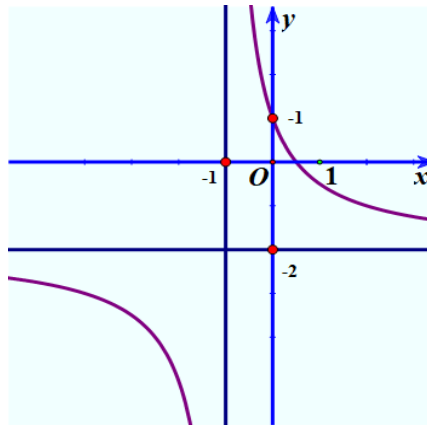
Câu 13: Cho hàm số $y = \frac{x+a}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $a > 1$
- b) $a \leq -3$
- c) $a < -1$
- d) $a \geq 1$

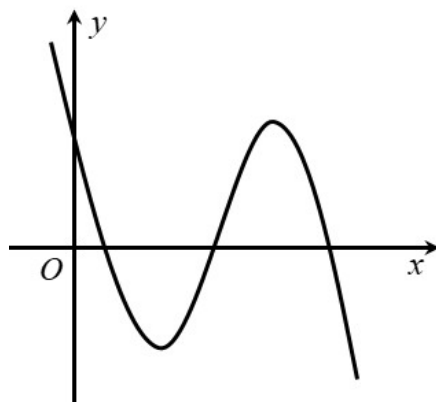
Câu 14: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $a = 2, b = c = -1$
- b) $a = b = 2, c = -1$
- c) $a = -2, b = -1, c = 1$
- d) $a = -2, b = c = 1$

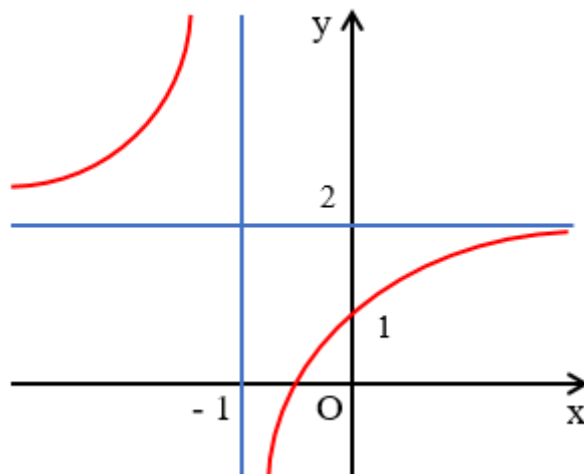
Câu 15: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$
- b) $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$
- c) $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$
- d) $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$

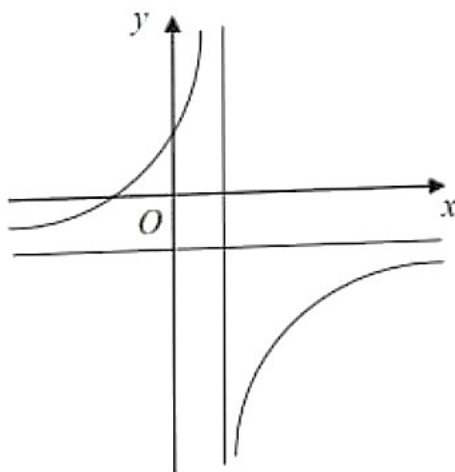
Câu 16: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $a < b$
- b) $ab < 0$
- c) $ab > 0$
- d) $b < a < 0$

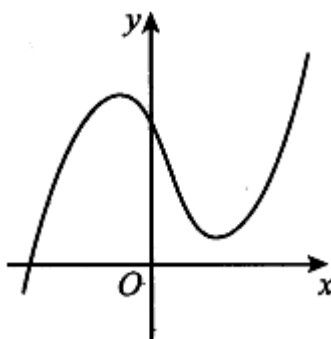
Câu 17: Cho hàm số $y = \frac{ax+4-b}{cx+b}$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $a < 0, 0 < b < 4, c < 0$
- b) $a > 0, b > 0, c < 0$
- c) $a > 0, b > 4, c < 0$
- d) $a > 0, 0 < b < 4, c < 0$

