

CƠ SỞ LÝ THUYẾT :

1. Bất đẳng thức Cô si:

$$a + b \geq 2\sqrt{ab} \quad (a, b \text{ dương}).$$

$$a + b + c \geq 3\sqrt[3]{abc} \quad (a, b, c \text{ dương}).$$

- Dấu bằng xảy ra khi các số bằng nhau.
- Khi tích hai số không đổi, tổng nhỏ nhất khi hai số bằng nhau.
- Khi tổng hai số không đổi, tích hai số lớn nhất khi hai số bằng nhau.
- **Phạm vi ứng dụng:** Thường áp dụng cho các bài tập điện hoặc bài toán va chạm cơ học.

2. Bất đẳng thức Bunhiacôpski:

$$(a_1b_1 + a_2b_2)^2 \leq (a_1^2 + a_2^2)(b_1^2 + b_2^2)$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$$

- **Phạm vi ứng dụng:** thường dùng trong các bài tập về chuyển động cơ học.

3. Tam thức bậc hai:

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c$$

+ Nếu $a > 0$ thì $y_{\min}$ tại đỉnh parabol.

+ Nếu $a < 0$ thì $y_{\max}$ tại đỉnh parabol.

$$\text{Tọa độ đỉnh: } x = -\frac{b}{2a}; y = -\frac{\Delta}{4a} \quad (\Delta = b^2 - 4ac).$$

+ Nếu $\Delta = 0$ thì phương trình: $y = f(x) = ax^2 + bx + c = 0$ có nghiệm kép.

+ Nếu $\Delta > 0$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt.

***Phạm vi ứng dụng:** Thường dùng trong các bài tập về chuyển động cơ học và bài tập phần điện.

4. Giá trị cực đại hàm số sin hoặc cosin:

$$(\cos \alpha)_{\max} = 1 \Leftrightarrow \alpha = 0$$

$$(\sin \alpha)_{\max} = 1 \Leftrightarrow \alpha = 90^\circ. \text{ Kết hợp với đ/lí hàm sin: } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

***Phạm vi ứng dụng:** Thường dùng trong các bài toán cơ học, điện xoay chiều.

5. Khảo sát hàm số:

- Dùng đạo hàm.

- Lập bảng xét dấu để tìm giá trị cực đại, cực tiểu.

***Phạm vi ứng dụng:** thường áp dụng cho các bài toán điện xoay chiều.

+**Ngoài ra, trong quá trình giải bài tập chúng ta thường sử dụng một số tính chất của phân thức:**

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}$$

BÀI TẬP VẬN DỤNG

I.KHỐI 10:

Bài toán 1: Vật m_1 chuyển động với vận tốc v_1 tại A và đồng thời va chạm với vật m_2 đang nằm yên tại đó.

Sau va chạm, m_1 có vận tốc v_1' . Hãy xác định tỉ số $\frac{v_1'}{v_1}$ của m_1 để góc lệch α giữa v_1 và v_1' là lớn nhất $\alpha_{\max}$. Cho

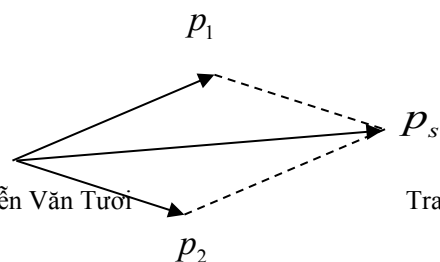
$m_1 > m_2$, va chạm là đàn hồi và hệ được xem là hệ kín.

BÀI GIẢI

* Động lượng của hệ trước va chạm:

$$P_T = P_1 = m_1 v_1$$

* Động lượng của hệ sau va chạm :



$$P_S = P_1' + P_2' = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

Vì hệ là kín nên động lượng được bảo toàn :

$$P_S = P_T = P_1$$

Gọi $\alpha = (\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_1') = (\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_S)$.

Ta có: $P_2'^2 = P_1'^2 + P_1^2 - 2P_1P_2 \cos \alpha$ (1).

