

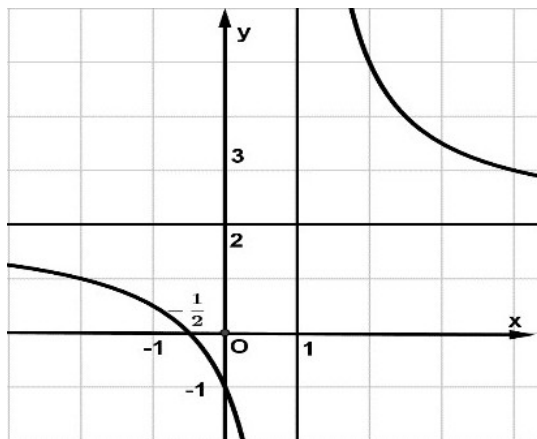
Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

ĐỀ SỐ 08

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Tìm cận ngang của đồ thị hàm số là:



A. $y = 2$

B. $y = 1$

C. $x = 1$

D. $x = 2$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	$-$
y	$-\infty$	3	1	3	$-\infty$	

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Câu 3: Biết rằng đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 5$ có hai điểm cực trị A và B . Tính độ dài đoạn thẳng AB .

A. $AB = 10\sqrt{2}$.

B. $AB = 2\sqrt{5}$.

C. $AB = 3\sqrt{2}$.

D. $AB = 2\sqrt{3}$.

Câu 4: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 - 2x + 2$ và đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x + 3$ là

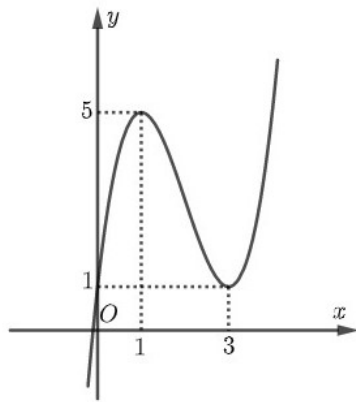
A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Phương trình $f(x)=1$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 0

Câu 6: Cho hàm số $y = \sqrt{2x - x^2}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1;1)$ B. $(0;2)$ C. $(0;1)$ D. $(1;2)$

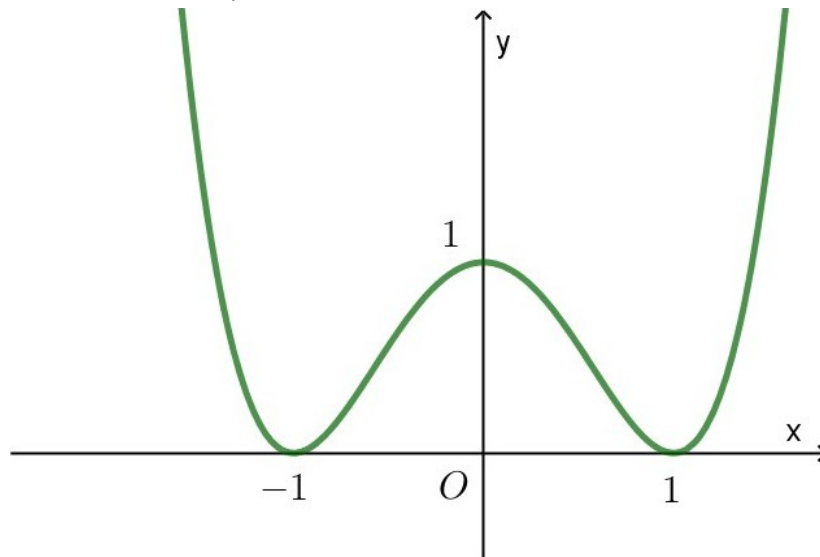
Câu 7: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \cos 2x - 5 \cos x$ bằng

- A. -4. B. $-\frac{33}{8}$. C. -5. D. -6.