Câu 18: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$
- b) $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$
- c) $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$
- d) $a > 0, b < 0, c < 0, d < 0$

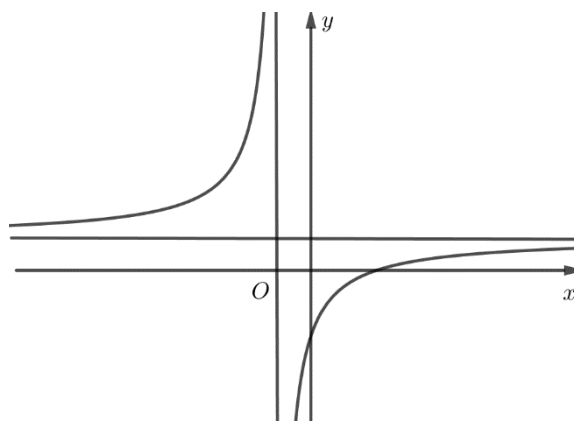
Câu 19: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}, a < 0$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	2	$+\infty$	2

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $b > 0, c > 0, d > 0$
- b) $b < 0, c > 0, d < 0$
- c) $b < 0, c < 0, d < 0$
- d) $b > 0, c < 0, d > 0$

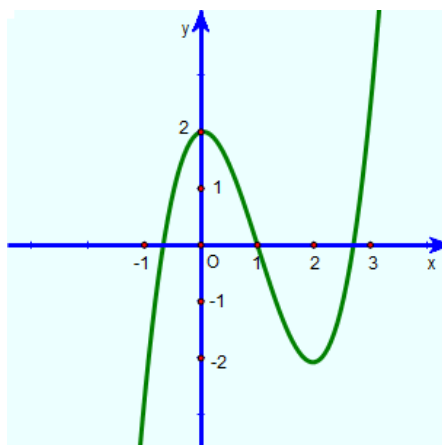
Câu 20: Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $ad < 0$ và $ab < 0$.
- b) $bd < 0$ và $ab > 0$.
- c) $ad > 0$ và $ab < 0$.
- d) $ad > 0$ và $bd > 0$.

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi m là số nghiệm của phương trình $f(f(x))=1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $m=6$.
- b) $m=7$.
- c) $m=5$.
- d) $m=9$.

Câu 22: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $2f(x)+f(1-x)=x^3$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f(x+2)$ có tâm đối xứng $I(a;b)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $a=-\frac{5}{3}$
- b) $a=-\frac{3}{2}$
- c) $a=-\frac{5}{2}$
- d) $a=-\frac{7}{3}$

Câu 23: Cho hàm số $y=\frac{2x}{x+2}$ có đồ thị (C) và điểm $M(x_0; y_0) \in (C)$ ($x_0 \neq 0$). Biết rằng khoảng cách từ $I(-2;2)$ đến tiếp tuyến của (C) tại M là lớn nhất, Các mệnh đề sau đúng hay sai?

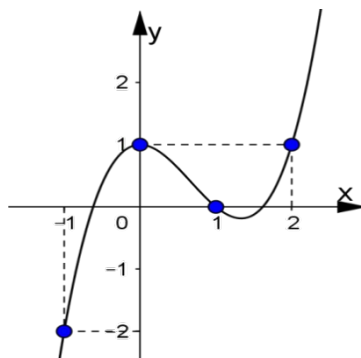
- a) $2x_0 + y_0 = 0$
- b) $2x_0 + y_0 = 2$
- c) $2x_0 + y_0 = -2$
- d) $2x_0 + y_0 = -4$

