# CHUYÊN ĐỀ 34.1. SỰ ĐỒNG QUY CỦA BA ĐƯỜNG TRUNG TUYẾN, PHẦN I. TÓM TẮT LÍ THUYẾT.

1. **Đường trung tuyến của một tam giác**

**A**

* Đoạn thẳng *AM* nối đỉnh *A* của

**B M C**

*ABC* với trung điểm *M* của cạnh *BC* gọi là đường trung

tuyến (xuất phát từ đỉnh *A* hoặc ứng với cạnh *BC* ) của *ABC* .

* Đường thẳng *AM* cũng gọi là đường trung tuyến của
* Mỗi tam giác có ba đường trung tuyến.

# Tính chất đồng quy của ba đường trung tuyến

*ABC* .

Ba đường trung tuyến của một tam giác cùng đi qua một điểm (hay đồng quy tại một điểm). Điểm gặp nhau của ba đường trung tuyến gọi là trọng tâm của tam giác đó.



# Vị trí của trọng tâm:

Trọng tâm của một tam giác cách mỗi đỉnh một khoảng bằng 2

3

độ dài đường trung tuyến đi

qua đỉnh ấy:

*AG*  *BG*  *CG*  2

*AD BE CF* 3

# PHẦN II. CÁC DẠNG BÀI.

**Dạng 1. Sử dụng tính chất trọng tâm của tam giác**

1. **Phương pháp giải:**

Sử dụng linh hoạt các tỉ số liên quan đến trọng tâm tam giác.

1. **Bài toán.**

**Bài 1.** Chọn câu sai:

1. Trong một tam giác có ba đường trung tuyến.
2. Các đường trung tuyến của tam giác cắt tại một điểm.
3. Giao của ba đường trung tuyến của một tam giác gọi là trọng tâm của tam giác đó.
4. Một tam giác có hai trọng tâm.

# Lời giải

**Bài 2.** Điền số thích hợp vào chỗ trống: “Trọng tâm của một tam giác cách mỗi đỉnh một khoảng bằng … độ dài đường trung tuyến đi qua đỉnh ấy”

1. 2 . 3

# Lời giải

1. 3 . 2

C. 3. D. 2.



**Bài 3.** Cho hình vẽ sau. Tính tỉ số *BG* ?

*BE*

***A***

***B D C***

***F***

***E***

***G***

# Lời giải

**Bài 4.** Cho hình vẽ sau.Tình tỉ số *AG*

?

*GD*

***A***

***F***

***E***

***G***

# Lời giải

***B D C***

**Bài 5.** Tam giác *ABC* có trung tuyến

# Lời giải

*AM*  9cm

và trọng tâm *G* . Tính độ dài đoạn *AG* ?

**Bài 6.** Cho

*ABC*, *BC*

 *a*, *CA*

 *b*, *AB*

 *c*.

Kẻ trung tuyến

*AM* . Đặt *AM*

 *ma* .

Chứng minh rằng

*b*  *c*  *a*  *m*

 *b*  *c*

2 *a* 2

# Lời giải





**Bài 7.** Cho

*ABC* có hai đường trung tuyến

*BD*, *CE*

1. Tính các tỉ số

*BG* , *CG BD CE*

1. Chứng minh . *BD*

# Lời giải

* *CE*
* 3 *BC* .

2

**Bài 8.** Cho

*ABC* có

*BC* 

8 *cm* , các đường trung tuyến

*BD*, *CE* cắt nhau tại *G* . Chứng

minh *BD*

* *CE*
* 12 *cm* .

# Lời giải



**Bài 9.** Cho tam giác *ABC* có hai đường trung tuyến *BP*, *CQ* cắt nhau tại *G* . Trên tia đối của

tia . *PB* . lấy điểm *E* sao cho *PE*  *PG* . Trên tia đối của tia *QG* lấy điểm *F* sao cho

*QF*  *QG* . Chứng minh:

1. *GB*

 *GE*, *GC*

 *GE* ; b) *EF*

 *BC* và

*EF* / /*BC* .

