|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO****BÌNH ĐỊNH****ĐỀ CHÍNH THỨC**  | **ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH****Năm học : 2018-2019****Môn: TOÁN 9****Ngày thi: 18/03/2019** |

**Bài 1. (5,0 điểm)**

**1.** Tính giá trị biểu thức : biết rằng:

 và 

**2.** Cho hai số thực khác 0 thỏa mãn Chứng minh rằng phương trình luôn có nghiệm

**Bài 2. (5,0 điểm)**

**1.** Giải hệ phương trình: 

**2.** Tìm nghiệm nguyên của phương trình: 

**Bài 3. (3,0 điểm)**

**1.** Trong mặt phẳng cho 8073 điểm mà diện tích của mọi tam giác với các đỉnh là các điểm đã cho không lớn hơn 1. Chứng minh rằng trong số các điểm đã cho có thể tìm được 2019 điểm nằm trong hoặc trên cạnh của một tam giác có diện tích không lớn hơn 1.

**2.** Cho là các số thực không âm thỏa mãn: Chứng minh rằng:

 

**Bài 4. (7,0 điểm)**

1. Cho tam giác vuông cân tại A. Goi D là trung điểm cạnh BC. Lấy điểm bất kỳ trên đoạn (không trùng với Gọi theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của trên các cạnh và H lầ hình chiếu vuông góc của lên đường thẳng PD.
2. Chứng minh rằng: 
3. Đường thẳng qua  song song với AD cắt đường trung trực của tại I. Chứng minh ba điểm thẳng hàng.

**2.** Cho tam giác nội tiếp đường tròn (O), đường cao Gọi M là giao điểm của và BC. Chứng minh rằng Dấu bằng xảy ra khi nào ?

**ĐÁP ÁN**

**Bài 1.**

**1.** Ta có: 

Và 

Cộng vế theo vế, ta được: 

Vậy khi và 

1. Từ 

Ta có: 

Giả sử cả hai phương trình (2) và (3) đều vô nghiệm:



Nhận thấy và mâu thuẫn nên giả sử sai. Suy ra trong hai phương trình (2) và (3) có ít nhất một phương trình có nghiệm

Do đó phương trình (1) luôn có nghiệm.

**Bài 2.**

**1.** Điều kiện Ta có: 

Thay vào (2) ta được:

Với 

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm 

**2.** Ta có: 

Vì , suy ra hoặc 



Vậy phương trình đã cho có các nghiệm nguyên là : 

**Bài 3.**

**1.** Gọi là hai điểm xa nhau nhất trong các điểm thuộc tập hợp điểm đã cho

-Giả sử  là điểm cách xa đoạn thẳng nhất. Khi đó:

Tam giác là tam giác lớn nhất có diện tích không lớn hơn 1.

- Ta vẽ các đường thẳng đi qua các điểm lần lượt song song với các cạnh của 

Ta được 4 tam giác nhỏ bằng nhau và một tam giác lớn chứa tất cả 4 tam giác nhỏ. Và tam giác lớn này có diện tích không quá 4 đơn vị. Do đó, tam giác này chứa tất cả 8073 điểm đã cho.

Nhận thấy được 2018 dư 1. Nên theo nguyên lý Dirichle, suy ra có ít nhất 1 trong 4 tam giác có 1 tam giác chứa 2019 trong 8073 điểm đã cho.

**2,** Ta có:



Không mất tính tổng quát, giả sử thì



Suy ra 

 

Do đó Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi: 

Vậy với là các số thực không âm thỏa mãn thì

 

Dấu xảy ra khi và chỉ khi 

**Bài 4.**

**1.**

****

a) Dễ dàng chứng minh được  là hình vuông.

Ta có và là các tứ giác nội tiếp nên và Do đó hay 

b) Vì và là các tam giác vuông nên tứ giác nội tiếp, suy ra 

Lại có do đó nằm trên đường thẳng Hay thẳng hàng.

**2.**

 ****

**Chứng minh tương đương**

Kẻ phân giác của góc cắt BC tại I, suy ra 

Qua C kẻ đường thẳng song song với AB cắt tại D, cắt AI tại E và cắt AH tại K.

Khi đó: và 

Từ (1) và (2) suy ra:



Ta có: cân tại C, suy ra 

Do đó, 

Sử dụng tính chất hai góc nội tiếp và hai góc phụ nhau, ta chứng minh được: mà (so le trong)



Thay vào (4) ta được: (luôn đúng)

Dấu xảy ra khi và chỉ khi , suy ra đi qua Ocân tại A, khi đó 