Câu 8: Đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x^3 - 3x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 9: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + 1$ có đồ thị như hình vẽ bên



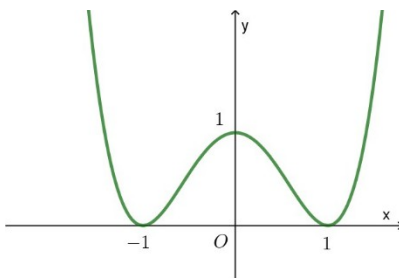
Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a > 0, b < 0$ B. $a > 0, b > 0$ C. $a < 0, b < 0$ D. $a < 0, b > 0$

Câu 10: Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có độ dài mỗi cạnh bằng 1. Tính độ dài của vectơ $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DD'}$

- A. $\sqrt{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. 1

Câu 11: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình:



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng:

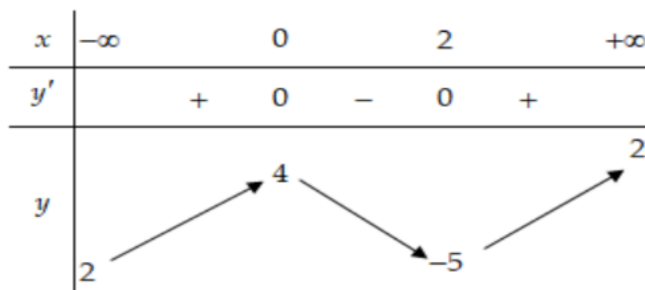
- A.** $(-1;0)$ **B.** $(0;1)$ **C.** $(-4;-3)$ **D.** $(-1;1)$

Câu 12: Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Tính góc giữa cặp vecto $\vec{AC}$ và $\vec{A'D'}$

- A.** 90^0 **B.** 60^0 **C.** 45^0 **D.** 30^0

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý I, II, III, IV ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



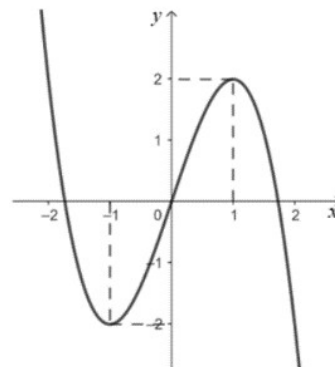
- (I) Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-5$
 (II) Hàm số có bốn điểm cực trị
 (III) Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$
 (IV) Hàm số không có cực đại

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)=(x^2-3x+1)e^x$

- (I) Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[1;4]$ là $5e^4$
- (II) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[1;4]$ là $-e$
- (III) Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[3;5]$ lần lượt là e^3 ; $11e^5$
- (IV) Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;0]$ lần lượt là $\frac{11}{e^2}$; 1

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình

- (I) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;2)$
- (II) Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=-1$
- (III) Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=\frac{1}{2024}$ là 3
- (IV) Đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y=2024$ tại 3 điểm phân biệt



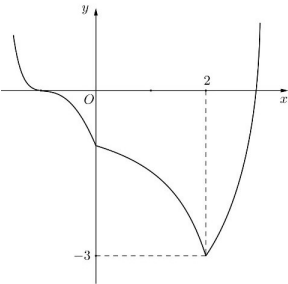
Câu 4: Cho tứ diện ABCD, gọi M, N lần lượt là trung điểm AD, BC.

- (I) $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng
(II) $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}$ không đồng phẳng
(III) $\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{CM}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng

(IV) $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m thuộc $[-2024;2025]$ để bất phương trình $2f(x) + x^2 > 4x + m$ nghiệm đúng với mọi $x \in (-1;3)$.



Câu 2: Gọi m_1, m_2 là các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + m - 1$ có hai điểm cực trị là B, C sao cho tam giác OBC có diện tích bằng 2, với O là gốc tọa độ. Tính $m_1.m_2$.

Câu 3: Cho tứ diện ABCD. Gọi E, F lần lượt là trung điểm AB, CD. Cho $AB=2a, CD=2b, EF=2c$. Với M là một điểm tùy ý, biết tổng $MA^2+MB^2=k.ME^2+l.a^2$. Tính $k+l$

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{mx + 2}{2x + m}, m$ là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$. Tìm số phần tử của tập S .

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2x - m}{x + 2}$. Tìm m để $\max_{x \in [0;2]} f(x) + \min_{x \in [0;2]} f(x) = -5$.