# Lời giải

**Bài 10.** Cho tam giác *ABC* có hai đường trung tuyến *AD*, *BE* cắt nhau tại *G* . Trên tia

đối của tia *DG* lấy điểm *M* sao cho *D* là trung điểm của đoạn thẳng

*EG* lấy điểm *N* sao cho *E* là trung điểm *GN* . Chứng minh:

*MG*. Trên tia đối của tia

1. *GN*

 *GB*, *GM*

 *GA*;

1. *AN*

 *MB* và *AN*

/ / *MB* .

# Lời giải



**Dạng 2. Chứng minh một điểm là trọng tâm của tam giác**

1. **Phương pháp giải:**

Để chứng minh một điểm là trọng tâm của tam giác, ta có thể dùng một trong hai cách sau:

+ Chứng minh điểm đó là giao điểm của hai đường trung tuyến trong tam giác.

+ Chứng minh điểm đó thuộc mộtđường trung tuyến của tam giác và thỏa mãn một trong các tỉ lệ về tính chất trọng tâmcủa tam giác.

1. **Bài toán.**

**Bài 1.** Cho hai đường thẳng

*xx* ' *và yy* ' cắt nhau tại *O*. Trên tia *Ox* lấy hai điểm

*A*, *B* sao cho

*A* nằm giữa *O và B*, *AB*  2*OA*. Trên *yy* ' lấy hai điểm *L và M* sao cho *O* là trung điểm của

*LM* . Nối *B* với

*L*, *B* với *M* và gọi *P* là trung điểm của đoạn

*MB*, *Q* là trung điểm của đoạn

*LB* . Chứng minh rằng các đoạn thẳng *LP và MQ* đi qua *A* .

# Lời giải

**Bài 2.** Cho

*ABC*

với đường trung tuyến *AD* . Trên tia *AD* lấy điểm *E* sao cho *AD*

 *DE* ,

trên tia *BC* lấy điểm *M* sao cho *BC*

# Lời giải

 *CM* . Chứng minh *C* là trọng tâm của  *AEM* .

**Bài 3.** Cho

*ABC* . Trên đường trung tuyến *AM* của tam giác đó, lấy hai điểm

*D*, *E* sao cho

*AD*  *DE*

 *EM* . Chứng minh *E* là trọng tâm của

*ABC* .

# Lời giải

**Bài 4.** Cho

*ABC* . Vẽ trung tuyến *BM* . Trên tia BM lấy hai điểm

*G*, *K* sao cho

*BG*  2 *BM*

3

và *G* là trung điểm của *BK* . Gọi *E* là trung điểm *CK*; *GE* cắt *AC* tại *I* . Chứng minh: *I* là

trọng tâm của

# Lời giải

*KGC* .

# Dạng 3. Vấn đề đường trung tuyến trong tam giác vuông, tam giác cân, tam giác đều

1. **Phương pháp giải:**

Chú ý những tính chất của tam giác vuông, tam giác cân, tam giác đều.

1. **Bài toán.**

**Bài 1.** Cho tam giác *ABC* cân tại *A* ***,*** trung tuyến *AM* ***.*** Chứng minh rằng *AM* vuông góc với

*BC* ***.***

# Lời giải

**Bài 2.** Cho

*ABC*

có các đường trung tuyến *BD và CE* bằng nhau. Chứng minh rằng

*ABC* là

tam giác cân.

# Lời giải



**Bài 3.** Cho tam giác

*ABC*,

đường trung tuyến Gọi *K* là trung điểm của

*BM* . Trên tia đối của

tia lấy *KA* điểm *E* sao cho *KE*  *KA*.

1. Điểm *M* là trọng tâm của tam giác nào? Vì sao?
2. Gọi *F* là trung điểm của *CE*. Chứng minh rằng ba điểm

# Lời giải

*A*, *M* , *F* thẳng hàng.

**Bài 4.** Cho

*ABC*

vuông tại *A* , trung tuyến *AM* . Trên tia đối của tia *MA* lấy điểm *D* sao cho

*MD*  *MA* .

1. Tính *ABD*
2. Chứng minh

*ABD*

 *BAC* .

1. Chứng minh *AM*

# Lời giải

 1 *BC*

2

# Phần III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Dạng 1. Sử dụng tính chất trọng tâm của tam giác**

**Bài 1.** Cho hình 1. Điền số thích hợp vào chỗ trống :

*GD*  ...*BD*; *AG*  ...*GE*; ***C***

*GD*  ...*BG*; *AE*  ...*AG*;

***D***

***E***

***G***

*AE*  ...*GE*.

