

ĐỀ 07

Câu 1. (5,5 điểm)

a) Tính giá trị biểu thức: $(1^2+3^2+5^2+7^2+\dots+2023^2)(4^3-8^2)$

b) Tính giá trị biểu thức sau rồi làm tròn kết quả đến hàng phần mười:

$$K = \frac{2,5 \cdot (0,8+1,2)}{15} + \frac{4 \cdot (33,81-34,06)}{(-28,75+25,15):0,6} - 0,375$$

c) So sánh: $A = \frac{2022}{50^{10}} + \frac{2022}{50^8}$ và $B = \frac{2023}{50^{10}} + \frac{2021}{50^8}$

Câu 2. (4 điểm)

a) Tìm số tự nhiên nhỏ nhất có ba chữ số biết rằng nếu chia số đó cho 8 thì dư 6 còn chia cho 12 thì dư 2 và chia cho 18 thì dư 8.

b) Anh Hùng chuyển nhà nên cần mua ti vi và máy lọc nước. Tại siêu thị điện máy gần nhà đang chạy chương trình khuyến mãi hai ngày. Ngày thứ nhất giảm giá 20% toàn bộ cửa hàng. Ngày thứ hai, ti vi giảm 15% so với giá niêm yết, máy lọc nước giảm 30% so với giá niêm yết còn 4060000 đồng. Biết giá niêm yết của ti vi là 12000000 đồng. Hỏi anh Hùng nên mua sắm vào ngày nào?

Câu 3. (4,5 điểm)

a) Tìm các chữ số x, y sao cho $\overline{2x5y9}$ chia hết cho 9 và có chữ số hàng chục là bội của 4.

b) Chứng minh rằng $\frac{3n+1}{9n+6}$ là phân số tối giản với mọi $n \in \mathbb{N}$.

c) Tìm số tự nhiên k để trong 10 số: k+1; k+3; k+5;...; k+19 có nhiều số nguyên tố nhất.

Câu 4. (3 điểm)

a) Nhà ba bạn An, Bình và Cường cùng nằm trên một tuyến đường thẳng và cả ba bạn cùng học tại trường THCS A nằm trên tuyến đường đó. Biết nhà An cách nhà Bình 300m và cách nhà Cường 500m. Nếu trường THCS A nằm chính giữa nhà An và nhà Cường thì từ nhà An đến trường có gần hơn từ nhà Bình đến trường hay không?

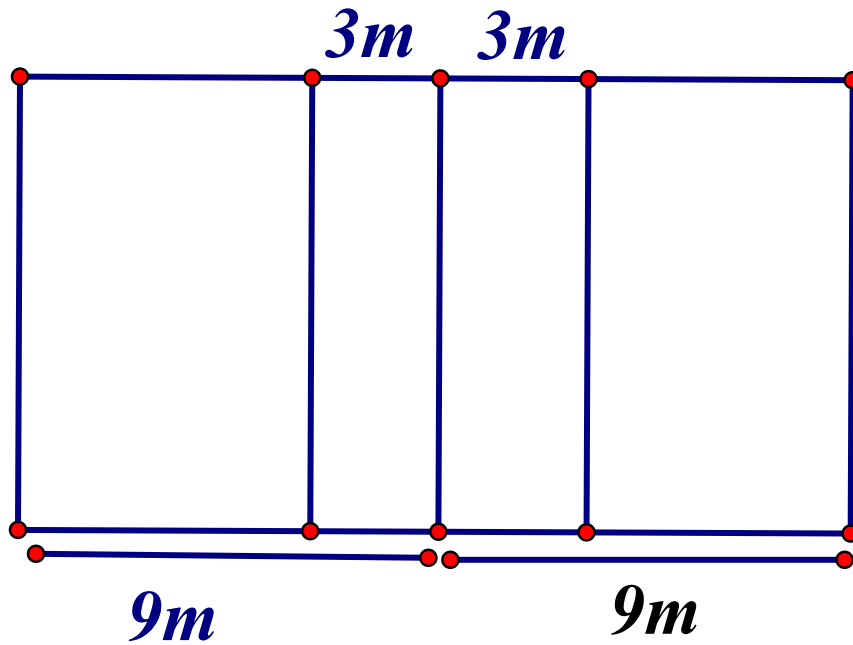
b) Cho điểm O không thuộc đường thẳng xy. Trên đường thẳng xy lấy 23 điểm phân biệt. Nối O với 23 điểm đó. Hỏi có bao nhiêu góc đỉnh O mà cạnh đi qua hai điểm trong 23 điểm thuộc đường thẳng xy đã cho?