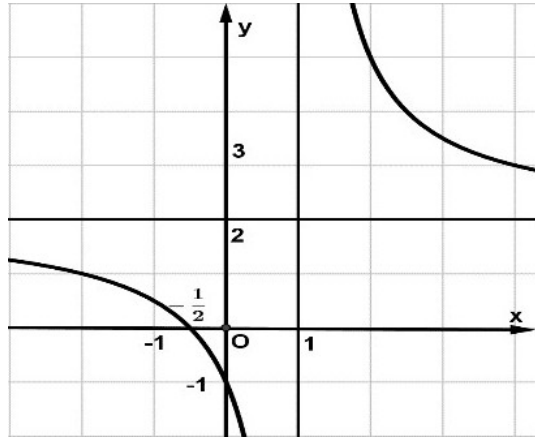
Câu 6: Có bao nhiêu giá trị của tham số thực m thuộc $(2024;2025)$ sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{x - 1}{x^3 + 3x^2 + m + 1}$ có đúng một tiệm cận đứng?

-----**Hết**-----
-Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
-Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ, tên thí sinh:.....
Số báo danh:.....

ĐỀ SỐ 08

Câu 1: Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Tìm cận ngang của đồ thị hàm số là:



- A. $y = 2$ B. $y = 1$ C. $x = 1$ D. $x = 2$.

Hướng dẫn giải

Tìm cận ngang $\Rightarrow y$
Tìm cận đứng $\Rightarrow x$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	1	3	$-\infty$

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 3. *B. 1. C. 2. D. 0.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số có 1 điểm cực tiểu là $x = 0$.

Câu 3: Biết rằng đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 5$ có hai điểm cực trị A và B . Tính độ dài đoạn thẳng AB .

- A. $AB = 10\sqrt{2}$. *B. $AB = 2\sqrt{5}$. C. $AB = 3\sqrt{2}$. D. $AB = 2\sqrt{3}$.

Lời giải

Xét hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 5$

$$y' = -3x^2 + 6x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Suy ra đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(0;5), B(2;9) \Rightarrow \overline{AB} = (2;4) \Rightarrow AB = 2\sqrt{5}$

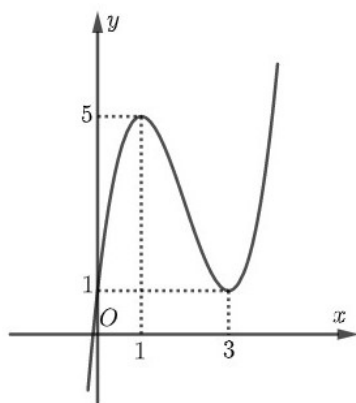
Câu 4: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 - 2x + 2$ và đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x + 3$ là
A. 3. *B. 1. C. 2. D. 0.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm : $x^3 + x^2 - 2x + 2 = x^2 - 2x + 3 \Leftrightarrow x^3 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Vậy số giao điểm của 2 đồ thị là 1.

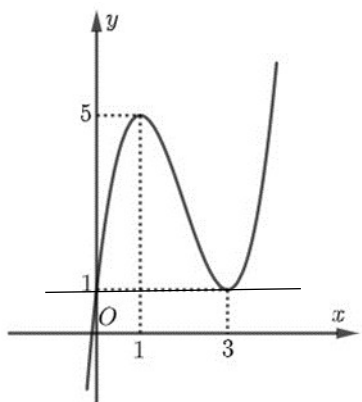
Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Phương trình $f(x)=1$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt?

A. 1 B. 2 C. 3 D. 0

Hướng dẫn giải



Câu 6: Cho hàm số $y = \sqrt{2x - x^2}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$ B. $(0;2)$ C. $(0;1)$ *D. $(1;2)$

Lời giải

Tập xác định $D = [0;2]$

Ta có $y' = \frac{2-2x}{2\sqrt{2x-x^2}} = \frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}}$ với $x \in (0;2)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 1-x=0 \Leftrightarrow x=1$$

Ta có bảng biến thiên

x	0	1	2
y'	+	0	-
y		1	

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra hàm số nghịch biến trên $(1;2)$.