***A***

***B***

Hình 1

**Bài 2.** Cho tam giác *ABC* , các đường trung tuyến *BD* và *CE* cắt nhau ở *G* . Cho biết *BD*  *CE* . Hãy so sánh *GBC* và *GCB* .

# Dạng 2. Chứng minh một điểm là trọng tâm của tam giác

**Bài 1.** Cho tam giác *ABC* , đường trung tuyến *AM* . Gọi *I* là trung điểm *BM* . Trên tia đối của tia *IA* lấy điểm *E* sao cho *IE*  *IA* .

1. Điểm *M* là trọng tâm của tam giác nào?
2. Gọi *F* là trung điểm của *CE* . Chứng minh rằng ba điểm *A*, *M* , *F* thẳng hàng.

**Bài 2.** Cho

*ABC* , *M* là trung điểm *AC* . Trên đoạn *BM* lấy điểm *K* sao cho *KM*

 1 *KB* .

2

Điểm *H* thuộc tia đối của tia *MK* sao cho *BH*  2*BK* . Gọi *I* là điểm thuộc cạnh *AC* và

*IC*  1 *CA* . Đường *KI* cắt *HC* ở *E* .

3

1. Chứng minh *I* là trọng tâm của *HKC* và *E* là trung điểm của *HC* .
2. Tính các tỉ số

*IE* , *IC*

. Chứng minh ba điểm

*H* , *I* , *F* thẳng hàng ( *I* là trung điểm *KC* )

*IK MC*

**Bài 3.** Cho hai đoạn thẳng *AC* và *BD* cắt nhau tại trung điểm *O* của mỗi đoạn. Gọi

*M* , *N* lần

lượt là trung điểm của minh:

*BC*, *CD* . Đoạn thẳng

*AM* , *AN* cắt *BD* lần lượt tại *I* và *K* . Chứng

1. *I* là trọng tâm của

*ABC*

và *K* là trọng tâm của  *ADC* ;

1. *BI*

 *IK*

 *KD* .

**Bài 4.** Cho tam giác *ABC* , đường trung tuyến *BD* . Trên tia đối của tia *DB* lấy điểm *E* sao cho

*DE* 

*BD* . Gọi

*P*, *Q* lần lượt là điểm trên *BE* sao cho *BP*

 *PQ*

 *QE* . Chứng minh:

1. *CP*, *CQ* cắt

*AB*, *AE* tại trung điểm của

*AB*, *AE* .

1. *CP* / / *AQ* và *CQ* / / *AP* .

# Dạng 3. Vấn đề đường trung tuyến trong tam giác vuông, tam giác cân, tam giác đều

**Bài 1.** Cho tam giác . *ABC* . cân tại A. Trên đường trung tuyến BD lấy điểm E sao cho

*DAE*  *ABD*.

Chứng minh rằng

*DAE*  *ECB*.

**Bài 2.** Cho tam giác *ABC* có các đường trung tuyến *BD* và *CE* bằng nhau. Chứng minh rằng :

*ABC* là tam giác cân.

**Bài 3.** Cho

*ABC*

có ba đường trung tuyến

*AM* , *BN*, *CP* cắt nhau tại *G* . Biết

*AM*  *BN*

 *CP* . Chứng mình

*ABC* đều.

**Bài 4.** Cho

*ABC*

có ba đường trung tuyến

*AM* , *BN*, *CP* cắt nhau tại G. Biết

*AG*  *BG*

 *CG* . Chứng minh

*ABC* đều.

# ĐÁP SỐ BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Dạng 1. Sử dụng tính chất trọng tâm của tam giác Bài 1.**

# Bài 2.

**Dạng 2 . Chứng minh một điểm là trọng tâm của tam giác**

# Bài 1.

**Bài 2.**

# Bài 3.

**Bài 4.**

# Dạng 3. Vấn đề đường trung tuyến trong tam giác vuông, tam giác cân, tam giác đều Bài 1.

**Bài 2.**

# Bài 3.

**Bài 4.**

# PHIẾU BÀI TẬP

**Dạng 1. Sử dụng tính chất trọng tâm của tam giác Bài 1.** Chọn câu sai:

1. Trong một tam giác có ba đường trung tuyến.
2. Các đường trung tuyến của tam giác cắt tại một điểm.
3. Giao của ba đường trung tuyến của một tam giác gọi là trọng tâm của tam giác đó.
4. Một tam giác có hai trọng tâm.