Mặt khác, vì va chạm là đàn hồi nên động năng bảo toàn:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} \Leftrightarrow \frac{m_1^2 v_1^2}{2m_1} = \frac{m_1^2 v_1'^2}{2m_1} + \frac{m_2^2 v_2'^2}{2m_2} \Rightarrow \frac{P_1^2}{2m_1} = \frac{P_1'^2}{2m_1} + \frac{P_2'^2}{2m_2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{P_1^2 - P_1'^2}{2m_1} = \frac{P_2'^2}{2m_2} \Rightarrow P_1^2 - P_1'^2 = \frac{m_1}{m_2} P_2'^2.$$

$$\Leftrightarrow P_2'^2 = \frac{m_2(P_1^2 - P_1'^2)}{m_1} \quad (2).$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta suy ra: } \left(1 - \frac{m_2}{m_1}\right) \frac{P_1}{P_1'} + \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) \frac{P_1'}{P_1} = 2 \cos \alpha \Leftrightarrow \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) \frac{v_1'}{v_1} + \left(1 - \frac{m_2}{m_1}\right) \frac{v_1}{v_1'} = 2 \cos \alpha$$

$$\text{Đặt } x = \frac{v_1'}{v_1} > 0 \Rightarrow \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) x + \left(1 - \frac{m_2}{m_1}\right) \frac{1}{x} = 2 \cos \alpha$$

Đề $\alpha_{\max}$ thì $(\cos \alpha)_{\min}$

$$\text{Theo bất đẳng thức Côsi } (\cos \alpha)_{\min} \Leftrightarrow \left[\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) x + \left(1 - \frac{m_2}{m_1}\right) \frac{1}{x} \right]_{\min}$$

Tích hai số không đổi, tổng nhỏ nhất khi hai số bằng nhau

$$\Rightarrow \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) x = \left(1 - \frac{m_2}{m_1}\right) \frac{1}{x} \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}}$$

Vậy khi $\frac{v_1'}{v_1} = \sqrt{\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}}$ thì góc lệch giữa v_1 và v_1' cực đại.

$$\text{Khi đó, } \cos \alpha_{\max} = \sqrt{\frac{m_1^2 - m_2^2}{m_1}}.$$

Bài toán 2:

Hai chuyển động trên AO và BO cùng hướng về O với $v_2 = \frac{v_1}{\sqrt{3}}$; $\alpha = 30^\circ$. Khi khoảng cách giữa hai vật cực tiểu

là $d_{\min}$ thì khoảng cách từ vật một đến O là $d_1' = 30\sqrt{3}(\text{cm})$. Hãy tính khoảng cách từ vật hai đến O.

BÀI GIẢI

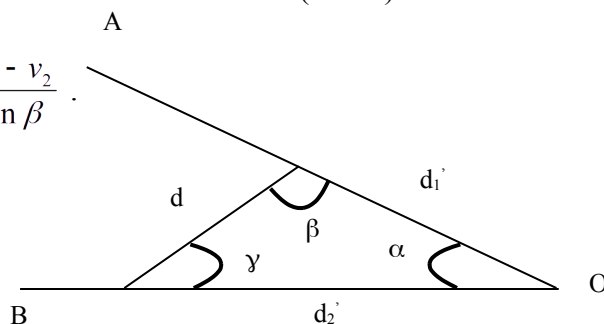
Gọi d_1, d_2 là khoảng cách từ vật một và vật hai đến O lúc đầu ta xét ($t = 0$).

Áp dụng định lý hàm sin ta có:

$$\frac{d}{\sin \alpha} = \frac{d_1'}{\sin \gamma} = \frac{d_2'}{\sin \beta} \Leftrightarrow \frac{d}{\sin \alpha} = \frac{d_1 - v_1 t}{\sin \gamma} = \frac{d_2 - v_2 t}{\sin \beta}.$$

Vì $v_2 = \frac{v_1}{\sqrt{3}}$ nên ta có:

$$\frac{d}{\sin 30^\circ} = \frac{d_1 - v_1 t}{\sin \gamma} = \frac{\sqrt{3}d_2 - v_1 t}{\sqrt{3} \sin \beta}.$$



Áp dụng tính chất của phân thức ta có:

$$\frac{d_1 - v_1 t}{\sin \gamma} = \frac{\sqrt{3}d_2 - v_1 t}{\sqrt{3} \sin \beta} = \frac{(\sqrt{3}d_2 - v_1 t) - (d_1 - v_1 t)}{\sqrt{3} \sin \beta - \sin \gamma} = \frac{\sqrt{3}d_2 - d_1}{\sqrt{3} \sin \beta - \sin \gamma}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{\sin 30^\circ} = \frac{\sqrt{3}d_2 - d_1}{\sqrt{3} \sin \beta - \sin \gamma}$$