Câu 7: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \cos 2x - 5 \cos x$ bằng

- *A. -4. B. $-\frac{33}{8}$. C. -5. D. -6.

Lời giải

Xét hàm số $f(x) = \cos 2x - 5 \cos x = 2 \cos^2 x - 5 \cos x - 1$ đặt $t = \cos x, t \in [-1;1]$.

Khi đó

$$f(t) = 2t^2 - 5t - 1$$

$$\bullet f'(t) = 4t - 5$$

$$\bullet f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{5}{4} (L)$$

$$\Rightarrow f(-1) = 6, f(1) = -4$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là $\min f(x) = -4$

Câu 8: Đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x^3-3x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- *A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Lời giải

Hàm số $y = \frac{x+3}{x^3-3x}$

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{0; \pm\sqrt{3}\}$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+3}{x^3-3x} = 0 \Rightarrow \text{đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là } y=0$$

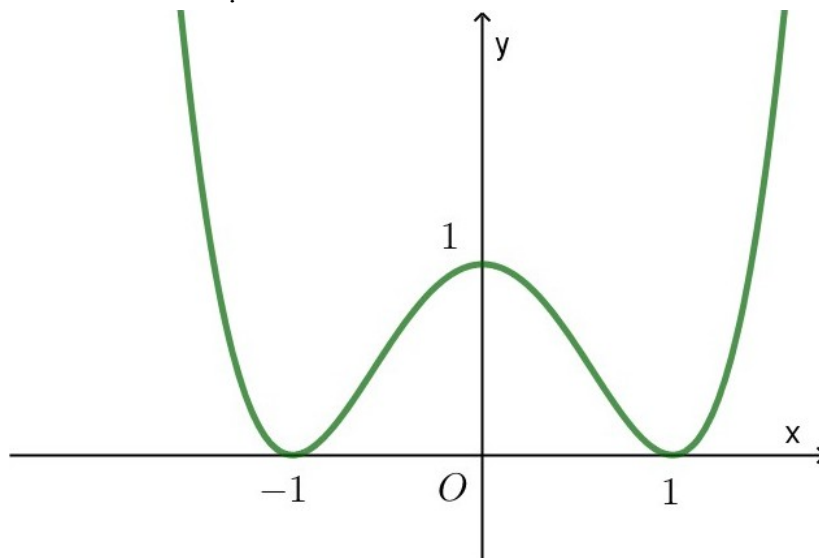
$$\bullet \lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+3}{x^3-3x} = -\infty \quad \text{và} \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} y = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x+3}{x^3-3x} = +\infty \Rightarrow \text{đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là } x=0$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow (-\sqrt{3})^+} y = \lim_{x \rightarrow (-\sqrt{3})^+} \frac{x+3}{x^3-3x} = +\infty \quad \text{và} \quad \lim_{x \rightarrow (-\sqrt{3})^-} y = \lim_{x \rightarrow (-\sqrt{3})^-} \frac{x+3}{x^3-3x} = -\infty \Rightarrow \text{đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là } x = -\sqrt{3}$$

• $\lim_{x \rightarrow (\sqrt{3})^+} y = \lim_{x \rightarrow (\sqrt{3})^+} \frac{x+3}{x^3-3x} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow (\sqrt{3})^-} y = \lim_{x \rightarrow (\sqrt{3})^-} \frac{x+3}{x^3-3x} = -\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = \sqrt{3}$

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x^3-3x}$ có 4 đường tiệm cận.

Câu 9: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + 1$ có đồ thị như hình vẽ bên



Mệnh đề nào sau đây đúng?

*A. $a > 0, b < 0$

B. $a > 0, b > 0$

C. $a < 0, b < 0$

D. $a < 0, b > 0$

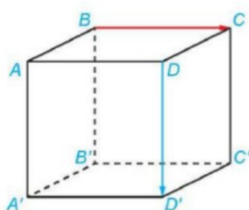
Lời giải

Do đồ thị có bề lõm quay lên trên nên $a > 0$.

