

Bài 28. Khoảng cách, thể tích trong không gian
 Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

PHẦN D. CÂU HỎI ĐÚNG-SAI

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là vuông cạnh a . Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Vẽ đường cao AH của tam giác SAB . Vẽ đường cao AK của tam giác SAD . Khi đó:

*a) $BC \perp AH$

*b) Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng: $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

c) Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) bằng: $\frac{a\sqrt{2}}{7}$

d) Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (AHK) bằng: $\frac{a\sqrt{5}}{5}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

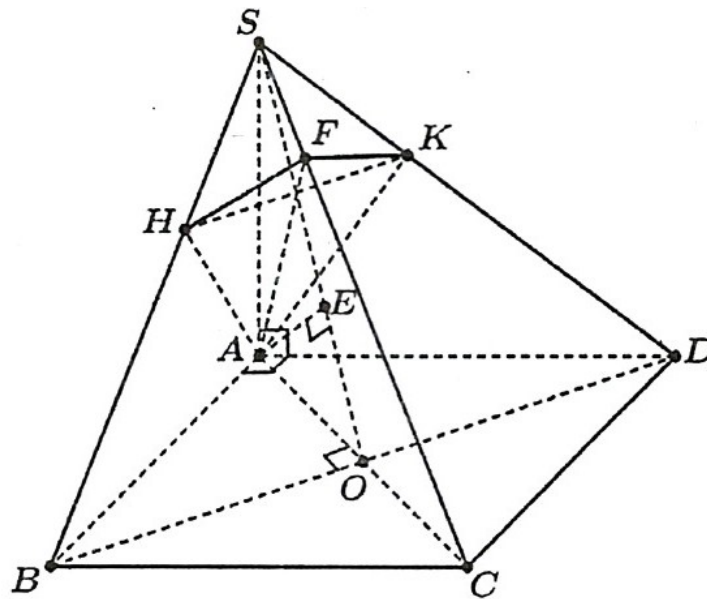
Ta có: $\begin{cases} BC \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABCD)) \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$

mà $SB \perp AH$ nên $AH \perp (SBC)$ hay $d(A, (SBC)) = AH$

Tam giác SAB vuông tại A có đường cao AH nên

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{SA^2} \Rightarrow AH = \frac{AB \cdot SA}{\sqrt{AB^2 + SA^2}} = \frac{a \cdot a\sqrt{3}}{\sqrt{a^2 + 3a^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Vậy $d(A, (SBC)) = AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ thì $AO \perp BD$, ta lại có $SA \perp BD$ nên $BD \perp (SAC)$. (*)

Kẻ đường cao AE của $\triangle SAO$ thì $AE \perp BD$ (do (*)).

Vậy $AE \perp (SBD)$ hay $d(A, (SBD)) = AE$.

Ta có: $AC = a\sqrt{2}$ (đường chéo hình vuông), suy ra $OA = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$$AE = \frac{SA \cdot AO}{\sqrt{SA^2 + AO^2}} = \frac{a\sqrt{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{3a^2 + \frac{2a^2}{4}}} = \frac{a\sqrt{21}}{7}$$

Tam giác SAO vuông tại A có:

Vậy $d(A, (SBD)) = AE = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Ta chứng minh được $AK \perp (SCD)$. Khi đó: $\begin{cases} SC \perp AH \\ SC \perp AK \end{cases} \Rightarrow SC \perp (AHK)$.

Gọi $F = SC \cap (AHK)$ thì $SC \perp AF$.

Khi đó: $d(C, (AHK)) = CF$.

Ta có: $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{3a^2 + 2a^2} = a\sqrt{5}$.

Tam giác SAC vuông tại A có đường cao AF nên:

$$CF \cdot CS = AC^2 \Rightarrow CF = \frac{AC^2}{CS} = \frac{2a^2}{a\sqrt{5}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$$

Vậy $d(C, (AHK)) = CF = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a\sqrt{2}$, $AC = a\sqrt{3}$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Khi đó:

*a) $AD \parallel (SBC)$

b) Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC) bằng: $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

*c) Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD, AB bằng: $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$

d) Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng: $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Ta có: $AD \parallel BC \Rightarrow AD \parallel (SBC) \Rightarrow d(D, (SBC)) = d(A, (SBC))$.

