

▮ BÀI GIẢNG 5 : CHỨNG MINH THẲNG HÀNG – ĐỒNG QUY



LÝ THUYẾT



Memorize :

Lý thuyết bài giảng :



LÀM

Câu 171: Cho bốn điểm O, A, B, C sao cho : $\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} - 3\overrightarrow{OC} = \vec{0}$. Chứng tỏ rằng A, B, C thẳng hàng.

Lời giải :

Câu 172: Cho tam giác ABC có trung tuyến AM . Gọi I là trung điểm của AM và K là điểm trên cạnh AC sao cho $AK = \frac{1}{3}AC$.

a) Tính $\vec{BI}$ theo $\vec{BA}, \vec{BC}$. b) Tính $\vec{BK}$ theo $\vec{BA}, \vec{BC}$.

c) Chứng minh ba điểm B, I, K thẳng hàng.

 **Lời giải :**

Câu 173: Cho tam giác ABC có trọng tâm G và hai điểm M, N thoả mãn: $3\vec{MA} + 4\vec{MB} = \vec{0}$; $\vec{NB} - 3\vec{NC} = \vec{0}$. Chứng minh rằng: G, M, N thẳng hàng.

 **Lời giải :**

Câu 174: Cho tam giác ABC và ba điểm M, N, P thỏa mãn $\vec{MA} + \vec{MB} = \vec{0}$ và $\vec{2NA} + \vec{3NC} = \vec{0}$, $\vec{-3PC} + \vec{2PB} = \vec{0}$. Chứng minh rằng M, N, P thẳng hàng

 **Lời giải :**

Câu 175: Cho ΔABC . Các điểm M, N, P được xác định bởi:
 $\vec{MA} = -\frac{3}{4}\vec{BM}$; $\vec{AN} = -3\vec{CN}$; $\vec{CP} = -\frac{1}{4}\vec{PB}$
 a) Chứng minh: $\vec{AM} - \vec{CM} + \vec{CB} = \vec{NB} + \vec{AN}$.
 $\vec{MN} = \frac{15}{4}\vec{AB} + \frac{3}{4}\vec{BC}$.
 b) Chứng minh:
 c) Chứng minh: M, N, P thẳng hàng.

 **Lời giải :**



MÓN QUÀ

Câu 176: Cho tam giác ABC

- a) Xác định các điểm M, N, P thỏa mãn: $\vec{MB} = \frac{1}{2} \vec{BC}, \vec{AN} = 3\vec{NB}, \vec{CP} = \vec{PA}$
- b) Biểu thị mỗi vectơ $\vec{MN}, \vec{MP}$ theo hai vectơ $\vec{BC}, \vec{BA}$
- c) Chứng minh ba điểm M, N, P thẳng hàng

Lời giải

a) Ta có:

$$+) \quad \vec{MB} = \frac{1}{2} \vec{BC} \Rightarrow \vec{MB} \text{ và } \vec{BC} \text{ cùng hướng; tỉ số độ dài } \frac{BC}{MB} = 2$$

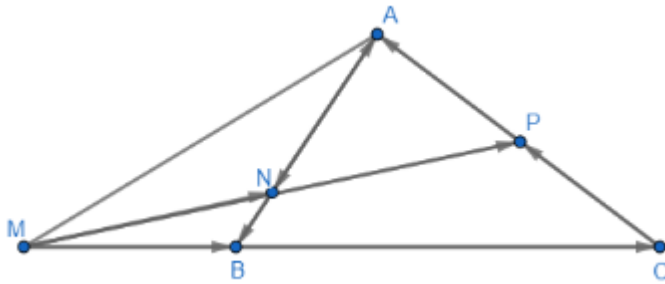
$\Rightarrow M$ nằm ngoài đoạn thẳng BC sao cho $MB = \frac{1}{2} BC$

$$\vec{AN} = 3\vec{NB} \Rightarrow \vec{AB} + \vec{BN} = 3\vec{NB} \Rightarrow 4\vec{NB} = \vec{AB} \Leftrightarrow \vec{NB} = \frac{1}{4} \vec{AB}$$