Mặt khác, ta có:

$$\sin \beta = \sin(180^\circ - \beta) = \sin(\alpha + \gamma) = \sin(30^\circ + \gamma) \Rightarrow \sqrt{3} \sin \beta = \sqrt{3} \sin(30^\circ + \gamma) = \sqrt{3}(\sin 30^\circ \cos \gamma + \cos 30^\circ \sin \gamma)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \gamma + \frac{3}{2} \sin \gamma$$

$$\Rightarrow \frac{d}{\sin 30^\circ} = \frac{\sqrt{3}d_2 - d_1}{\frac{\sqrt{3}}{2} \cos \gamma + \frac{1}{2} \sin \gamma - \frac{1}{2} \sin \gamma} \Rightarrow d = \frac{(\sqrt{3}d_2 - d_1) \sin 30^\circ}{\frac{\sqrt{3}}{2} \cos \gamma + \frac{1}{2} \sin \gamma} = \frac{\sqrt{3}d_2 - d_1}{\sqrt{3} \cos \gamma + \sin \gamma}$$

$$\text{Vậy } d = \frac{\sqrt{3}d_2 - d_1}{\sqrt{3} \cos \gamma + \sin \gamma} = \frac{\sqrt{3}d_2 - d_1}{y}$$

Khoảng cách giữa hai vật $d_{\min} \Leftrightarrow y_{\max}$ với $y = \sqrt{(\sqrt{3} \cos \gamma + \sin \gamma)^2}$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhia Côpski:

$$\sqrt{(\sqrt{3} \cos \gamma + \sin \gamma)^2} \leq \sqrt{((\sqrt{3})^2 + 1^2) \cdot (\cos^2 \gamma + \sin^2 \gamma)} = 2$$

$$\Rightarrow y_{\max} = 2 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{\cos \gamma}{\sin \gamma} \Rightarrow \cot \gamma = \sqrt{3} \Rightarrow \gamma = 30^\circ \text{ và } \beta = 120^\circ$$

$$\text{Lúc đó: } \frac{d_1'}{\sin 30^\circ} = \frac{d_2'}{\sin 120^\circ} \Rightarrow d_2' = \frac{\sin 120^\circ}{\sin 30^\circ} \cdot d_1' = \sqrt{3}d_1' = 90(m)$$

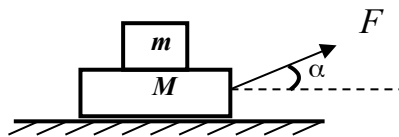
Vậy, khoảng cách từ vật hai đến O lúc này là: $d_2' = 90(m)$

Bài toán 3: Cho cơ hệ như hình vẽ:

Cho biết: Hệ số ma sát giữa M và sàn là k_2 .

Hệ số ma sát giữa M và m là k_1 .

Tác dụng một lực F lên M theo phương hợp với phương ngang một góc α . Hãy tìm $F_{\min}$ để m thoát khỏi M. tính góc α tương ứng?



BÀI GIẢI

$$+ \text{ Xét vật m: } P_1 + N_1 + F_{ms21} = ma \quad (1).$$

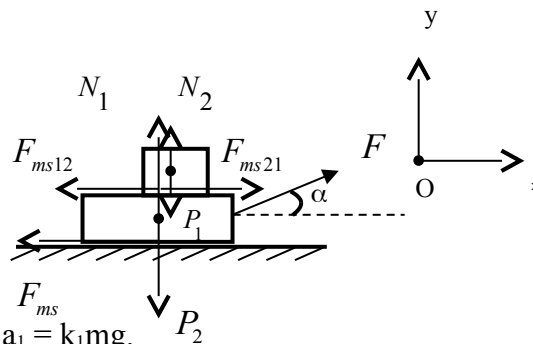
$$\text{Chiều lên OX: } F_{ms21} = ma \Rightarrow a_1 = \frac{F_{ms21}}{m}$$

$$\text{Chiều lên OY: } N_1 - P_1 = 0 \Rightarrow N_1 = P_1$$

$$\Rightarrow F_{ms21} = k_1 \cdot N_1 = k_1 \cdot mg$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{k_1 mg}{m} = k_1 g. \text{ Khi vật bắt đầu trượt thì } a_1 = k_1 mg.$$

$$+ \text{ Xét vật M: } F + P_2 + P_1 + N_2 + F_{ms12} + F_{ms} = (M + m)a_2.$$



$$\text{Chiều lên trục OX: } F \cos \alpha - F_{ms12} - F_{ms} = (M + m)a_2 \Rightarrow a_2 = \frac{F \cos \alpha - F_{ms12} - F_{ms}}{M + m}$$

$$\text{Chiều lên OY: } F \sin \alpha - (P_1 + P_2) + N_2 = 0 \Rightarrow N_2 = P_1 + P_2 - F \sin \alpha$$