**Bài 2.** Điền số thích hợp vào chỗ trống: “Trọng tâm của một tam giác cách mỗi đỉnh một khoảng bằng … độ dài đường trung tuyến đi qua đỉnh ấy”

1. 2 . 3
2. 3 . 2

C. 3. D. 2.

**Bài 3.** Cho hình vẽ sau. Tính tỉ số *BG* ?

*BE*

***A***

***B D C***

***F***

***E***

***G***

**Bài 4.** Cho hình vẽ sau.Tình tỉ số *AG*

?

*GD*

***A***

***B***

***F***

***E***

***G***

**Bài 5.** Tam giác *ABC* có trung tuyến

***D***

*AM*  9cm

***C***

và trọng tâm *G* . Tính độ dài đoạn *AG* ?

**Bài 6.** Cho

*ABC*, *BC*

 *a*, *CA*

 *b*, *AB*

 *c*.

Kẻ trung tuyến

*AM*. Đặt *AM*

 *ma* .

Chứng minh rằng

*b*  *c*  *a*  *m*  *b*  *c*

2 *a* 2

**Bài 7.** Cho

*ABC* có hai đường trung tuyến

*BD*, *CE*

1. Tính các tỉ số

*BG* , *CG BD CE*

1. Chứng minh *BD*
* *CE*
* 3 *BC*

2

**Bài 8.** Cho

*ABC* có

*BC* 

8 *cm* , các đường trung tuyến

*BD*, *CE* cắt nhau tại *G* . Chứng

minh *BD*

* *CE*
* 12 *cm* .

**Bài 9.** Cho tam giác *ABC* có hai đường trung tuyến *BP*, *CQ* cắt nhau tại *G* . Trên tia đối của

tia *PB* lấy điểm *E* sao cho *PE*  *PG* . Trên tia đối của tia *QG* lấy điểm *F* sao cho

*QF*  *QG* . Chứng minh:

1. *GB*

 *GE*, *GC*

 *GE* ; b) *EF*

 *BC* và

*EF* / /*BC* .

**Bài 10.** Cho tam giác *ABC* có hai đường trung tuyến *AD*, *BE* cắt nhau tại *G* . Trên tia

đối của tia *DG* lấy điểm *M* sao cho *D* là trung điểm của đoạn thẳng

*EG* lấy điểm *N* sao cho *E* là trung điểm *GN* . Chứng minh:

*MG*. Trên tia đối của tia

1. *GN*

 *GB*, *GM*

 *GA*;

1. *AN*

 *MB* và *AN*

/ / *MB* .

**Bài 11.** Cho hình 1. Điền số thích hợp vào chỗ trống :

*GD*  ...*BD*; *AG*  ...*GE*; ***C***

*GD*  ...*BG*; *AE*  ...*AG*;

***D***

***E***

***G***

*AE*  ...*GE*.

***A***

***B***

Hình 1

**Bài 12.** Cho tam giác *ABC* , các đường trung tuyến *BD* và *CE* cắt nhau ở *G* . Cho biết

*BD*  *CE* . Hãy so sánh *GBC* và *GCB* .

# Dạng 2.Chứng minh một điểm là trọng tâm của tam giác

**Bài 1.** Cho hai đường thẳng

*xx* ' *và yy* ' cắt nhau tại *O*. Trên tia *Ox* lấy hai điểm

*A*, *B* sao cho

*A* nằm giữa *O và B*, *AB*  2*OA*. Trên *yy* ' lấy hai điểm *L và M* sao cho *O* là trung điểm của

*LM* . Nối *B* với

*L*, *B* với *M* và gọi *P* là trung điểm của đoạn

*MB*, *Q* là trung điểm của đoạn

*LB* . Chứng minh rằng các đoạn thẳng *LP và MQ* đi qua *A* .

**Bài 2.** Cho

*ABC*

với đường trung tuyến *AD* . Trên tia *AD* lấy điểm *E* sao cho *AD*

 *DE* ,

trên tia *BC* lấy điểm *M* sao cho *BC*  *CM* . Chứng minh *C* là trọng tâm của  *AEM* .