Trong mặt phẳng (SAB) , kẻ $AH \perp SB$ tại H . (1)

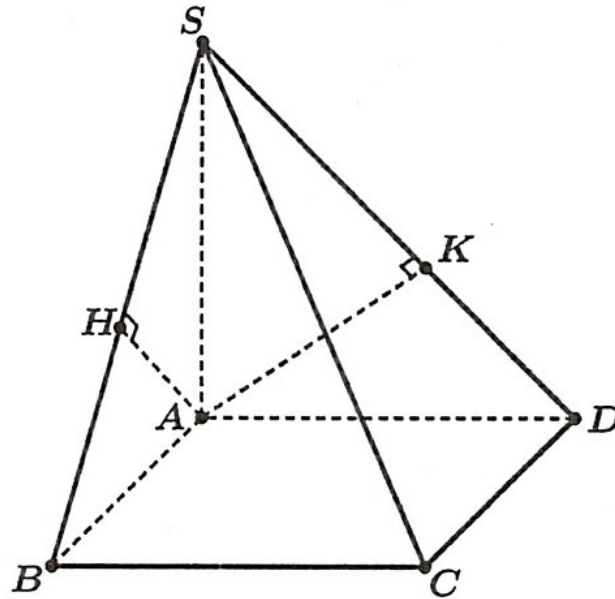
Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow AH \perp BC$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AH \perp (SBC)$ hay $d(A, (SBC)) = AH$.

Tam giác SAB vuông tại A có đường cao AH nên:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} \Rightarrow AH = \frac{SA \cdot AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{2a \cdot a\sqrt{2}}{\sqrt{4a^2 + 2a^2}} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$$

Vậy $d(D, (SBC)) = d(A, (SBC)) = AH = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.



b) Trong mặt phẳng (SAD) , kẻ $AK \perp SD$ tại K . (3)

Ta có: $\begin{cases} AB \perp SA \\ AB \perp AD \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAD) \Rightarrow AB \perp AK$. (4)

Từ (3) và (4) suy ra AK là đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau AB, SD .

Tam giác ACD vuông tại D nên $AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = \sqrt{3a^2 - 2a^2} = a$.

Tam giác SAD vuông tại A có đường cao AK nên

$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow AK = \frac{SA \cdot AD}{\sqrt{SA^2 + AD^2}} = \frac{2a \cdot a}{\sqrt{4a^2 + a^2}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

Vậy $d(AB, SD) = AK = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

c) Diện tích đáy hình chóp là: $S_{ABCD} = a \cdot a\sqrt{2} = a^2\sqrt{2}$.

Thể tích khối chóp cần tìm là:

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot a^2\sqrt{2} = \frac{2\sqrt{2}a^3}{3} \quad (\text{đơn vị thể tích}).$$

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt bên (SAB) vuông góc với mặt đáy và tam giác SAB đều cạnh $2a$. Biết tam giác ABC vuông tại C và cạnh $AC = a\sqrt{3}$. Khi đó:

*a) $SH \perp (ABC)$

*b) $d(S, (ABC)) = a\sqrt{3}$

c) $d(C, (SAB)) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

d) Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{a^3}{6}$

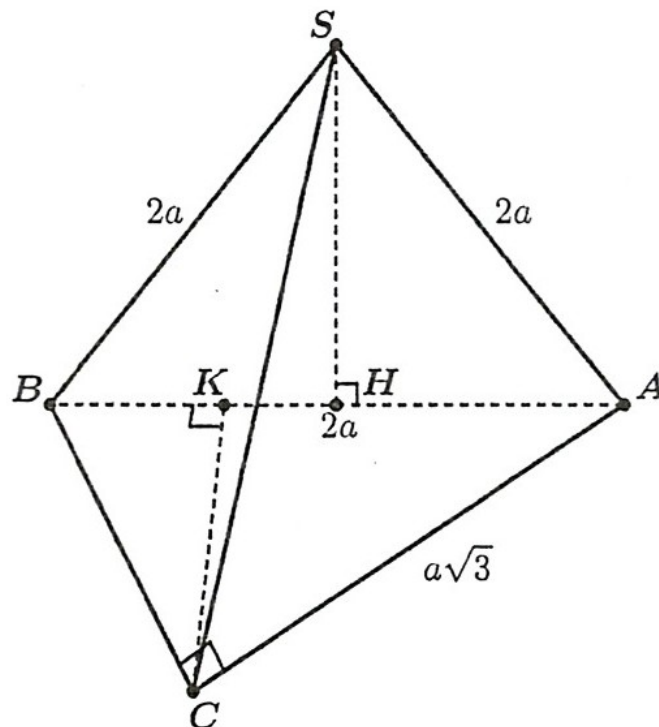
Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Gọi H là trung điểm AB , mà tam giác SAB đều nên $SH \perp AB$.