Câu 24: Cho hàm số $y=x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 6x + m$ (m là tham số) có đồ thị (C) . Biết rằng (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ tương ứng là x_1, x_2, x_3 với $x_1 < x_2 < x_3$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $1 < x_1 < 2 < x_2 < 3 < x_3$
- b) $1 < x_1 < x_2 < 2 < x_3 < 3$
- c) $0 < x_1 < 1 < x_2 < 2 < x_3 < 3$

d) $x_1 < 0 < x_2 < 1 < x_3 < 2$

Câu 25: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên R . Hàm $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $f(-3) < f(-2)$

b) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

c) $f(0) < f(1)$

d) Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x=0$.

♦Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

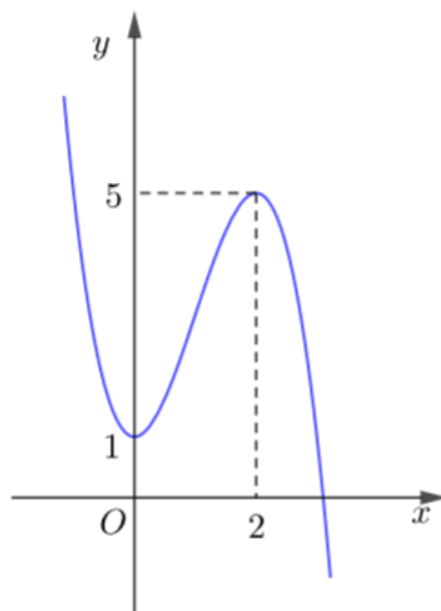
x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$		5		-2		5		$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 7 = 0$ là

Câu 2: Đồ thị hàm số $y=(x-1)(x^2-4x+4)$ có bao nhiêu điểm chung với trục Ox ?

Câu 3: Cho hàm số $y=\frac{x^3}{3}+x^2-2x+1$ có đồ thị. Phương trình tiếp tuyến của tại điểm $M(1; \frac{1}{3})$ là

Câu 4: Cho hàm bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị trong hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x)=2$ là



Câu 5: Số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng số nghiệm của phương trình.

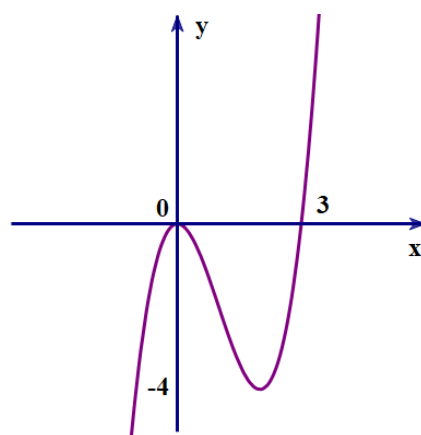
Câu 6: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 4$ với trục hoành là.

Câu 7: Đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 2$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?

Câu 8: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-3}$ và đường thẳng $y = 3$ là

Câu 9: Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x - 3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ

Câu 10: Cho đồ thị $y = f(x)$. Tìm m để phương trình $f(x) + 1 = m$ có đúng 3 nghiệm?

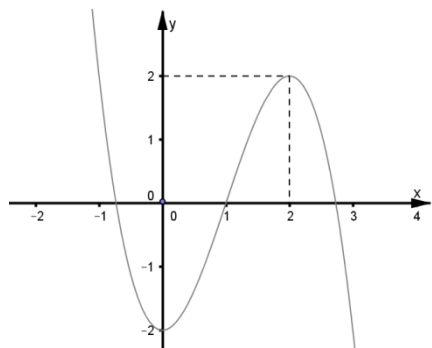


Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$+$	$\parallel$	$-$
y	-5	2	1

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $f(x) = m$ có nghiệm duy nhất?

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Tìm m để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt.