$\Rightarrow N$ thuộc đoạn thẳng AB và $NB = \frac{1}{4} AB$

$$+) \vec{CP} = \vec{PA} \Leftrightarrow \vec{PC} + \vec{PA} = \vec{0}$$

$\Rightarrow P$ là trung điểm của CA



$$b) \vec{MN} = \vec{MB} + \vec{BN} = \frac{1}{2}\vec{BC} + \frac{1}{4}\vec{BA}$$

$$\vec{MP} = \vec{MC} + \vec{CP} = \vec{MC} + \frac{1}{2}\vec{CA}$$

$$= \frac{3}{2}\vec{BC} + \frac{1}{2}(\vec{BA} - \vec{BC})$$

$$= \vec{BC} + \frac{1}{2}\vec{BA}$$

c) Ta có:

$$\vec{MN} = \frac{1}{2}\vec{BC} + \frac{1}{4}\vec{BA}; \vec{MP} = \vec{BC} + \frac{1}{2}\vec{BA}$$

$$\Rightarrow \vec{MP} = 2\vec{MN}$$

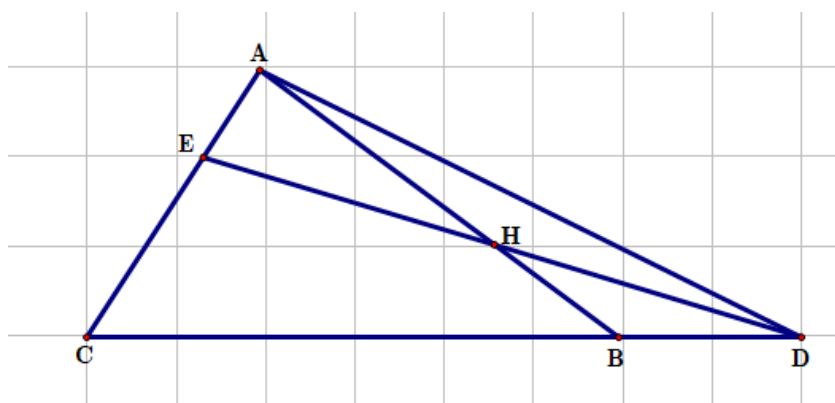
Vậy M, N, P thẳng hàng

Câu 177: Cho tam giác ABC . Các điểm D, E, H thỏa mãn $\vec{DB} = \frac{1}{3}\vec{BC}, \vec{AE} = \frac{1}{3}\vec{AC}, \vec{AH} = \frac{2}{3}\vec{AB}$.

a) Biểu thị mỗi vectơ $\vec{AD}, \vec{DH}, \vec{HE}$ theo hai vectơ $\vec{AB}, \vec{AC}$.

b) Chứng minh D, E, H thẳng hàng.

Lời giải



a) Ta có

$$\vec{AD} = \vec{AC} + \vec{CD} = \vec{AC} + \vec{CB} + \vec{BD} = \vec{AC} + \vec{CB} + \frac{1}{3}\vec{CB} = \vec{AC} + \frac{4}{3}\vec{CB} = \frac{4\vec{AB} - \vec{AC}}{3}$$

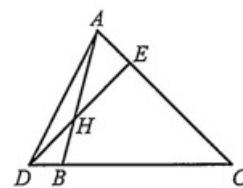
Ta có
$$\vec{DH} = \vec{DB} + \vec{BH} = \frac{1}{3}\vec{BC} + \frac{1}{3}\vec{BA} = \frac{1}{3}(\vec{BA} + \vec{AC} + \vec{BA}) = \frac{1}{3}(\vec{AC} - 2\vec{AB}) = -\frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$$

Ta có
$$\vec{HE} = \vec{HA} + \vec{AE} = -\frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$$

b) Ta thấy
$$\vec{DH} = \vec{HE} = -\frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$$
, nên 3 điểm D, E, H thẳng hàng.