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị nên $a \cdot b < 0 \Rightarrow b < 0$.

Câu 10: Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có độ dài mỗi cạnh bằng 1. Tính độ dài của vectơ $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DD'}$

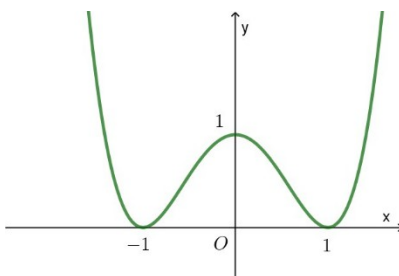
Hướng dẫn giải



Tứ giác ABCD là hình vuông nên $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$. Do đó $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{AD'}$

Tứ giác ADD'A' là hình vuông nên $AD' = \sqrt{AD^2 + DD'^2} = \sqrt{2}$, suy ra $|\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DD'}| = \sqrt{2}$

Câu 11: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình:



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng:

- A. $(-1;0)$ B. $(0;1)$ C. $(-4;-3)$ D. $(-1;1)$

Hướng dẫn giải

Đồng biến=> Nhìn đồ thị đường đi lên

Câu 12: Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Tính góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{A'D'}$

- A. 90° B. 60° C. 45° D. 30°

Hướng dẫn giải

Vì tứ giác ADD'A' là hình bình hành nên $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{A'D'}$. Do đó $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{A'D'})=(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD})$ = góc CAD

Tam giác ADC vuông cân tại D nên góc CAD bằng 45° , vì vậy $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{A'D'})=45^\circ$

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+
y		4		-5		2

(I) Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-5$

(II) Hàm số có bốn điểm cực trị

(III) Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$

(IV) Hàm số không có cực đại

Hướng dẫn giải

(I) Đ (II) S (III) Đ (IV) S

Dựa vào BBT. Hàm số có đạo hàm trên R và $y'(2)=0$; y' đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua $x=2$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)=(x^2-3x+1)e^x$

(I) Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[1;4]$ là $5e^4$

(II) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[1;4]$ là $-e$

(III) Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[3;5]$ lần lượt là e^3 ; $11e^5$

(IV) Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;0]$ lần lượt là $\frac{11}{e^2}$; 1

Hướng dẫn giải

(I) Đ (II) S (III) S (IV) S

Ta có $y'=(x^2-x-2).e^x$

$y'=0 \Leftrightarrow x=-1$ không thuộc $[1;4]$, hoặc $x=2$ thuộc $[1;4]$

Lại có $y(1)=-e, y(2)=-e^2, y(4)=5e^4$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[1;4]$ là $5e^4$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[1;4]$ là $-e^2$

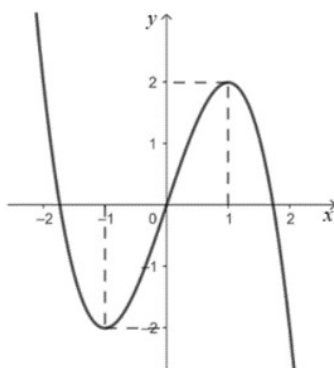
(IV) $y'=(x^2-x-2).e^x$

$y'=0 \Leftrightarrow x=-1$ thuộc $[-2;0]$ hoặc $x=2$ không thuộc $[-2;0]$

Lại có $y(-2)=11e^{-2}, y(-1)=5e^{-1}, y(0)=1$

Vậy giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;0]$ lần lượt là $\frac{5}{e}$ và 1

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình



(I) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;2)$

(II) Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=-1$

(III) Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=\frac{1}{2024}$ là 3

(IV) Đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y=2024$ tại 3 điểm phân biệt

Hướng dẫn giải

(I) S (II) Đ (III) Đ (IV) S

(I) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$

(II) Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=-1$

(III) Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ suy ra phương trình $f(x)=\frac{1}{2024}$ có đúng 3 nghiệm phân biệt

(IV) Đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y=2024$ tại 1 điểm

Câu 4: Cho tứ diện ABCD, gọi M, N lần lượt là trung điểm AD, BC.