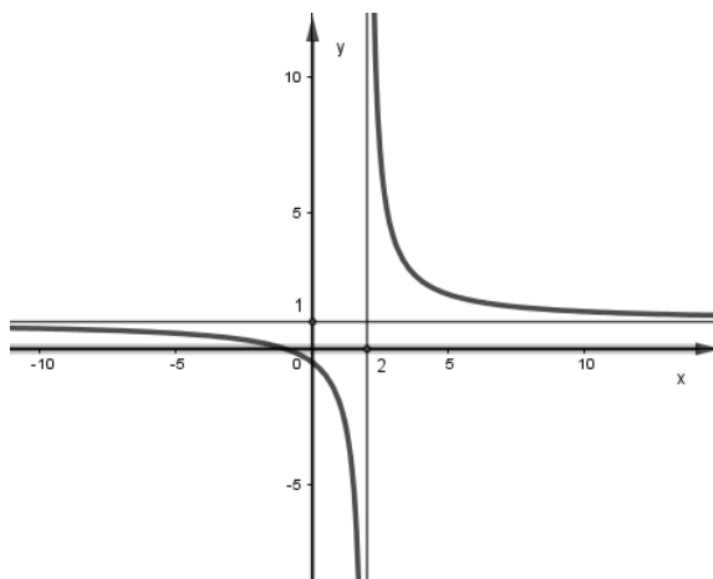
Câu 13: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 3x - 1$ tại điểm có hoành độ $x = -1$ có hệ số góc k bằng

Câu 14: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x - 2}{x - 3}$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị (C) đi qua điểm $A(4; 1)$?

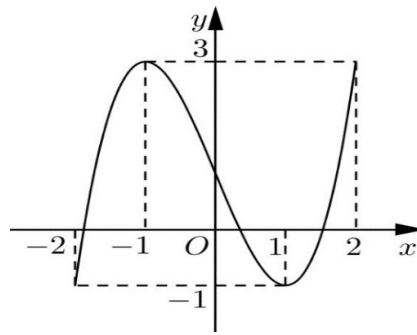
Câu 15: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3$ tại điểm có hoành độ 0 là đường thẳng

Câu 16: Đường thẳng $d: y = 3x + 1$ cắt đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x^2 - 2x + 3}{x - 1}$ tại hai điểm phân biệt A, B . Tính độ dài AB .

Câu 17: Cho hàm số $y = \frac{ax + 1}{bx - 2}$ có đồ thị như hình vẽ. Tính $T = a + b$.



Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-2; 2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 4 = 0$ trên đoạn $[-2; 2]$ là

Câu 19: Tìm điều kiện của m để đường thẳng $y = mx + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt.

Câu 20: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = 2x - 3$. Đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B . Tọa độ trung điểm của đoạn AB là:

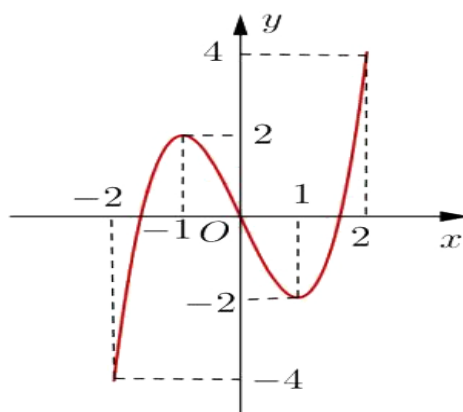
Câu 21: Số giao điểm đồ thị hàm số $y = x^4 - x^2 - 2$ và đường thẳng $y = -2$ là:

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x) = 2m - 4$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$		$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	$+\infty$	-4	$+\infty$

Câu 23: Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = -2x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt là.

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Xác định giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có số nghiệm thực nhiều nhất.



Câu 25: Sau đây là bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$-$	
y			3		-1		$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2|f(x)| - 3 = 0$ là

Câu 26: Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - m$. Tìm các giá trị của m để đồ thị hàm số $f(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt?