Câu 5. (3 điểm)

Sân bóng chuyền có dạng hình chữ nhật có chiều dài 18m, chiều rộng 9m. Để chống mài mòn và giảm chấn thương, người ta phủ lên mặt sân một lớp thảm PVC có giá tiền một m^2 là 400000 đồng.

a) Tính số tiền mua thảm PVC phủ lên mặt sân.

- b) Sau khi làm xong lớp nền, đội thi công kẻ vạch bằng sơn để hoàn thiện sân (là các đường kẻ như hình vẽ), độ rộng của các vạch sơn là 5cm. Biết 1 lít sơn kẻ được $5m^2$. Hỏi để kẻ vạch cho sân bóng chuyền thì cần bao nhiêu lít sơn?



--- Hết ---

LỜI GIẢI

Câu 1. (5,5 điểm)

$$\begin{aligned} \text{a) } & (1^2+3^2+5^2+7^2+\dots+2023^2)(4^3-8^2) \\ & \downarrow (1^2+3^2+5^2+7^2+\dots+2023^2)(64-64) \\ & \downarrow (1^2+3^2+5^2+7^2+\dots+2023^2).0=0 \end{aligned}$$

$$\text{b) } K = \frac{2,5.(0,8+1,2)}{15} + \frac{4.(33,81-34,06)}{(-28,75+25,15):0,6} - 0,375$$

$$K = \frac{2,5.2}{15} + \frac{4.(-0,25)}{(-3,6):0,6} - 0,375$$

$$K = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} - 0,375$$

$$K = 0,5 - 0,375 = 0,125$$

Làm tròn 0,125 đến hàng phần mười được kết quả là 0,1.

$$\text{c) } A = \frac{2022}{50^{10}} + \frac{2022}{50^8} = \frac{2022}{50^{10}} + \frac{2021}{50^8} + \frac{1}{50^8}$$

$$B = \frac{2023}{50^{10}} + \frac{2021}{50^8} = \frac{2022}{50^{10}} + \frac{1}{50^{10}} + \frac{2021}{50^8}$$

$$\text{Vì } \frac{1}{50^8} > \frac{1}{50^{10}} \text{ nên } A > B$$

Câu 2. (4 điểm)

a) Gọi số cần tìm là x . Điều kiện: $x \in N$ và $100 \leq x \leq 999$

$$\text{Theo đề ra: } \begin{cases} x-6 \div 8 \\ x-2 \div 12 \\ x-8 \div 18 \end{cases}$$

$$\text{Do đó: } \begin{cases} x-6+16 \div 8 & x+10 \div 8 \\ x-2+12 \div 12 \text{ hay } & x+10 \div 12 \\ x-8+18 \div 18 & x+10 \div 18 \end{cases}$$

Suy ra: $x+10 \in BC(8, 12, 18)$

Mà BCNN(8, 12, 18) = 72 nên $x + 10 \in B(72) = \{0; 72; 144; 216; \dots\}$

Vì $100 \leq x \leq 999$ nên $x + 10 \geq 110$

Mặt khác x là số bé nhất nên $x + 10 = 144$ hay $x = 134$

Vậy số cần tìm là 134.

b) Giá niêm yết của máy lọc nước là:

$$4\,060\,000 : \left(1 - \frac{30}{100}\right) = 5\,800\,000 \text{ (đồng)}$$

Nếu anh Hùng mua vào ngày thứ nhất thì tổng số tiền phải trả là:

$$(5\,800\,000 + 12\,000\,000) \cdot \left(1 - \frac{20}{100}\right) = 14\,240\,000 \text{ (đồng)}$$

Nếu anh Hùng mua vào ngày thứ hai thì tổng số tiền phải trả là:

$$12\,000\,000 \cdot \left(1 - \frac{15}{100}\right) + 4\,060\,000 = 14\,260\,000 \text{ (đồng)}$$

Câu 3. (4,5 điểm)

a) Vì $\overline{2x5y9}$ chia hết cho 9 nên $2 + x + 5 + y + 9 : 9$

Mà x, y là các chữ số nên $0 \leq x + y \leq 18$. Do đó $x + y \in \{2; 11\}$

Trường hợp 1: $x + y = 2$

Vì y là bội của 4 và $y \leq 2$ nên $y = 0$

Khi đó: $x = 2$

Trường hợp 2: $x + y = 11$

Vì y là bội của 4 và $y \leq 11$ nên $y \in \{0; 4; 8\}$

Nếu $y = 0$ thì $x = 11$ (loại, vì x là chữ số)