**Bài 3.** Cho

*ABC* . Trên đường trung tuyến *AM* của tam giác đó, lấy hai điểm

*D*, *E* sao cho

*AD*  *DE*

 *EM* . Chứng minh *E* là trọng tâm của

*ABC* .

**Bài 4.** Cho

*ABC* . Vẽ trung tuyến *BM* . Trên tia BM lấy hai điểm

*G*, *K* sao cho

*BG*  2 *BM*

3

và *G* là trung điểm của *BK* . Gọi *E* là trung điểm *CK*; *GE* cắt *AC* tại *I* . Chứng minh: *I* là

trọng tâm của *KGC* .

**Bài 5.** Cho tam giác *ABC* , đường trung tuyến *AM* . Gọi *I* là trung điểm *BM* . Trên tia đối của tia *IA* lấy điểm *E* sao cho *IE*  *IA* .

1. Điểm *M* là trọng tâm của tam giác nào?
2. Gọi *F* là trung điểm của *CE* . Chứng minh rằng ba điểm *A*, *M* , *F* thẳng hàng.

**Bài 6.** Cho

*ABC* , *M* là trung điểm *AC* . Trên đoạn *BM* lấy điểm *K* sao cho *KM*

 1 *KB* .

2

Điểm *H* thuộc tia đối của tia *MK* sao cho *BH*  2*BK* . Gọi *I* là điểm thuộc cạnh *AC* và

*IC*  1 *CA* . Đường *KI* cắt *HC* ở *E* .

3

1. Chứng minh *I* là trọng tâm của *HKC* và *E* là trung điểm của *HC* .
2. Tính các tỉ số

*IE* , *IC*

. Chứng minh ba điểm

*H* , *I* , *F* thẳng hàng ( *I* là trung điểm *KC* )

*IK MC*

**Bài 7.** Cho hai đoạn thẳng *AC* và *BD* cắt nhau tại trung điểm *O* của mỗi đoạn. Gọi *M* , *N* lần

lượt là trung điểm của minh:

*BC*, *CD* . Đoạn thẳng

*AM* , *AN* cắt *BD* lần lượt tại *I* và *K* . Chứng

1. *I* là trọng tâm của

*ABC*

và *K* là trọng tâm của  *ADC* ;

1. *BI*

 *IK*

 *KD* .

**Bài 8.** Cho tam giác *ABC* , đường trung tuyến *BD* . Trên tia đối của tia *DB* lấy điểm *E* sao cho

*DE* 

*BD* . Gọi

*P*, *Q* lần lượt là điểm trên *BE* sao cho *BP*

 *PQ*

 *QE* . Chứng minh:

1. *CP*, *CQ* cắt

*AB*, *AE* tại trung điểm của

*AB*, *AE* .

1. *CP* // *AQ* và *CQ* // *AP* .

**Dạng 3. Vấn đề đường trung tuyến trong tam giác vuông, tam giác cân, tam giác đều Bài 1.** Cho tam giác *ABC* cân tại *A* ***,*** trung tuyến *AM* ***.*** Chứng minh rằng *AM* vuông góc với

*BC* ***.***

**Bài 2.** Cho

*ABC*

có các đường trung tuyến *BD và CE* bằng nhau. Chứng minh rằng

*ABC* là

tam giác cân.

**Bài 3.** Cho tam giác

*ABC*,

đường trung tuyến

*AM*. Gọi *K* là trung điểm của

*BM* . Trên tia đối

của tia lấy *KA* điểm *E* sao cho *KE*  *KA*.

1. Điểm *M* là trọng tâm của tam giác nào? Vì sao?
2. Gọi *F* là trung điểm của *CE*. Chứng minh rằng ba điểm

*A*, *M* , *F* thẳng hàng.

**Bài 4.** Cho

*ABC*

vuông tại *A* , trung tuyến *AM* . Trên tia đối của tia *MA* lấy điểm *D* sao cho

*MD*  *MA* .

1. Tính *ABD*
2. Chứng minh

*ABD*

 *BAC* .

1. Chứng minh *AM*

 1 *BC*

2

**Bài 5.** Cho tam giác *ABC* cân tại A. Trên đường trung tuyến BD lấy điểm E sao cho

*DAE*  *ABD*.