Ngoài ra $(SAB) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$.

Ta có:



Kẻ đường cao CK của tam giác ABC .

Ta có: $\begin{cases} CK \perp AB \\ CK \perp SH \end{cases} \Rightarrow CK \perp (SAB) \Rightarrow d(C, (SAB)) = CK$

Xét tam giác ABC vuông tại C có:

$$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{4a^2 - 3a^2} = a; CK = \frac{CA \cdot CB}{AB} = \frac{a\sqrt{3} \cdot a}{2a} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Vậy $d(C, (SAB)) = CK = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Vậy

Diện tích đáy hình chóp là: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} a\sqrt{3} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$

Diện tích đáy hình chóp là:

Thể tích khối chóp là: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{2}$

Thể tích khối chóp là:

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 2a$, $AD = a$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của AB và $\angle SCH = 45^\circ$. Khi đó:

***a)** $BC \perp (SAB)$

*b) $d(H, (SBC)) = \frac{a\sqrt{6}}{3}$

*c) Gọi K là trung điểm CD khi đó: $CD \perp (SHK)$

d) $d(H, (SCD)) = \frac{a\sqrt{6}}{2}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Kẻ đường cao HE trong tam giác SBH . (1)

Ta có:
$$\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SH \text{ (do } SH \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp HE \quad (2)$$

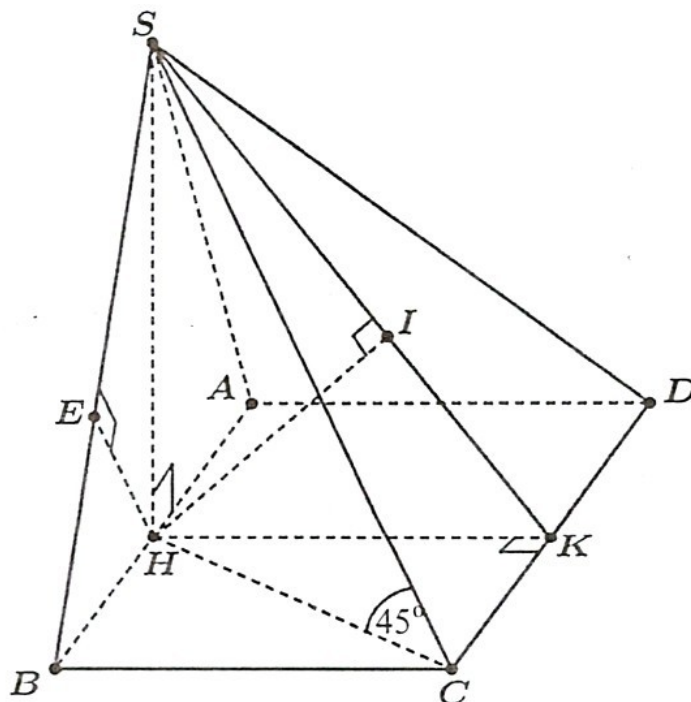
Từ (1) và (2) suy ra $HE \perp (SBC)$ hay $d(H, (SBC)) = HE$.

Tam giác BCH vuông tại B có:

$$\begin{aligned} CH &= \sqrt{BC^2 + BH^2} \\ &= \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}. \end{aligned}$$

Tam giác SCH vuông tại H có:

$$\tan \angle SCH = \frac{SH}{CH} \Rightarrow SH = a\sqrt{2}.$$



Tam giác SBH vuông tại H có đường cao HE nên

$$\begin{aligned} \frac{1}{HE^2} &= \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{BH^2} \\ \Rightarrow HE &= \frac{SH \cdot BH}{\sqrt{SH^2 + BH^2}} \\ &= \frac{a\sqrt{2} \cdot a}{\sqrt{2a^2 + a^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}. \end{aligned}$$

Vậy $d(H, (SBC)) = HE = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

b) Gọi K là trung điểm CD thì HK là đường trung bình của hình chữ nhật $ABCD$ nên $HK \parallel BC \parallel AD \Rightarrow HK \perp CD$.