$$\text{Ta có: } F_{ms12} = k_1 mg$$

$$F_{ms} = k_2 N_2 = k_2 (P_1 + P_2 - F \sin \alpha)$$

$$\Rightarrow a_2 = \frac{F \cos \alpha - k_1 mg - k_2 (P_1 + P_2 - F \sin \alpha)}{M + m}$$

$$\text{Khi vật trượt } a_1 \leq a_2 \Rightarrow k_1 g \leq \frac{F \cos \alpha - k_1 mg - k_2 (P_1 + P_2 - F \sin \alpha)}{M + m}$$

$$\Leftrightarrow k_1 g (M + m) \leq F (\cos \alpha + k_2 \sin \alpha) - k_1 mg - k_2 (P_1 + P_2)$$

$$\Rightarrow F \geq \frac{(k_1 + k_2)Mg + (2k_1 + k_2)mg}{\cos \alpha + k_2 \sin \alpha} = \frac{(k_1 + k_2)Mg + (2k_1 + k_2)mg}{y}$$

Nhận xét: $F_{\min} \Leftrightarrow y_{\max}$. Theo bất đẳng thức Bunhia Côpski:

$$y = \sqrt{(\cos \alpha + k_2 \sin \alpha)^2} \leq \sqrt{(1^2 + k_2^2)(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha)} = \sqrt{1 + k_2^2}$$

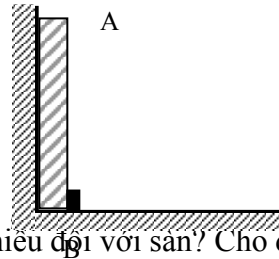
$$\Rightarrow y_{\max} = \sqrt{1 + k_2^2}$$

$$\text{Vậy } \Rightarrow F_{\min} = \frac{(k_1 + k_2)Mg + (2k_1 + k_2)mg}{\sqrt{1 + k_2^2}}$$

$$\text{Lúc đó: } \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{k_2}{1} \Rightarrow \tan \alpha = k_2$$

Bài toán 4: Một con kiến bám vào đầu B của một

thanh cứng mảnh AB có chiều dài L đang dựng đứng cạnh một bức tường thẳng đứng. Vào thời điểm mà đầu B của thanh bắt đầu chuyển động sang phải với vận tốc không đổi v theo sàn ngang thì con kiến bắt đầu bò dọc theo thanh với vận tốc không đổi u đối với thanh. Trong quá trình bò trên thanh, con kiến đạt được độ cao cực đại là bao nhiêu đối với sàn? Cho đầu A của thanh luôn tì lên sàn thẳng đứng.



BÀI GIẢI

Khi B di chuyển một đoạn $s = v.t$ thì con kiến đi được một đoạn $l = u.t$.

Độ cao mà con kiến đạt được:

$$h = l \sin \alpha = ut \sin \alpha \text{ với } \sin \alpha = \frac{\sqrt{L^2 - v^2 t^2}}{L}$$

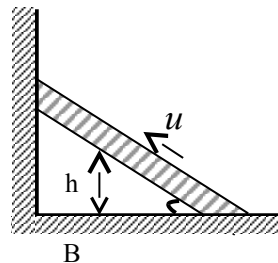
$$\Rightarrow h = \frac{u}{L} \sqrt{L^2 t^2 - v^2 t^4} = \frac{u}{L} \sqrt{y}$$

$$\text{Với } y = L^2 t^2 - v^2 t^4 \text{ Đặt } X = t^2 \Rightarrow y = -v^2 X^2 + L.X$$

Nhận xét: $h_{\max} \Leftrightarrow y_{\max}$. y là tam thức bậc hai có $a = -v^2 < 0 \Rightarrow y_{\max}$ tại đỉnh Parabol

$$\Rightarrow y_{\max} = -\frac{\Delta^2}{4a} \Rightarrow y_{\max} = -\frac{L^4}{4(-v^2)} = \frac{L^4}{4v^2}$$

$$\Rightarrow y_{\max} = \frac{L^4}{4v^2} \text{ tại } X = -\frac{b}{2a} = \frac{L^2}{2v^2}$$



Vây độ cao mà con kiến đạt được là : $h_{\max} = \frac{u}{L} \sqrt{y_{\max}} = \frac{u.L}{2v}$

Bài toán 5:

Hai vật chuyển động từ A và B cùng hướng về điểm O với cùng vận tốc . Biết

AO = 20km; BO = 30km; Góc $\alpha = 60^\circ$. Hãy xác định khoảng cách ngắn nhất giữa chúng trong quá chuyển động?