Nếu $y = 4$ thì $x = 7$

Nếu $y = 8$ thì $x = 3$

Vậy các cặp số $(x; y)$ cần tìm là $(2; 0)$, $(7; 4)$ và $(3; 8)$

b) Gọi d là ƯCLN($3n + 1, 9n + 6$) ($d \in N^*$)

Khi đó: $\begin{cases} 3n+1:d \\ 9n+6:d \end{cases}$ suy ra : $\begin{cases} 3.(3n+1):d \\ 9n+6:d \end{cases}$

Do đó: $(9n + 6) - 3.(3n + 1) : d$

Hay $3:d$

Suy ra $d \in U(3) = \{1;3\}$ (Vì $d \in N^*$)

Vì $3n + 1$ không chia hết cho 3 nên $d \neq 3$

Vậy $d = 1$ hay $\frac{3n+1}{9n+6}$ là phân số tối giản.

c) Với $k = 0$ hoặc $k = 1$ trong dãy 10 số đã cho có 8 số nguyên tố là: 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19.

Với $k > 1$: Nếu k lẻ thì dãy số đã cho là dãy số chẵn. Do đó chỉ có nhiều nhất là 1 số nguyên tố (chính là số 2)

Nếu k chẵn thì dãy số đã cho là dãy số lẻ. Trong 10 số lẻ liên tiếp có ít nhất 3 số là bội của 3. Do đó dãy còn nhiều nhất là 7 số nguyên tố.

Câu 4. (3 điểm)

a) Vì nhà An cách nhà Bình 300m và cách nhà Cường 500m nên xảy ra 2 TH sau:

TH1: Nếu nhà Bình ở giữa nhà An và nhà Cường thì:

Vì trường THCS A nằm chính giữa nhà An và nhà Cường nên khoảng cách từ nhà An đến trường là: $500 : 2 = 250$ (m)

Do trường THCS A nằm giữa nhà An và nhà Cường nên khoảng cách từ nhà Bình đến trường là:

$$300 - 250 = 50 \text{ (m)}$$

Vì $250 \text{ m} > 50 \text{ m}$ nên nhà Bình đến trường gần hơn nhà An đến trường.

TH2: Nếu nhà An ở giữa nhà Bình và nhà Cường thì:

Vì trường THCS A nằm chính giữa nhà An và nhà Cường nên khoảng cách từ nhà An đến trường là: $500 : 2 = 250$ (m)

Mà nhà An nằm giữa trường THCS A và nhà Bình nên khoảng cách từ nhà Bình đến trường là : $250 + 300 = 750$ (m)

Vì $250 \text{ m} < 750 \text{ m}$ nên nhà An đến trường gần hơn nhà Bình đến trường.

b) Trên đường thẳng xy có tất cả: 23 điểm. Do đó khi nối O với 23 điểm thuộc đường thẳng xy sẽ có 23 tia gốc O.

Mỗi tia gốc O sẽ tạo với 22 tia gốc O còn lại tạo ra 22 góc.

Do đó 23 tia gốc O thì sẽ tạo thành $23 \cdot 22$ góc.

Nhưng mỗi góc đã được tính 2 lần. Vậy thực tế chỉ có $\frac{22 \cdot 23}{2} = 253$ góc đỉnh O.

Câu 5. (3 điểm)

a) Diện tích sân bóng chuyền là: $18 \cdot 9 = 162$ (m^2)

Số tiền mua thảm PVC phủ lên mặt sân là:

$$162 \cdot 400000 = 64\,800\,000 \text{ (đồng)}$$

b) Đổi $5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$

Diện tích phần vạch sơn bao quanh sân là:

$$0,05 \cdot (18+9) \cdot 2 - 0,05 \cdot 0,05 \cdot 4 = 2,69 \text{ (} m^2 \text{)}$$

Diện tích 3 vạch sơn giữa sân là:

$$3 \cdot 0,05 \cdot (9 - 2 \cdot 0,05) = 1,335 \text{ (} m^2 \text{)}$$

Diện tích phần kẻ vạch sơn cho cả sân bóng là:

$$2,69 + 1,335 = 4,025 \text{ (} m^2 \text{)}$$

Số lít sơn cần dùng là:

$$1 : 5 \cdot 4,025 = 0,805 \text{ (lít)}$$