

CHUYÊN ĐỀ 9.2 XÁC SUẤT THỰC NGHIỆM

PHẦN I: TÓM TẮT LÝ THUYẾT.

1: Phép Thử Ngẫu Nhiên Và Phép Liệt Kê.

a) Một **phép thử ngẫu nhiên** (gọi tắt là phép thử) là một thí nghiệm hay một hành động mà:

- có thể lặp đi lặp lại nhiều lần trong các điều kiện giống nhau.
- kết quả của nó không dự đoán trước được
- có thể xác định được tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử đó.

phép thử thường được kí hiệu bởi chữ t .

b) Phép liệt kê .

Tập hợp tất cả các kết quả **có thể** xảy ra của phép thử được gọi là *Phép liệt kê* của phép thử và được kí hiệu bởi chữ (N)

2 : Sự Kiện Liên quan đến phép thử : Một sự kiện A liên quan tới phép thử được mô tả bởi một tập con $n(A)$ nào đó của phép liệt kê các kết quả có thể xảy ra trong phép thử

- *Sự kiện chắc chắn* là sự kiện luôn xảy ra khi thực hiện phép thử .
- *Sự kiện không thể* là sự kiện không bao giờ xảy ra khi phép thử được thực hiện
- *Sự kiện có thể* là sự kiện cũng có thể xảy ra khi phép thử được thực hiện

3: Xác Suất Thực Nghiệm

a) **Định nghĩa của xác suất:** xét phép thử nào đó và sự kiện A liên quan tới phép thử đó. ta tiến hành lặp đi lặp lại n phép thử và thống kê xem sự kiện A xuất hiện bao nhiêu lần.

- Số lần xuất hiện Sự kiện A được gọi là **tần số** của A trong n lần thực hiện phép thử .
- **Tỉ số** giữa tần số của A với số n được gọi là **tần suất** của A trong n lần thực hiện thử
- Khi số lần thử n càng lớn thì tần suất của A càng gần với một số xác định, số đó được gọi là **xác suất của A theo nghĩa Thực nghiệm**

b) Công thức tính Xác suất thực nghiệm

- Thực hiện lặp đi lặp lại một hoạt động nào đó n lần.
- Gọi $n(A)$ là số lần sự kiện A xảy ra trong n lần đó

$$P(A) = \frac{\text{số lần sự kiện } A \text{ xảy ra}}{\text{tổng số lần thực hiện hoạt động}}$$

($P(A)$ được gọi là xác suất thực nghiệm của sự kiện A sau n hoạt động vừa thực hiện)

PHẦN II: CÁC DẠNG BÀI.

Dạng 1. Liệt kê các kết quả có thể xảy ra của phép thử, số phần tử của tập hợp

I. Phương pháp giải.

- Liệt kê là thực hiện các hoạt động của phép thử, để tìm các khả năng có thể xảy ra
- Tập hợp tất cả các kết quả **có thể** xảy ra được viết dạng $X = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$
- Số phần tử của tập hợp có thể, kiểm đếm, hoặc dùng 1 quy tắc

II. Bài toán.

Bài 1. Xét phép thử tung con xúc xắc 6 mặt. Hãy liệt kê các khả năng có thể xảy ra và viết tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra

Lời giải

Con xúc xắc loại 6 mặt: một mặt có quy định các chấm, được đánh từ 1 đến 6 chấm

Hoạt động 1: sau khi tung khả năng thu được mặt 1 chấm

Hoạt động 2: sau khi tung khả năng thu được mặt 2 chấm

Hoạt động 3: sau khi tung khả năng thu được mặt 3 chấm

Hoạt động 4: sau khi tung khả năng thu được mặt 4 chấm

Hoạt động 5: sau khi tung khả năng thu được mặt 5 chấm

Hoạt động 6: sau khi tung khả năng thu được mặt 6 chấm

Tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra khi tung con xúc xắc 6 mặt.

$$X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Suy ra số phần tử của X là 6 phần tử.

Bài 2. Trong một hộp có **1 bút xanh, 1 bút đỏ, 1 bút tím**. Hãy liệt kê các khả năng có thể xảy ra của mỗi hoạt động sau. Viết tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra

- Lấy ra một bút từ hộp.
- Lấy ra cùng lúc 2 bút từ hộp.