BÀI GIẢI

Xét tại thời điểm t : Vật A ở A'

Vật B ở B'

Khoảng cách d = A'B'

Ta có: $\frac{d}{\sin \alpha} = \frac{AO - vt}{\sin \beta} = \frac{BO - vt}{\sin \gamma}$

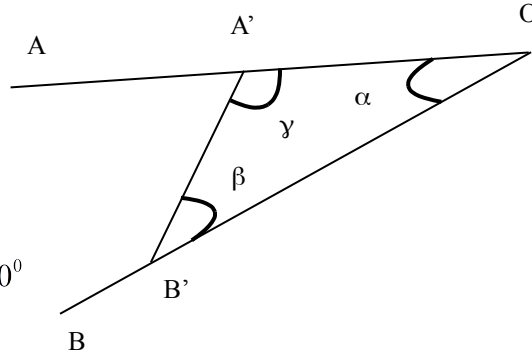
$$\Rightarrow \frac{d}{\sin \alpha} = \frac{BO - AO}{\sin \gamma - \sin \beta} = \frac{10}{\sin \gamma - \sin \beta}$$

$$\Leftrightarrow \frac{d}{\sin \alpha} = \frac{10}{2 \cos \frac{\beta + \gamma}{2} \cdot \sin \frac{\beta - \gamma}{2}} \text{ với } \beta + \gamma = 120^\circ$$

$$\Rightarrow d = \frac{10 \sin 60^\circ}{2 \cos 60^\circ \cdot \sin \frac{\gamma - \beta}{2}} \Rightarrow d = \frac{5\sqrt{3}}{\sin \frac{\gamma - \beta}{2}}$$

Nhận xét: $d_{\min} \Leftrightarrow (\sin \frac{\gamma - \beta}{2}) = 1$

$$\Rightarrow d_{\min} = 5\sqrt{3}(cm)$$

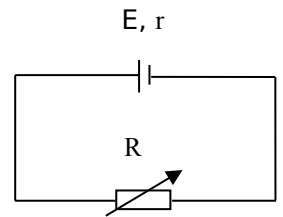


II.KHỎI 11 :

Bài toán 1:

Cho mạch điện như hình vẽ:

Cho biết: $\xi = 12V$, $r = 4\Omega$, R là một biến trở.Tìm giá trị của R để công suất mạch ngoài đạt giá trị cực đại.



BÀI GIẢI

-Dòng điện trong mạch: $I = \frac{\xi}{R + r}$

- Công suất: $P = I^2 \cdot R = \frac{\xi^2}{(R + r)^2} \cdot R \Leftrightarrow P = \frac{\xi^2 R}{R^2 + 2rR + r^2} = \frac{\xi^2}{R + 2r + \frac{r^2}{R}} = \frac{\xi^2}{(\sqrt{R} + \frac{r}{\sqrt{R}})^2}$

Đặt $y = (\sqrt{R} + \frac{r}{\sqrt{R}}) \Rightarrow P = \frac{\xi^2}{y^2}$

Nhận xét: Để $P_{\max} \Leftrightarrow y_{\min}$

Theo bất đẳng thức Côsi: Tích hai số không đổi, tổng nhỏ nhất khi hai số bằng nhau $\Rightarrow y_{\min} \Leftrightarrow \sqrt{R} = \frac{r}{\sqrt{R}} \Rightarrow R =$

$r = 4(\Omega)$ thì $P_{\max} = \frac{\xi^2}{r + 2r + r} = \frac{\xi^2}{4r} = \frac{12^2}{4 \cdot 4} = 9(W)$

Bài toán 2 : Hai điện tích q trái dấu đặt tại hai điểm A,B cách nhau 2a.Điểm M cách đều A,B và cách đoạn AB một khoảng x.

a) Xác định E_M theo a và x.

b) Xác định x để E_M cực đại và tính giá trị cực đại đó ? Đa : a) $E_M = \frac{2kqa}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$ b) $x=0$; $E_{\max} = \frac{2kq}{\sqrt{a}}$

Bài toán 3 : Làm lại câu 7 với hai điện tích dương cùng dấu .