Câu 178: Cho tam giác ABC . Lấy các điểm D, E, H thỏa mãn

$$\vec{DB} = \frac{1}{5}\vec{BC}, \vec{AE} = \frac{1}{4}\vec{AC}, \vec{AH} = \frac{2}{3}\vec{AB} \quad (\text{Hình 47})$$



Hình 47

a) Biểu thị các vectơ $\vec{AD}, \vec{DH}, \vec{HE}$ theo các vectơ $\vec{AB}, \vec{AC}$.

b) Chứng minh rằng ba điểm D, H, E thẳng hàng.

Lời giải

a) Ta có:

$$\vec{AD} = \vec{AB} + \vec{BD} = \vec{AB} - \vec{DB} = \vec{AB} - \frac{1}{5}\vec{BC} = \vec{AB} - \frac{1}{5}(\vec{AC} - \vec{AB}) = \frac{6}{5}\vec{AB} - \frac{1}{5}\vec{AC}$$

$$\vec{DH} = \vec{AH} - \vec{AD} = \frac{2}{3}\vec{AB} - \left(\frac{6}{5}\vec{AB} - \frac{1}{5}\vec{AC} \right) = -\frac{8}{15}\vec{AB} + \frac{1}{5}\vec{AC}$$

$$\vec{HE} = \vec{AE} - \vec{AH} = \frac{1}{4}\vec{AC} - \frac{2}{3}\vec{AB} = -\frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{AC}$$

$$\vec{HE} = \frac{5}{4} \left(-\frac{8}{15}\vec{AB} + \frac{1}{5}\vec{AC} \right) = \frac{5}{4}\vec{DH}$$

b) Từ các đẳng thức trên, ta có:

Vậy hai vectơ $\vec{HE}, \vec{DH}$ cùng phương nên D, H, E thẳng hàng.

Nhận xét: Nếu bỏ câu a) thì việc chứng minh câu b) trở nên khó khăn.

Khi đó, ta chuyển bài toán chứng minh ba điểm thẳng hàng về bài toán chứng minh hai vectơ cùng phương, chuyển bài toán chứng minh hai vectơ cùng phương về bài toán biểu diễn hai vectơ theo hai vectơ (không cùng phương) cho trước.

Câu 179: Cho hình bình hành $ABCD$. Lấy các điểm M, N, P thỏa mãn
$$\vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{AB},$$

$$\vec{AN} = \frac{1}{5}\vec{AC}, \vec{AP} = \frac{1}{3}\vec{AD}. \text{ Đặt } \vec{AB} = \vec{a}, \vec{AD} = \vec{b}. \text{ Biểu thị các vectơ } \vec{AN}, \vec{MN}, \vec{NP} \text{ theo các}$$

vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ và chứng minh ba điểm M, N, P thẳng hàng.

Lời giải

$$\vec{AN} = \frac{1}{5}\vec{AC} = \frac{1}{5}(\vec{AB} + \vec{AD}) = \frac{1}{5}(\vec{a} + \vec{b})$$

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{5}(a+b) - \frac{1}{2}a = -\frac{3}{10}a + \frac{1}{5}b,$$

$$\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} - \frac{1}{5}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{3}b - \frac{1}{5}(a+b) = -\frac{1}{5}a + \frac{2}{15}b$$

$$\overrightarrow{NP} = \frac{2}{3}\left(-\frac{3}{10}a + \frac{1}{5}b\right) = \frac{2}{3}\overrightarrow{MN}$$

Suy ra M, N, P thẳng hàng.

Câu 180: Cho tam giác ABC . Lấy các điểm D, E, M, N thỏa mãn $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$,
 $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AN} = k\overrightarrow{AM}$ với k là số thực. Biểu thị các vectơ $\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{EN}$ theo các vectơ
 $a = \overrightarrow{AB}, b = \overrightarrow{AC}$ và tìm k để ba điểm D, E, N thẳng hàng.