Ta có:
$$\begin{cases} CD \perp HK \\ CD \perp SH \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SHK)$$

Kẻ đường cao HI của tam giác SHK .

Ta có:
$$\begin{cases} HI \perp SK \\ HI \perp CD \text{ (do } CD \perp (SHK), HI \subset (SHK)) \end{cases} \Rightarrow HI \perp (SCD)$$

Tam giác SHK vuông tại H có đường cao HI nên

$$\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HK^2} \Rightarrow HI = \frac{SH \cdot HK}{\sqrt{SH^2 + HK^2}} = \frac{a\sqrt{2} \cdot a}{\sqrt{2a^2 + a^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Vậy $d(H, (SCD)) = HI = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 5. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = b, AA' = c$. Khi đó:

*a) $AB \perp (ADD'A')$

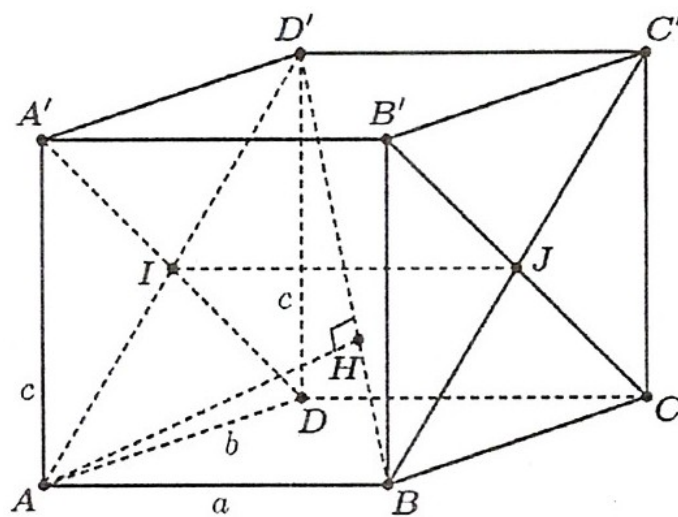
b) Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng BD' bằng: $\frac{\sqrt{b^2 + c^2}}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$

*c) Gọi I, J theo thứ tự là tâm của các hình chữ nhật $ADD'A', BCC'B'$. Khi đó IJ là đường vuông góc chung của hai đường thẳng AD' và BC' .

d) Khoảng cách hai đường thẳng AD' và BC' bằng $2a$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------



Kẻ đường cao AH trong tam giác ABD' , suy ra $d(A, BD') = AH$.

Vì $ABCD \cdot A'B'C'$ là hình hộp chữ nhật nên $AB \perp (ADD'A')$,

suy ra $AB \perp AD'$ hay tam giác ABD' vuông tại A .

Tam giác ADD' vuông tại D có: $AD' = \sqrt{AD^2 + DD'^2} = \sqrt{b^2 + c^2}$.

Tam giác ABD' vuông tại A có đường cao AH nên

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD'^2} \Rightarrow AH = \frac{AB \cdot AD'}{\sqrt{AB^2 + AD'^2}} = \frac{a\sqrt{b^2 + c^2}}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

Vậy $d(A, BD') = \frac{a\sqrt{b^2 + c^2}}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$.

Vì $ABCD \cdot A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật nên $\begin{cases} AB \parallel C'D' \\ AB = C'D' \end{cases}$

$\Rightarrow ABC'D'$ là hình bình hành.

Dễ thấy I, J lần lượt là trung điểm của AD' và BC' suy ra IJ là đường trung bình của hình bình hành $ABC'D' \Rightarrow IJ \parallel AB$, mà $AB \perp AD'$ nên $IJ \perp AD'$. (1)

Ta có: $AB \perp (BCC'B') \Rightarrow AB \perp B'C \Rightarrow IJ \perp B'C$. (2)

Mặt khác IJ cắt cả hai đường thẳng $AD', B'C$. (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra IJ là đường vuông góc chung của hai đường thẳng AD' và $B'C$. Ta có $IJ = AB = a$.