Đa : a) $E_M = \frac{2kqx}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$ b) $E_{\max} = \frac{4kq}{3\sqrt{3}a^2}$; $x = \frac{a}{\sqrt{2}}$

HD: $(a^2 + x^2) = \left(\frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{2} + x^2 \right) \geq 3\sqrt{\frac{a^4 x^2}{4}} \rightarrow (a^2 + x^2)^3 \geq 27 \frac{a^4 x^2}{4}$

lấy căn hai vế $\Rightarrow (a^2 + x^2)^{3/2} \geq \frac{3\sqrt{3}a^2 x}{2} \rightarrow E \leq \frac{4kq}{3\sqrt{3}a^2} \Rightarrow E_{\max} = \frac{4kq}{3\sqrt{3}a^2}$ với $a=b=c \rightarrow x = \frac{a}{\sqrt{2}}$

Bài toán 4 : Hai điện tích bằng nhau +Q được đặt trên trục x tại các điểm có tọa độ $x_1 = a$ và $x_2 = -a$.Hỏi một điện tích q phải đặt ở đâu trên trục z để lực tác dụng vào nó là cực đại ?

Đa : $F = \frac{2kQqz}{(z^2 + a^2)^{3/2}} \Rightarrow F_{\max}$ khi $z = \pm \frac{a}{\sqrt{2}}$

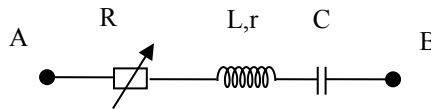
III.KHỐI 12 :

Bài toán 1:

Cho mạch điện như hình vẽ:

Cho biết: $u_{AB} = 200\sqrt{2} \cos 100\pi t (V)$.

$L = \frac{1}{\pi} (H)$, $C = \frac{10^{-4}}{2\pi} (F)$. R thay đổi.



a. Tìm R để công suất trên R cực đại khi $r = 0$.

b. Tìm R để công suất trên R cực đại khi $r = 50 (\Omega)$

BÀI GIẢI

a. + Cảm kháng $Z_L = L\omega = 100(\Omega)$.

+ Dung kháng: $Z_C = \frac{1}{\omega C} = 200(\Omega)$.

+ Tổng trở: $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$.

+ Công suất : $P = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{Z^2} \cdot R = \frac{U^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \cdot R$

$$\Rightarrow P = \frac{U^2}{R + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R}} \quad \text{Đặt } y = R + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R} \Rightarrow P = \frac{U^2}{y}$$

+ Nhận xét: Theo bất đẳng thức côsi $y_{\min} \Leftrightarrow R = |Z_L - Z_C| = 100(\Omega)$, lúc đó

$$P_{\max} = \frac{U^2}{2|Z_L - Z_C|} = \frac{U^2}{2 \cdot 100} = \frac{200^2}{200} = 200(W).$$

Vậy $P_{\max} = 200(W)$ khi $R = 100(\Omega)$

b. + Tổng trở $Z = \sqrt{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}$

+ Công suất $P = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{Z^2} \cdot R = \frac{U^2}{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2} \cdot R$

$$\Leftrightarrow P = \frac{U^2}{R^2 + 2Rr + r^2 + (Z_L - Z_C)^2} \cdot R = \frac{U^2}{R + 2r + \frac{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R}}$$

$$\text{Đặt } y = R + 2r + \frac{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R} \Rightarrow P = \frac{U^2}{y}.$$

+Nhận xét: Để $P_{\max} \Leftrightarrow y_{\min}$.

$$\text{Theo bất đẳng thức Côsi } y_{\min} \Leftrightarrow R = \frac{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R} \Rightarrow R = \sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

$$\Rightarrow P_{\max} = \frac{U^2}{\sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2} + \frac{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}{\sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}} + 2r}$$

$$\Leftrightarrow P_{\max} = \frac{U^2}{\sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2} + \frac{r^2 + (Z_L - Z_C)^2 \cdot \sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}}{\sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2} \cdot \sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}} + 2r}$$

$$\Rightarrow P_{\max} = \frac{U^2}{2 \cdot \sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2} + 2r} \Rightarrow P_{\max} = \frac{200^2}{2 \cdot (\sqrt{50^2 + (100 - 200)^2} + 50)} = 124(W)$$

Vậy để $P_{\max} = 124(W)$ thì $R = \sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2} = 100(\Omega)$.

***Mở rộng:** Khi tính P của mạch:

+ Nếu $|Z_L - Z_C| > r$ thì $P_{\max}$ khi $R = |Z_L - Z_C| - r$.

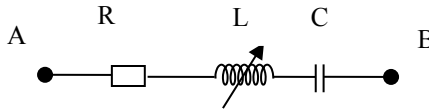
+ Nếu $|Z_L - Z_C| \leq r$ thì $P_{\max}$ khi $R = 0$.