Lời giải

$$\overrightarrow{AN} = k(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM}) = k\left(\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}\right) = k\left(\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}\right) = \frac{2k}{3}\overrightarrow{a} + \frac{k}{3}\overrightarrow{b},$$

$$\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AD} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{2}{5}\overrightarrow{b} - \frac{1}{3}\overrightarrow{a} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{a} + \frac{2}{5}\overrightarrow{b},$$

$$\overrightarrow{EN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AN} - \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} = \frac{2k}{3}\overrightarrow{a} + \frac{k}{3}\overrightarrow{b} - \frac{2}{5}\overrightarrow{b} = \frac{2k}{3}\overrightarrow{a} + \frac{5k-6}{15}\overrightarrow{b}.$$

Ba điểm phân biệt D, E, N thẳng hàng khi và chỉ khi có số thực t thỏa mãn

$$\overrightarrow{EN} = t\overrightarrow{DE} \Leftrightarrow \frac{2k}{3}\overrightarrow{a} + \frac{5k-6}{15}\overrightarrow{b} = t\left(-\frac{1}{3}\overrightarrow{a} + \frac{2}{5}\overrightarrow{b}\right)$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{2k}{3} + \frac{t}{3}\right)\overrightarrow{a} = -\left(\frac{5k-6}{15} - \frac{2t}{5}\right)\overrightarrow{b}.$$

Vì a, b khác 0 và không cùng phương nên $\frac{2k}{3} + \frac{t}{3} = \frac{5k-6}{15} - \frac{2t}{5} = 0$. Suy ra $k = \frac{6}{17}$.



Câu 181: Cho ΔABC có trung tuyến AM . Gọi I là trung điểm AM và K là điểm trên AC sao

cho $AK = \frac{1}{3}AC$. Đẳng thức nào sau đây là điều kiện cần và đủ để ba điểm B, I, K thẳng hàng.

A. $\overrightarrow{BK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BI}$

B. $\overrightarrow{BK} = \frac{4}{3}\overrightarrow{BI}$

C. $\overrightarrow{BK} = 2\overrightarrow{BI}$

D. $\overrightarrow{BK} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BI}$

Lời giải

Ta có: $2\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{BI} = 2\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$ (1)

$$\overrightarrow{BK} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AK} = \overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}) = \frac{2}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$$

$$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{BK} = 2\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Leftrightarrow \overrightarrow{BK} = \frac{4}{3}\overrightarrow{BI} \Leftrightarrow B, I, K$ thẳng hàng.

Đáp án B.

Câu 182: Cho $\triangle ABC, E$ là trung điểm BC , I là trung điểm của AB . Gọi D, I, J, K lần lượt là các điểm thỏa mãn $\overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{JC}, \overrightarrow{IK} = m\overrightarrow{IJ}$. Tìm m để A, K, D thẳng hàng.

- A. $m = \frac{5}{6}$ B. $m = \frac{1}{3}$ C. $m = \frac{1}{2}$ D. $m = \frac{2}{5}$

Lời giải

Ta có: A, K, D thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = n\overrightarrow{AK} = n(\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IK}) \quad (1)$

$$2\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$$

$$= 3\overrightarrow{AI} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AJ} = 3\overrightarrow{AI} + \frac{3}{2}(\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IJ}) = \frac{9}{2}\overrightarrow{AI} + \frac{3}{2}\overrightarrow{IJ}$$

Mà $\overrightarrow{IK} = m\overrightarrow{IJ}$ nên $\frac{3}{2}\overrightarrow{AJ} = \frac{9}{2}\overrightarrow{AI} + \frac{3}{2m}\overrightarrow{IK} \Rightarrow \overrightarrow{AD} = \frac{9}{4}\overrightarrow{AI} + \frac{3}{4m}\overrightarrow{IK} \quad (2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{9}{4} = \frac{3}{4m} \Leftrightarrow m = \frac{1}{3}$.