(I) $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng

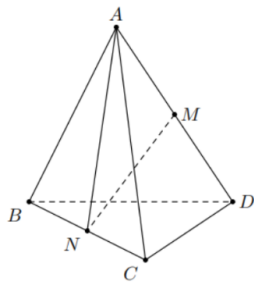
(II) $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}$ không đồng phẳng

(III) $\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{CM}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng

(IV) $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng

Hướng dẫn giải

(I) Đ (II) Đ (III) S (IV) Đ



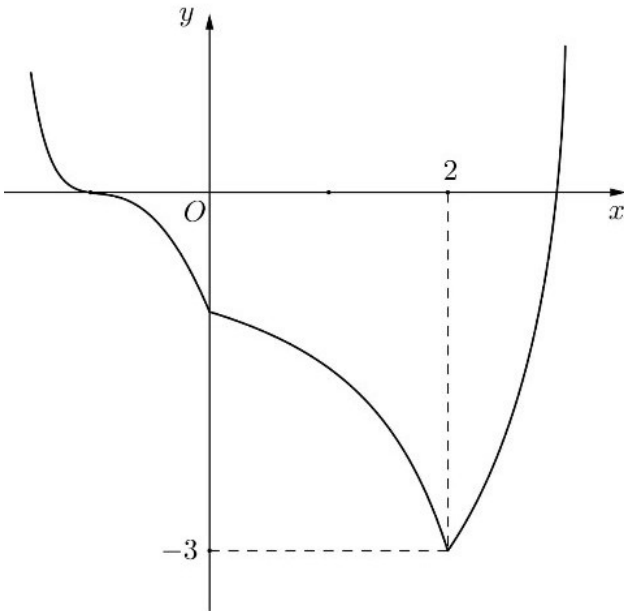
$$+\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC})\rightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MN} \text{ đồng phẳng. (I) Đ}$$

$$+\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN} \text{ không đồng phẳng vì MN không nằm trong (ABC). (II) Đ}$$

$$+\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{CM}, \overrightarrow{MN} \text{ đồng phẳng sai vì AN không nằm trong (MNC)}$$

$$+\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{AC})\rightarrow \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN} \text{ đồng phẳng. (IV) Đ}$$

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m thuộc $[−2024;2025]$ để bất phương trình $2f(x)+x^2>4x+m$ nghiệm đúng với mọi $x\in(-1;3)$.



Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN 2015

$$2f(x)+x^2>4x+m \Leftrightarrow 2f(x)+\underbrace{(x^2-4x)}_{g(x)}>m$$

, nghiệm đúng với mọi $x\in(-1;3)$ (*)

Ta thấy $\min_{(-1;3)} f(x)=-3$ khi $x=2$.

Hàm số $g(x) = x^2 - 4x$, dễ thấy $\min_{(-1;3)} g(x) = -4$ cũng tại $x = 2$.

Do đó $\min_{(-1;3)} [2f(x) + g(x)] = -10$ tại $x = 2$. Do vậy (*) xảy ra khi $m < -10$.

Câu 2: Gọi m_1, m_2 là các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + m - 1$ có hai điểm cực trị là B, C sao cho tam giác OBC có diện tích bằng 2, với O là gốc tọa độ. Tính m_1, m_2 .

Lời giải

Hàm số xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

$$y' = 6x^2 - 6x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0; y = m - 1 \\ x = 1; y = m - 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'		+	0	- 0 +
y				$+\infty$

$\nearrow m-1$
 $\searrow m-2$

$$\text{Vậy } B(0; m-1) \quad C(1; m-2)$$

$$\underline{BC} = (1; -1) \Rightarrow BC = \sqrt{2}$$

(BC) đi qua $B(0; m-1)$ và nhận $n = (1; 1)$ làm một vector pháp tuyến nên có phương trình