Bài toán 2:

Cho mạch điện như hình vẽ:

$$u_{AB} = 200\sqrt{2} \cos 100\pi t (V).$$

$$R = 100(\Omega); C = \frac{10^{-4}}{\pi} (F)$$



Cuộn dây thuần cảm và có thể thay đổi được độ tự cảm. Hãy xác định L để hiệu điện thế U_L đạt cực đại. Tính giá trị cực đại đó?

BÀI GIẢI

+ Cảm kháng: $Z_L = L\omega$, dung kháng $Z_C = \frac{1}{\omega C} = 100(\Omega)$

+ Tổng trở: $Z = \sqrt{R^2 + (Z_C - Z_L)^2}$

$$\text{Ta có: } U_L = I \cdot Z_L = \frac{U \cdot Z_L}{Z} = \frac{U \cdot Z}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \Leftrightarrow U_L = \frac{U}{\sqrt{(R^2 + Z_C^2) \cdot \frac{1}{Z_L^2} - 2Z_C \cdot \frac{1}{Z_L} + 1}} = \frac{U}{\sqrt{y}}$$

+ Nhận xét: để $U_{L\max} \Leftrightarrow y_{\min}$, với y là tam thức bậc hai có $a = R^2 + Z_C^2 > 0$ nên

$y_{\min}$ tại đỉnh Parabol

$$\text{Tọa độ đỉnh } x = -\frac{b'}{a} \Rightarrow \frac{1}{Z_L} = \frac{Z_C}{R^2 + Z_C^2} \Leftrightarrow Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \Leftrightarrow \omega L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \Leftrightarrow L = \frac{R^2 + Z_C^2}{\omega Z_C}$$

$$\text{Thay số : } L = \frac{100^2 + 100^2}{100 \cdot 100 \pi} = \frac{2}{\pi} (H)$$

$$U_{L\max} = \frac{U \sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} = 200\sqrt{2} (V)$$

- **Mở rộng:** Nếu $L = \cos nt$, tụ C có điện dung thay đổi tìm C để U_C cực đại ta làm tương tự như trên và kết quả:

$$U_{C\max} = \frac{U \sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} \text{ khi } Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L}$$

Bài toán 3:

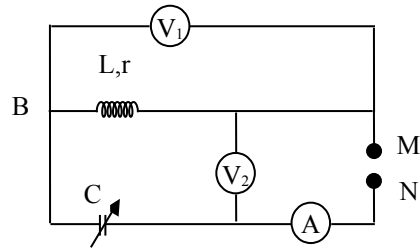
Cho mạch điện như hình vẽ:

Cho biết: $L = \frac{0.9}{\pi} (H)$, U_{MN} không đổi,

C thay đổi, $R_A = 0$, R_V rất lớn, tần số của dòng điện $f = 50\text{Hz}$; $r = 90(\Omega)$.

Hãy chứng tỏ rằng khi điều chỉnh C

để hiệu điện thế trên các vôn kế lệch pha nhau một góc $\frac{\pi}{2}$ thì U_C đạt giá trị cực đại.



BÀI GIẢI

Mạch điện được vẽ lại:

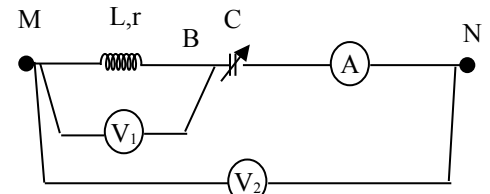
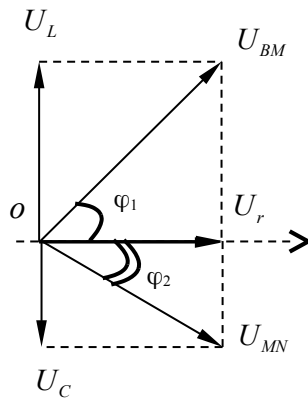
Ta có: $Z_L = L\omega = 90(\Omega)$

+ Gianr đồ véc tơ:

Từ giản đồ véc tơ ta có:

$$+ \quad \tan \varphi_1 = \frac{U_L}{U_r} = \frac{Z_L}{r} = 1 \Rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{4}.$$

$$+ \quad \frac{U_{MN}}{\sin \alpha} = \frac{U_C}{\sin(\varphi_1 + \varphi)} \Rightarrow U_C = \frac{U_{MN} \cdot \sin(\varphi_1 + \varphi)}{\sin \alpha}$$



$$\text{Mà } \alpha = \frac{\pi}{2} - \varphi_1 = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow U_C = \frac{U_{MN} \sin(\varphi_1 + \varphi)}{\sin \frac{\pi}{4}} = \sqrt{2} U_{MN} \sin(\varphi_1 + \varphi)$$