Câu 6. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , gọi O là tâm của đáy và $SO = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Khi đó:

a) $AO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

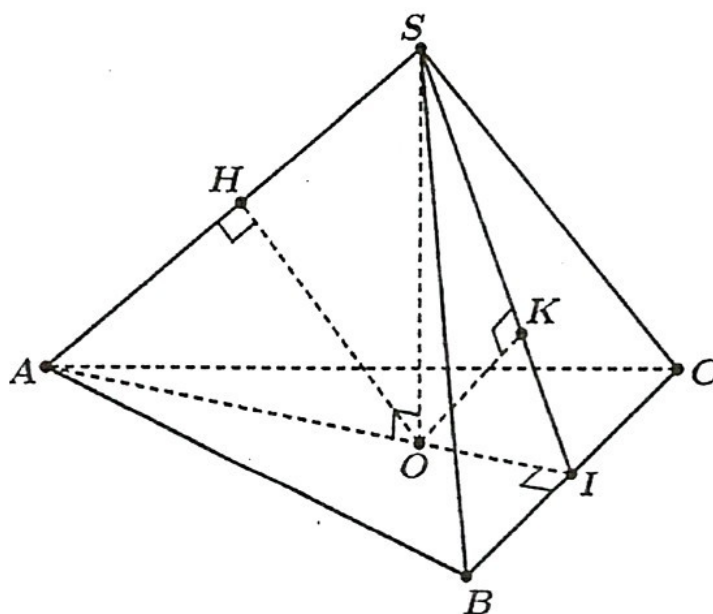
*b) $d(O, SA) = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

*c) Kẻ đường cao AI của tam giác ABC , khi đó: $OI = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

d) $d(O, (SBC)) = \frac{a\sqrt{15}}{12}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------



Kẻ đường cao AI của tam giác ABC , ta có O thuộc AI .

Trong mặt phẳng (SAI) , dựng $OH \perp SA$ tại $H \Rightarrow d(O, SA) = OH$.

Tam giác ABC đều cạnh a nên $AO = \frac{2}{3}AI = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3} = SO$.

Tam giác SAO vuông cân tại O nên $OH = \frac{SA}{2} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

$$\text{Vậy } d(O, SA) = OH = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

Ta xét khoảng cách từ O đến mặt bên (SBC) .

Kẻ đường cao OK của tam giác SOI . (1)

$$\text{Ta có: } \begin{cases} BC \perp SO (\text{do } SO \perp (ABC)) \\ BC \perp AI \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAI) \Rightarrow BC \perp OK \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $OK \perp (SBC)$ hay $OK = d(O, (SBC))$.

$$\text{Ta có: } OI = \frac{AI}{3} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$

Tam giác SOI vuông tại O có đường cao OK nên

$$\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OI^2} \Rightarrow OK = \frac{SO \cdot OI}{\sqrt{SO^2 + OI^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{6}}{\sqrt{\frac{3a^2}{9} + \frac{3a^2}{36}}} = \frac{a\sqrt{15}}{15}$$

$$\text{Vậy } d(O, (SBC)) = OK = \frac{a\sqrt{15}}{15}.$$

Câu 7. Cho lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có $AC = a, BC = 2a, \angle ACB = 120^\circ$. Gọi M là trung điểm của BB' . Khi đó:

$$\text{*a) } d(CC', (ABB'A')) = \frac{a\sqrt{21}}{7}$$

$$\text{b) } d(CC', AM) = \frac{a\sqrt{21}}{12}$$

$$\text{*c) } AA' \perp (ABC), AA' \perp (A'B'C')$$

$$\text{*d) } \text{Biết khoảng cách giữa hai mặt đáy lăng trụ bằng } 2a. \text{ Khi đó thể tích khối lăng trụ là: } a^3\sqrt{3}.$$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

$$\text{Ta có: } CC' \parallel BB' \Rightarrow CC' \parallel (ABB'A') \text{ nên } d(CC', (ABB'A')) = d(C, (ABB'A'))$$

Trong mặt phẳng (ABC) , kẻ $CH \perp AB$ tại H . (1)

Vì $ABC \cdot A'B'C'$ là hình lăng trụ đứng nên $AA' \perp (ABC) \Rightarrow CH \perp AA'$. (2)