Câu 27: Biết đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{1-x}$ và đường thẳng $y = -x+2$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B , tìm tung độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

Câu 28: Trong 20 phút theo dõi, lưu lượng nước của một con sông được tính theo công thức

$$Q(t) = \frac{-1}{5}t^3 + 5t^2 + 100, \text{ trong đó } Q \text{ được tính theo } m^3/\text{l}, \text{ phút, } t \text{ tính theo phút, } 0 \leq t \leq 20$$

(Nguồn: A. Bigalke et al., Mathematik, Grundkurs ma-1, Cornelsen 2016). Khi lưu lượng nước của con sông lên đến $550 m^3/\text{l}$ phút thì cảnh báo lũ được đưa ra.



Trong thời gian theo dõi, lưu lượng nước của con sông lớn nhất là bao nhiêu? Cảnh báo lũ được đưa ra vào thời điểm nào?

Câu 29: Khi một vật lạ mắc kẹt trong khí quản khiến ta phải ho, cơ hoành đẩy lên trên gây ra tăng áp lực trong phổi, theo đó cuống họng co thắt làm hẹp khí quản khiến không khí đi qua mạnh hơn. Đối với một lượng không khí bị đẩy ra trong một khoảng thời gian cố định, khí quản càng nhỏ thì luồng không khí càng đẩy ra nhanh hơn. Vận tốc luồng khí thoát ra càng cao, lực tác động lên vật lạ càng lớn. Qua nghiên cứu một số trường hợp, người ta nhận thấy vận tốc v của luồng khí liên hệ với bán kính x của khí quản theo công thức:

$$v(x) = k(x_0 - x)x^2 \text{ với } \frac{1}{2}x_0 \leq x \leq x_0. \text{ Trong đó } k \text{ là hằng số } (k > 0) \text{ và } x_0 \text{ là bán kính khí}$$

quản ở trạng thái bình thường. Tìm x theo x_0 để vận tốc của luồng khí một cơn ho trong trường hợp này là lớn nhất.

Câu 30: Anh Nam có một mảnh đất rộng và muốn dành ra một khu đất hình chữ nhật có diện tích 200 m^2 để trồng vài loại cây mới. Anh dự kiến rào quanh ba cạnh của khu đất hình chữ nhật này bằng lưới thép, cạnh còn lại (chiều dài) sẽ tận dụng bức tường có sẵn (Hình 1.36). Do điều kiện địa lí, chiều rộng khu đất không vượt quá 15 m , hỏi chiều rộng của khu đất này bằng bao nhiêu để tổng chiều dài lưới thép cần dùng là ngắn nhất (nghĩa là chi phí rào lưới thép thấp nhất)?



Hình 1.36

Câu 31: Giả sử số lượng của một quần thể nấm men tại môi trường nuôi cấy trong phòng thí nghiệm được mô hình hoá bằng hàm số $P(t) = \frac{a}{b + e^{-0,75t}}$, trong đó thời gian t được tính bằng giờ. Tại thời điểm ban đầu $t=0$, quần thể có 20 tế bào và tăng với tốc độ 12 tế bào/giờ. Tìm các giá trị của a và b . Theo mô hình này, điều gì xảy ra với quần thể nấm men về lâu dài?

Câu 32: Một nhà sản xuất cần làm những hộp đựng hình trụ có thể tích 1 lít. Tìm các kích thước của hộp đựng để chi phí vật liệu dùng để sản xuất là nhỏ nhất (kết quả được tính theo centimet và làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Câu 33: Có bao nhiêu giá trị của m để đồ thị của hàm số $y = \frac{x}{1-x}$ cắt đường thẳng $y = x - m$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho góc giữa hai đường thẳng OA và OB bằng 60° (O là gốc tọa độ)?

Câu 34: Một đường thẳng cắt đồ thị hàm số $y = 3x^4 - 4x^2$ tại bốn điểm phân biệt có hoành độ $0; 1; a; b$. Tính $S = ab - a - b$.