$$1(x-0) + 1(y-m+1) = 0 \Leftrightarrow x + y - m + 1 = 0$$

$$d(O; BC) = \frac{|1-m|}{\sqrt{2}}$$

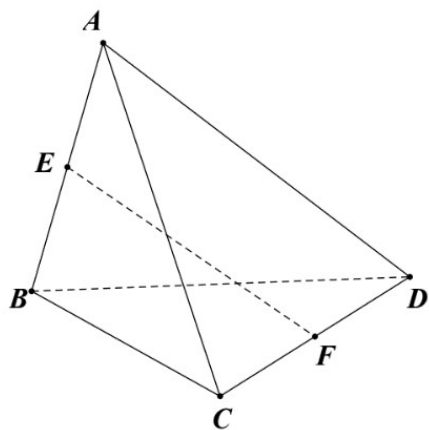
$$S_{OBC} = \frac{1}{2} d(O; BC) \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{|1-m|}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2} = 2 \Leftrightarrow |1-m| = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-m=4 \\ 1-m=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-3 \\ m=5 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } m_1 \cdot m_2 = -15$$

Câu 3: Cho tứ diện ABCD. Gọi E, F lần lượt là trung điểm AB, CD. Cho AB=2a, CD=2b, EF=2c. Với M là một điểm tùy ý, biết tổng $MA^2 + MB^2 = k \cdot ME^2 + l \cdot a^2$. Tính $k+l$

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN 4



Áp dụng công thức độ dài đường trung tuyến, ta có:

$$ME^2 = \frac{MA^2 + MB^2}{2} - \frac{AB^2}{4} \Rightarrow MA^2 + MB^2 = 2ME^2 + \frac{AB^2}{2} = 2ME^2 + 2a^2$$

Vậy $k+l=2+2=4$

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{mx+2}{2x+m}, m$ là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$. Tìm số phần tử của tập S :

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN 5

TXĐ $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{m}{2} \right\}$

Ta có: $y' = \frac{m^2 - 4}{(2x+m)^2}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 < 0 \\ -\frac{m}{2} \notin (0;1) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ \frac{-m}{2} \leq 0 \\ \frac{-m}{2} \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ 0 \leq m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m < 2.$$

Kết hợp $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = [0;1] \Rightarrow$ có 2 giá trị nguyên của tham số m .

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2x-m}{x+2}$. Tìm m để $\max_{x \in [0;2]} f(x) + \min_{x \in [0;2]} f(x) = -5$.

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN 8

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

$$y' = f'(x) = \frac{4+m}{(x+2)^2}$$

Ta có $y = f(x) = \frac{2x-m}{x+2}$ luôn đồng biến hoặc luôn nghịch biến trên $[0;2]$ với $\forall m \neq -4$, nên GTLN hoặc GTNN luôn đạt tại $x=0$ hoặc $x=2$.

Vậy: $\max_{x \in [0;2]} f(x) + \min_{x \in [0;2]} f(x) = -5 \Leftrightarrow f(0) + f(2) = -5 \Leftrightarrow \frac{-m}{2} + \frac{4-m}{4} = -5 \Leftrightarrow m = 8$

Câu 6: Có bao nhiêu giá trị của tham số thực m thuộc $(2024; 2025)$ sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^3+3x^2+m+1}$ có đúng một tiệm cận đứng?

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN 4057

Đặt $f(x) = x^3 + 3x^2 + m + 1$

+ Nếu $f(1) = 0 \Rightarrow m = -5$. Khi đó $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4 = (x-1)(x+2)^2$ nên

$y = \frac{x-1}{f(x)} = \frac{1}{(x-2)^2}$. Như vậy, đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng $x = 2$.

+ Nếu $m \neq -5$ thì đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng khi $f(x)$ có đúng 1 nghiệm thực khác 1.

Xét $f(x) = x^3 + 3x^2 + m + 1$ có $f'(x) = 3x^2 + 6x = 3x(x+2)$ và hàm số đạt cực đại tại $x = -2, f(-2) = m + 5$; hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0, f(0) = m + 1$.

Để $f(x) = x^3 + 3x^2 + m + 1$ có đúng 1 nghiệm thực khi

$$\begin{cases} f(-2) < 0 \\ f(0) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m + 5 < 0 \\ m + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -5 \\ m > -1 \end{cases}$$

Vậy đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận đứng khi $\begin{cases} m \leq -5 \\ m > -1 \end{cases}$.