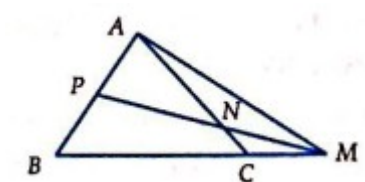
Đáp án B.

Câu 183: Cho $\triangle ABC$. Lấy các điểm M, N, P sao cho $\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MC}, \overrightarrow{NA} + 3\overrightarrow{NC} = \vec{0}, \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} = \vec{0}$. Đẳng thức nào sau đây là điều kiện cần và đủ để M, N, P thẳng hàng.

- A. $\overrightarrow{MP} = -2\overrightarrow{MN}$ B. $\overrightarrow{MP} = 3\overrightarrow{MN}$ C. $\overrightarrow{MP} = 2\overrightarrow{MN}$ D. $\overrightarrow{MP} = -3\overrightarrow{MN}$

Lời giải

Đáp án C



$$\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MC} \Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

Do đó

$$\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} \quad (1)$$

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC} \quad (2)$$

Từ (1), (2) $\Rightarrow \overrightarrow{MP} = 2\overrightarrow{MN} \Rightarrow M, N, P$ thẳng hàng.

Câu 184: Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N là các điểm nằm trên cạnh AB và CD sao cho $AM = \frac{1}{3}AB$, $CN = \frac{1}{2}CD$. Gọi G là trọng tâm của $\triangle BMN$. Gọi I là điểm xác định bởi $\overrightarrow{BI} = m\overrightarrow{BC}$. Xác định m để AI đi qua G .

A. $m = \frac{6}{11}$

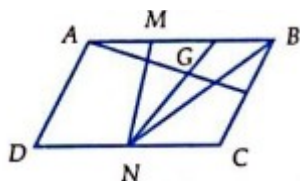
B. $m = \frac{11}{6}$

C. $m = \frac{6}{5}$

D. $m = \frac{18}{11}$

Lời giải

Đáp án A



Ta có: $3\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{BM}$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} = \frac{5}{6}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{5}{18}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} \\ \overrightarrow{AI} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AB} + m\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + m(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = (1-m)\overrightarrow{AB} + m\overrightarrow{AC} \end{aligned}$$

Để AI đi qua G thì $\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AG}$ cùng phương $\Rightarrow \overrightarrow{AI} = k\overrightarrow{AG}$

$$\Rightarrow (1-m)\overrightarrow{AB} + m\overrightarrow{AC} = k \cdot \left(\frac{5}{18}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} \right) \Rightarrow \begin{cases} 1-m = \frac{5k}{18} \\ m = \frac{k}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{6}{11} \\ k = \frac{18}{11} \end{cases}$$

Câu 185: Cho $\triangle ABC$ có trung tuyến AD . Xét các điểm M, N, P cho bởi $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AP} = m\overrightarrow{AD}$. Tìm m để M, N, P thẳng hàng.

A. $m = \frac{1}{6}$

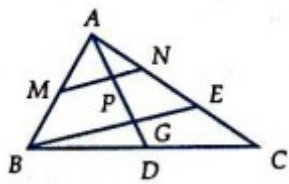
B. $m = \frac{1}{3}$

C. $m = \frac{1}{4}$

D. $m = \frac{2}{3}$

Lời giải

Đáp án B



Gọi E là trung điểm AC

$$\Rightarrow \frac{AN}{AE} = \frac{1}{2} \Rightarrow MN \parallel BE \Rightarrow G \text{ là trọng tâm } \triangle ABE$$
$$\Rightarrow \frac{AG}{AD} = \frac{2}{3}$$

nên M, N, P thẳng hàng $\Rightarrow P$ là trung điểm AG . Vậy

$$\frac{AP}{AG} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AP}{AD} = \frac{1}{3}$$

Bạn không cần phải tuyệt vời để bắt đầu, nhưng bạn cần phải bắt đầu để trở nên tuyệt vời.

Có thể bạn học chưa tốt nhưng cố gắng tin bạn sẽ làm rất tốt và trở nên tuyệt vời

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>