Lời giải

- Lấy ra một bút từ hộp có các khả năng sau

Hoạt động 1, lấy 1 bút từ hộp có 3 bút khả năng lấy 1 bút xanh

Hoạt động 2, lấy 1 bút từ hộp có 3 bút khả năng lấy 1 bút đỏ

Hoạt động 3, lấy 1 bút từ hộp có 3 bút khả năng lấy 1 bút tím

Tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra $X = \{1 \text{ bút xanh}, 1 \text{ bút đỏ}, 1 \text{ bút tím}\}$ số phần tử là 3

- Lấy ra cùng lúc 2 bút từ hộp có các khả năng sau

Hoạt động 1, lấy 2 bút từ hộp có 3 bút khả năng lấy 1 bút xanh 1 bút đỏ $X = \{XD\}$

Hoạt động 2, lấy 2 bút từ hộp có 3 bút khả năng lấy 1 bút xanh 1 bút Tím $X = \{XT\}$

Hoạt động 3, lấy 2 bút từ hộp có 3 bút khả năng lấy 1 bút đỏ 1 bút Tím $X = \{DT\}$.

Hoạt động 4, lấy 2 bút từ hộp có 3 bút khả năng lấy 2 bút đỏ $X = \{DD\}$

Hoạt động 5, lấy 2 bút từ hộp có 3 bút khả năng lấy 2 bút Tím $X = \{TT\}$.

Hoạt động 6, lấy 2 bút từ hộp có 3 bút khả năng lấy 2 bút xanh $X = \{XX\}$

Tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra $X = \{XX, DD, TT, DT, XT, XD\}$. số phần tử là 6

Bài 3. Hãy liệt kê tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của một phép thử nghiệm sau

- Lấy ra một bút từ hộp có 1 bút chì và 1 bút bi
- Bạn Lan chọn một ngày trong tuần để học bơi
- Lấy một bóng từ hộp có 10 quả bóng được đánh số từ 1 đến 10

Lời giải

a) Tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra $X = \{1\text{bu chì}, 1\text{bu bi}\}$

b) Tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra $X = \{T2, T3, T4, T5, T6, T7, CN\}$.

c) Tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

Bài 4. Hãy liệt kê tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra, và tính số phần tử

- Tung một đồng xu.
- Tung hai đồng xu.
- Tung ba đồng xu.

Lời giải

- Khi tung đồng xu 2 mặt,

Hoạt động 1: Sau khi tung khả năng thu được mặt sấp $X = \{S\}$.

Hoạt động 2: Sau khi tung khả năng thu được mặt ngửa $X = \{N\}$.

Tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra khi tung **một** đồng xu $X = \{S, N\}$. số phần tử 2

- Tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra khi tung hai đồng xu ta thấy:

Hoạt động 1: Sau khi tung khả năng thu được cả hai mặt cùng sấp SS

Hoạt động 1: Sau khi tung khả năng thu được cả hai mặt cùng Ngửa NN

Hoạt động 1: Sau khi tung khả năng thu được một mặt Ngửa 1 mặt sấp NS

Hoạt động 1: Sau khi tung khả năng thu được một mặt Sấp một mặt Ngửa mặt sấp SN

Tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra $X = \{SS, NN, SN, NS\}$. Suy ra số phần tử của X là $2 \times 2 = 4$ phần tử.

c) ta thấy: làm tương tự như câu a và b

Đồng xu thứ nhất có 2 khả năng $\{S, N\}$.

Đồng xu thứ hai có 2 khả năng $\{S, N\}$.

Đồng xu thứ hai có 3 khả năng $\{S, N\}$.

Rồi hoán đổi vị trí các mặt ta có

Tập hợp tất kết quả có thể xảy $X = \{SSS, SSN, SNS, NSS, SNN, NSN, NNS, NNN\}$.

Suy ra số phần tử của X là $2 \times 2 \times 2 = 8$ phần tử.