Chứng minh rằng

*DAE*  *ECB*.

**Bài 6.** Cho tam giác *ABC* có các đường trung tuyến *BD* và *CE* bằng nhau. Chứng minh rằng :

*ABC* là tam giác cân.

**Bài 7.** Cho

*ABC*

có ba đường trung tuyến

*AM* , *BN*, *CP* cắt nhau tại *G* . Biết

*AM*  *BN*

 *CP* . Chứng mình

*ABC* đều.

**Bài 8.** Cho

*ABC*

có ba đường trung tuyến

*AM* , *BN*, *CP* cắt nhau tại G. Biết

*AG*  *BG*

 *CG* . Chứng minh

*ABC* đều.

# BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Dạng 1. Sử dụng tính chất trọng tâm của tam giác Bài 1.** Cho hình 1. Điền số thích hợp vào chỗ trống :

*GD*  ...*BD*; *AG*  ...*GE*; ***C***

*GD*  ...*BG*; *AE*  ...*AG*;

***D***

***E***

***G***

*AE*  ...*GE*.

***A***

***B***

Hình 1

**Bài 2.** Cho tam giác *ABC* , các đường trung tuyến *BD* và *CE* cắt nhau ở *G* . Cho biết *BD*  *CE*

. Hãy so sánh *GBC* và *GCB* .

# Dạng 2. Chứng minh một điểm là trọng tâm của tam giác

**Bài 1.** Cho tam giác *ABC* , đường trung tuyến *AM* . Gọi *I* là trung điểm *BM* . Trên tia đối của tia *IA* lấy điểm *E* sao cho *IE*  *IA* .

1. Điểm *M* là trọng tâm của tam giác nào?
2. Gọi *F* là trung điểm của *CE* . Chứng minh rằng ba điểm *A*, *M* , *F* thẳng hàng.

**Bài 2.** Cho

*ABC* , *M* là trung điểm *AC* . Trên đoạn *BM* lấy điểm *K* sao cho *KM*

 1 *KB* .

2

Điểm *H* thuộc tia đối của tia *MK* sao cho *BH*  2*BK* . Gọi *I* là điểm thuộc cạnh *AC* và

*IC*  1 *CA* . Đường *KI* cắt *HC* ở *E* .

3

1. Chứng minh *I* là trọng tâm của *HKC* và *E* là trung điểm của *HC* .
2. Tính các tỉ số

*IE* , *IC*

. Chứng minh ba điểm

*H* , *I* , *F* thẳng hàng ( *I* là trung điểm *KC* )

*IK MC*

**Bài 3.** Cho hai đoạn thẳng *AC* và *BD* cắt nhau tại trung điểm *O* của mỗi đoạn. Gọi

*M* , *N* lần

lượt là trung điểm của minh:

*BC*, *CD* . Đoạn thẳng

*AM* , *AN* cắt *BD* lần lượt tại *I* và *K* . Chứng

1. *I* là trọng tâm của

*ABC*

và *K* là trọng tâm của  *ADC* ;

1. *BI*

 *IK*

 *KD* .

**Bài 4.** Cho tam giác *ABC* , đường trung tuyến *BD* . Trên tia đối của tia *DB* lấy điểm *E* sao cho

*DE* 

*BD* . Gọi

*P*, *Q* lần lượt là điểm trên *BE* sao cho *BP*

 *PQ*

 *QE* . Chứng minh:

1. *CP*, *CQ* cắt

*AB*, *AE* tại trung điểm của

*AB*, *AE* .

1. *CP*//*AQ* và *CQ*//*AP* .

# Dạng 3. Vấn đề đường trung tuyến trong tam giác vuông, tam giác cân, tam giác đều

**Bài 1.** Cho tam giác . *ABC* . cân tại A. Trên đường trung tuyến BD lấy điểm E sao cho

*DAE*  *ABD*.

Chứng minh rằng

*DAE*  *ECB*.

**Bài 2.** Cho tam giác *ABC* có các đường trung tuyến *BD* và *CE* bằng nhau. Chứng minh rằng :

*ABC* là tam giác cân.

**Bài 3.** Cho

*ABC*

có ba đường trung tuyến

*AM* , *BN*, *CP* cắt nhau tại *G* . Biết

*AM*  *BN*

 *CP* . Chứng mình

*ABC* đều.