Nhận xét: U_C cực đại khi $\sin(\varphi_1 + \varphi) = 1 \Rightarrow \varphi_1 + \varphi = \frac{\pi}{2} = 1$

Theo bài ra: Hiệu điện thế trên các vôn kế lệch pha nhau $\frac{\pi}{2} \Leftrightarrow (U_{BM}, U_{MN}) = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow$ Điều phải

chứng minh

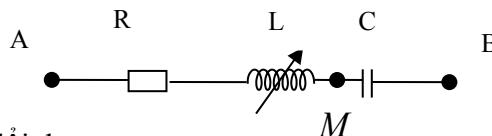
Bài toán 4:

Cho mạch điện như hình vẽ:

$$u_{AB} = 200\sqrt{2} \cos 100\pi t (V).$$

$$R = 100(\Omega); C = \frac{10^{-4}}{2\pi} (F)$$

Cuộn dây thuần cảm và có độ tự cảm L thay đổi được.



Tìm L để U_{AM} đạt giá trị cực đại. Tìm giá trị cực đại đó.

BÀI GIẢI

Dung kháng:

$$Z_C = \frac{1}{\omega C} = 200(\Omega)$$

Tổng trở : $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$; $Z_{AM} = \sqrt{R^2 + Z_L^2}$

Ta có : $U_{AM} = I \cdot Z_{AM} = \frac{U}{Z} \cdot Z_{AM} \Leftrightarrow U_{AM} = \frac{U}{\sqrt{\frac{R^2 + Z_L^2 - 2Z_C Z_L + Z_C^2}{R^2 + Z_L^2}}} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{Z_C^2 - 2Z_C Z_L}{R^2 + Z_L^2}}}$

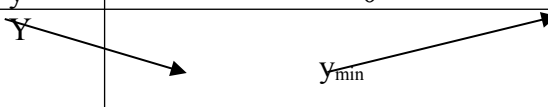
Đặt $y = 1 + \frac{Z_C^2 - 2Z_C Z_L}{R^2 + Z_L^2}$

Nhận xét: U_{AM} cực đại $\Leftrightarrow y = y_{\min}$

$y' = \frac{2Z_C(Z_L^2 - Z_C Z_L - R^2)}{(R^2 + Z_L^2)^2}$. $y' = 0 \Leftrightarrow Z_L^2 - Z_C Z_L - R^2 = 0 \Leftrightarrow Z_L = \frac{Z_C + \sqrt{Z_C^2 + 4R^2}}{2} = 241(\Omega)$ hoặc

$Z_L = \frac{Z_C - \sqrt{Z_C^2 + 4R^2}}{2} < 0$ (loại).

Bảng biến thiên:

Z_L	0	241	$+\infty$
y'	-	0	+
y			

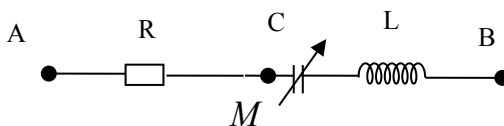
Vậy, khi $Z_L = 241(\Omega) \Rightarrow L = 0,767(H)$ thì $y_{\min} \Rightarrow U_{AM}$ cực đại.

$U_{AM \max} = \frac{U(\sqrt{4R^2 + Z_C^2} + Z_C)}{2R} = 482(\Omega).$

Bài toán 5:

Cho mạch điện như hình vẽ:

$u_{AB} = U\sqrt{2} \cos \omega t$



R không đổi, cuộn dây thuần cảm có L không đổi. Tụ C có điện dung thay đổi. Tìm C để U_{AM} cực đại? Tính giá trị cực đại đó?

BÀI GIẢI

$U_{AM} = I \cdot Z_{AM} = \frac{U \cdot Z_{AM}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \Leftrightarrow U_{AM} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{Z_L^2 - 2Z_L Z_C}{R^2 + Z_C^2}}} = \frac{U}{\sqrt{y}}$

U_{AM} cực đại khi $y = y_{\min}$.

Tương tự như **bài toán 1**, ta tìm được : Khi $Z_C = \frac{\sqrt{4R^2 + Z_L^2} + Z_L}{2}$ thì $y_{\min}$ và U_{AM} cực đại.

$$U_{AM \max} = \frac{U(\sqrt{4R^2 + Z_L^2} + Z_L)}{2R} \quad \text{khi} \quad C = \frac{2}{\omega(\sqrt{4R^2 + Z_L^2} + Z_L)}$$