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } CH \perp (ABB'A') \Rightarrow d(C, (ABB'A')) = CH$$

$$\text{Xét tam giác } ABC, \text{ có } AB^2 = CA^2 + CB^2 - 2CA \cdot CB \cdot \cos 120^\circ = 7a^2 \Rightarrow AB = a\sqrt{7}$$



Vậy $d(CC', (ABB'A')) = CH = \frac{a\sqrt{21}}{7}$

$$d(CC', AM) = d(CC', (ABB'A')) = \frac{a\sqrt{21}}{7}$$

Do vậy $d((ABC), (A'B'C')) = AA' = 2a$

$$S = S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} CA \cdot CB \cdot \sin 120^\circ = \frac{1}{2} a \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}.$$

Thể tích khối lăng trụ là:

a) $d(A, (SBC)) = \frac{\sqrt{3}}{3} a$

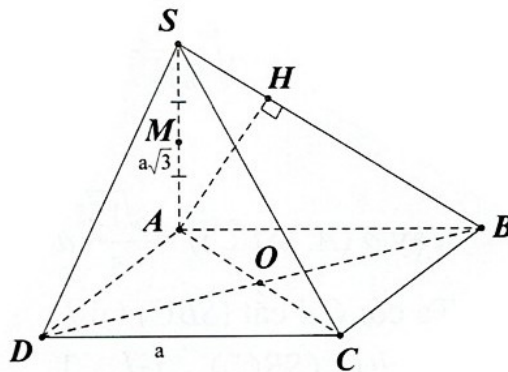
*c) $d(D, (SBC)) = \frac{\sqrt{3}}{2}a$

*d) Gọi M là trung điểm SA . Khi đó:

$$d(M, (SBC)) = \frac{\sqrt{3}}{4}a$$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------



Kẻ $AH \perp SB$ tại H

Ta có: $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$

Ta lại có: $AH \perp SB \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH$

$$AH = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{(\sqrt{3}a)^2} + \frac{1}{a^2}}} = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

Ta có:

$$d(A, (SBC)) = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

Vậy

Ta có: $AD \parallel (SBC) \Rightarrow d(D, (SBC)) = \frac{\sqrt{3}}{2}a$

Ta có: MA cắt (SBC) tại S

$$\Rightarrow \frac{d(M, (SBC))}{d(A, (SBC))} = \frac{MS}{AS} = \frac{1}{2} \Rightarrow d(M, (SBC)) = \frac{1}{2}d(A, (SBC)) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{4}a.$$

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B có $AB=1, \angle ACB=30^\circ$. Biết SA vuông góc với mặt đáy và $SA=2$. Gọi H là hình chiếu của A trên SB . Khi đó:

*a) $d(A, SB) = AH$

b) $d(B, (SAC)) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

*c) $BC = \sqrt{3}$

d) Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng: $\frac{\sqrt{3}}{6}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Vì $AH \perp SB$ nên $d(A, SB) = AH$.

Tam giác SAB vuông tại A , đường cao AH nên $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2}$

$$\Rightarrow AH = \frac{SA \cdot AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{2 \cdot 1}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

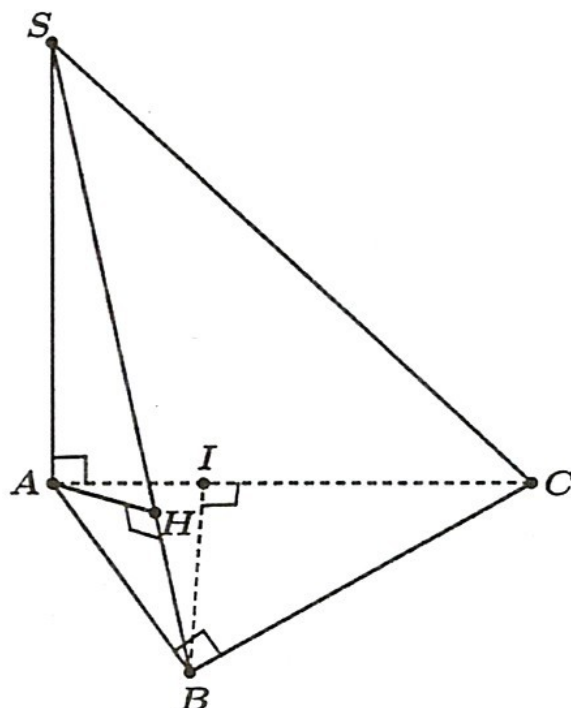
Trong mặt phẳng (ABC) , kẻ $BI \perp AC$ tại I .