**Bài 4.** Cho

*ABC*

có ba đường trung tuyến

*AM* , *BN*, *CP* cắt nhau tại G. Biết

*AG*  *BG*

 *CG* . Chứng minh

*ABC* đều.

**CHUYÊN ĐỀ 34.2. BA ĐƯỜNG PHÂN GIÁC TRONG MỘT TAM GIÁC**

**PHẦN I. TÓM TẮT LÍ THUYẾT.**

# Tia phân giác của một góc

+ Định nghĩa tia phân giác của góc: Tia phân giác của một góc là tia nằm giữa hai cạnh của góc và tạo với hai cạnh ấy hai góc bằng nhau.

+ Đường thẳng chứa tia phân giác của một góc gọi là đường phân giác của góc đó.

+ Mọi điểm trên tia phân giác của một góc cách đều hai cạnh của góc đó. Ngược lại, mọi điểm nằm bên trong góc và cách đều hai cạnh của góc thì nằm trên tia phân giác của góc đó.

*O*

*x*

*A*

*M*

z

*B*

*y*

# Đường phân giác của tam giác



* + Trong tam giác *ABC* , tia phân giác của góc *A* cắt cạnh *BC* tại điểm *M* thì đoạn thẳng *AM*

gọi là đường phân giác xuất phát từ đỉnh *A* của

* + Mỗi tam giác có ba đường phân giác.

*ABC*

# Tính chất ba đường phân giác của tam giác:

**\* *Định lí*:** Ba đường phân giác của một tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm này cách đều ba cạnh của tam giác đó.

*A*

*B H C*

*K*

*L*

*E*

*F*

*I*

# PHẦN II. CÁC DẠNG BÀI.

**Dạng 1. Chứng minh đoạn thẳng bằng nhau, góc bằng nhau, tính độ dài đoạn thẳng, số đo góc**

1. **Phương pháp giải:**

Sử dụng các tính chất:

+ Giao điểm của hai đường phân giác của hai góc trong tam giác nằm trên đường phân giác của góc thứ ba.

+ Giao điểm của các đường phân giác của một tam giác cách đều ba cạnh của tam giác

+ Tổng ba góc trong một tam giác bằng 180

1. **Bài toán.**

**Bài 1.** Tìm x trong mỗi hình vẽ sau biết *CI* và *BI* là hai phân giác của *ACB* và *ABC* , *EH* và

*FH* là hai phân giác của *DEF* và *DFE* .



# Lời giải

**Bài 2.** Cho

# Lời giải

*ABC* có

*A*  120. Các đường phân giác

*AD*, *BE*. Tính số đo góc *BED* .

**Bài 3.** Cho

*ABC*

. Gọi *I* là giao điểm của hai đường phân giác kẻ từ góc *B* và *C* . Tính số

đo góc *BIC* trong các trường hợp:

a) *BAC*  80 b) *BAC*  120

# Lời giải

**Bài 4.** Cho *ABC* , các tia phân giác của góc *B* và góc *C* cắt nhau ở *I*

1. Biết
2. Biết

*A*  70 , tính số đo góc *BIC* .

*BIC*  140 , tính số đo góc *A* .

# Lời giải

**Bài 5.** Cho

*ABC*

cân tại *A* . Gọi *D* là trung điểm của *BC* ; *E* và *F* lần lượt là chân đường

vuông góc kẻ từ *D* đến

# Lời giải

*AB*, *AC* . Chứng minh rằng *DE*  *DF* .

**Bài 6.** Cho

*ABC* có

*A*  90 các tia phân giác của *B và C* cắt nhau tại

1. . Gọi

*D*, *E* là chân

các đường vuông góc hạ từ *I* đến các cạnh

*AB và AC*.

* 1. Biết *ID*  2cm . Tính *IE* ?
	2. Biết

*ID*  *x*  3 ,

*IE*  2*x*  3 . Tìm *x* ?

# Lời giải

**Bài 7.** Cho

*ABC*

gọi *I* là giao điểm của hai tia phân giác góc *A* và góc

*B*. Qua *I* kẻ đường

thẳng song song với *BC* , cắt *AB* tại

# Lời giải

*M* , cắt *AC* tại N. Chứng minh rằng *MN*  *BM*  *CN*