**ĐỀ HỌC SINH GIỎI TOÁN BÌNH ĐỊNH 2023-2024**

**Bài 1:** (5,0 điểm).

1. Giải hệ phương trình: .

2. Giải phương trình: .

**Bài 2:** (5,0 điểm).

1) Cho các số thực  thỏa mãn 

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức .

2) Cho đa thức . Biết : .

Tính giá trị biểu thức 

**Bài 3:** (5,0 điểm).

Cho tam giác nhọn  nội tiếp đường tròn  và một điểm  bất kì nằm trong tam giác  khác  ). Đường thẳng  cắt đường tròn  tại điểm thứ hai là , dựng các đường kính  của đường tròn . Gọi  lần lượt là các giao điểm thứ hai của đường thẳng  với đường tròn  là giao điểm của  và . Gọi  là hình chiếu vuông góc của  trên , đường thẳng  cắt  tại .

1. Chứng minh HO là phân giác của góc .

2. Chứng minh .

**Bài 4** (3,0 điểm).

Cho tam giác  có các đường phân giác trong  cắt nhau tại . Chứng minh rằng .

**Bài 5:** (2,0 điểm)

Cho đa giác đều có  đỉnh . Có bao nhiêu tam giác có đỉnh là đỉnh của đa giác và có một góc lớn hơn .

**ĐÁP ÁN**

**Bài 1:** (5,0 điểm).

.

Với  (loại)



Vậy hệ có 2 nghiệm .

2) .

Vì  với 

 ĐK 

Ta có:



Vì  không là nghiệm nên chia cả 2 vế cho  ta được:



Đặt  phương trình trở thành



Vói 

loại vì 

  loại vì 

Với 

Vậy phương trình có nghiệm 

**Bài 2:** (5,0 điểm)

1) Ta có :



Đặt 

Khi đó 

.

Vì 

 Dấu "  " có khi 

Vậy GTNN của  khi .

2) Ta có:



Lấy (3) + (1) - (2) ta được 



Vậy .

Câu 3.(5,0 điểm)



1) Ta có :  ( góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)



Tương tự ta có :  mà 

 năm điểm .. cùng nằm trên đường tròn đường kính

 vì tứ giác HIPG nội tiếp



Suy ra tứ giác IHDO nội tiếp

.

hay  là phân giác của .

2) Ta có 

Do 

Mà vuông tại I nên 



Hay 

suy ra  là tứ giác nội tiếp (\*)

Mặt khác 



.

Ta chứng minh được 

Từ (1) và (2) suy ra PM.PH = PA.PD

hay tứ giác HIMD nội tiếp(\*\*)

Từ  và  suy ra năm điểm  thuộc một đường tròn

Suy ra tứ giác HKDM nội tiếp



Hay 

**Bài 4:** (3,0 điểm).



Ta có 



Đặt 

.

Ta có : 

Tương tự : 

.

Dấu "=" xảy ra  (vô lý )



**Bài 5:** (2,0 điểm)

Giả sử đa giác 

Nối tiếp (O). Ta thấy các đỉnh tạo ra các cung  có số đo 

Có  đỉnh chứa góc  tại đó

Gọi tam giác  là tam giác thỏa mãn yêu cầu với 

Gia sử:  chắc  cung có số đo  và  chắc  cùng có số đo  (x  là các số tự nhiên khác 0)



Khi đó tồn tại 

Để  (1)

Khi đó cặp số (  ) thỏa mãn (1) là số tam giác  thỏa mãn

Ta có  tồn tại  số 

 tồn tại  số 

 tồn tại  số 

........

 tồn tại có 1 số 

Khi đó tổng bộ  là .

Vậy tổng số tam giác là  với .