Mặt khác $BI \perp SA$ (do $SA \perp (ABC)$, $BI \subset (ABC)$).

Vì vậy $BI \perp (SAC)$ hay $d(B, (SAC)) = BI$.

Tam giác ABI vuông tại I có: $\sin \angle BAC = \frac{BI}{AB} \Rightarrow BI = AB \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $d(B, (SAC)) = BI = \frac{\sqrt{3}}{2}$.



Tam giác ABC vuông tại B có: $\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC} \Rightarrow BC = \frac{AB}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}$.

Diện tích đáy hình chóp là: $S = S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Chiều cao hình chóp $h = SA = 2$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} Sh = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 = \frac{\sqrt{3}}{3}$ (đơn vị thể tích).

Câu 10. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC \cdot A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Khi đó:

*a) Trong mặt phẳng $(A'B'C')$, kẻ $A'H \perp B'C'$ tại H . Khi đó: $B'C' \perp (AA'H)$

*b) $d((ABC), (A'B'C')) = a$.

c) Diện tích đáy của lăng trụ là: $a^2\sqrt{3}$

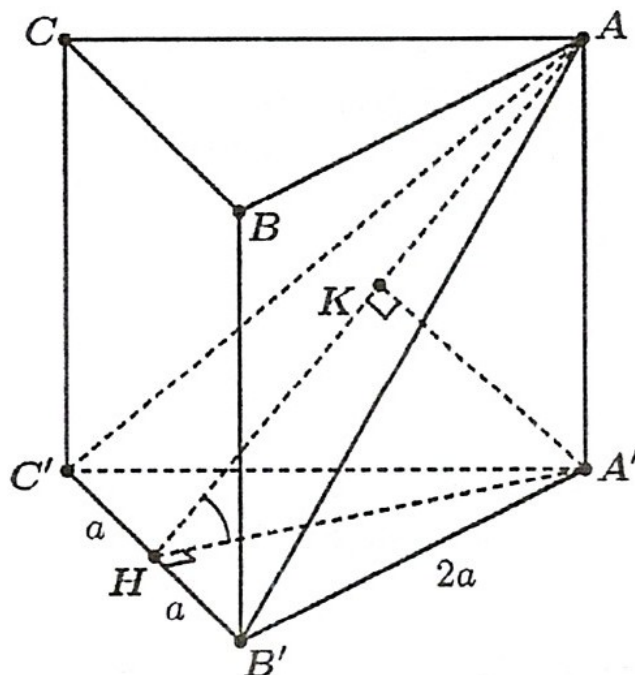
*d) Thể tích khối lăng trụ là: $a^3\sqrt{3}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

Trong mặt phẳng $(A'B'C')$, kẻ $A'H \perp B'C'$ tại H .

Trong mặt phẳng $(AA'H)$, kẻ $A'K \perp AH$ tại K . (1)



Ta có: $\begin{cases} B'C' \perp A'H \\ B'C' \perp AA' (\text{do } AA' \perp (A'B'C')) \end{cases} \Rightarrow B'C' \perp (AA'H) \Rightarrow A'K \perp B'C' (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $A'K \perp (A'B'C')$ hay $d(A, (A'B'C')) = A'K = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác $A'B'C'$ đều có đường cao $A'H = \frac{2a \cdot \sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Tam giác $AA'H$ vuông tại A' có đường cao $A'K$ nên

$$\frac{1}{A'K^2} = \frac{1}{A'H^2} + \frac{1}{AA'^2} \Rightarrow \frac{1}{\frac{3a^2}{4}} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{AA'^2} \Rightarrow AA' = a.$$

Hai mặt đáy lăng trụ song song với nhau và có khoảng cách là: $d((ABC), (A'B'C')) = AA' = a$.

Diện tích đáy của lăng trụ (đáy là tam giác đều) là: $S_{\Delta A'B'C'} = \frac{(2a)^2 \sqrt{3}}{4} = a^2 \sqrt{3}$

Thể tích khối lăng trụ là: $V = AA' \cdot S_{\Delta A'B'C'} = a \cdot a^2 \sqrt{3} = a^3 \sqrt{3}$ (đơn vị thể tích).

---HẾT---