Dạng 2. Nhận biết sự kiện Liên quan đến phép thử

I. Phương pháp giải.

Một sự kiện A liên quan tới phép thử được mô tả bởi một tập con $n(A)$ nào đó của phép liệt kê các kết quả có thể xảy ra trong phép thử

- *Sự kiện chắc chắn* là sự kiện luôn xảy ra khi thực hiện phép thử .
- *Sự kiện không thể* là sự kiện không bao giờ xảy ra khi phép thử được thực hiện
- *Sự kiện có thể* là sự kiện cũng có thể xảy ra khi phép thử được thực hiện

II. Bài toán.

Bài 1. .Gieo 2 con xúc sắc cân đối và quan sát số chấm xuất hiện ở mặt trên mỗi con xúc sắc, Hãy đánh giá xem sự kiện nào sau là chắc chắn, không thể hay có thể xảy ra

- 1) Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc sắc bằng 1
- 2) Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc sắc bằng 1
- 3) Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc sắc lớn hơn 1
- 4) Hai mặt con xúc sắc cùng chấm
- 5) Số chấm trên hai mặt con xúc sắc là số lẻ

Lời giải

- 1) Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc sắc bằng 1 (là sự kiện không thể xảy ra)
- 2) Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc sắc bằng 1 (là sự kiện có thể xảy ra)
- 3) Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc sắc lớn hơn 1 (là sự kiện chắc chắn xảy ra)
- 4) Hai mặt con xúc sắc cùng chấm (là sự kiện có thể xảy ra)
- 5) Số chấm trên hai mặt con xúc sắc là số lẻ (là sự kiện có thể xảy ra)

Bài 2. Trong một hộp có 10 lá thăm được đánh số từ 0 đến 9. Lấy ra từ hộp 2 lá thăm. Trong các sự kiện sau sự kiện nào là chắc chắn xảy ra, sự kiện nào không thể xảy ra , sự kiện nào có thể xảy ra .

- 1) Tổng số chấm ghi trên hai lá thăm bằng 1
- 2) Tích số chấm ghi trên hai lá thăm bằng 1
- 3) Tích số chấm ghi trên hai lá thăm bằng 0

- 4) Tổng số chấm ghi trên hai lá thăm lớn hơn 0
- 5) Tổng số chấm ghi trên hai lá thăm lớn hơn 18

Lời giải

- 1) Vì các lá thăm được đánh dấu từ 0 đến 9 vì vậy (là sự kiện có thể xảy ra)
 Tổng số chấm ghi trên hai lá thăm bằng 1 (là sự kiện có thể xảy ra)
 (VD lá thăm số 1 ghi chấm 1, lá thăm hai ghi chấm 0)
- 2) Tích số chấm ghi trên hai lá thăm bằng 1 (là sự kiện có thể xảy ra)
 (VD lá thăm số 1 ghi chấm 1, lá thăm hai ghi chấm 1)
- 3) Tích số chấm ghi trên hai lá thăm bằng 0 (là sự kiện có thể xảy ra)
 (VD lá thăm số 1 ghi chấm 1, lá thăm hai ghi chấm 0)
- 4) Tổng số chấm ghi trên hai lá thăm lớn hơn 0 (là sự kiện chắc chắn xảy ra)
 (Vì các lá thăm được đánh dấu từ 0 đến 9)
- 5) Tổng số chấm ghi trên hai lá thăm lớn hơn 18 (là sự kiện không thể xảy ra)

Bài 3 (VD) Gieo một con xúc xắc cân đối 6 mặt và đồng chất.

- 1) Tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra khi tung hai đồng xu
- 2) Viết tập hợp các sự kiện sau
 A: "Số chấm trên mặt xuất hiện là số lẻ".
 B: "Xuất hiện mặt có số chấm lớn hơn 4".
 C: "Xuất hiện mặt có số chấm chia hết cho 3".

Lời giải

- 1) Tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
- 2) Viết tập hợp các sự kiện sau

- Xét sự kiện A: "Số chấm trên mặt xuất hiện là số lẻ" sẽ được mô tả bởi tập hợp:

$$X_A = \{1, 3, 5\}.$$
- Xét sự kiện B: "Xuất hiện mặt có số chấm lớn hơn 4" sẽ được mô tả bởi tập hợp:

$$X_B = \{5, 6\}.$$
- Xét sự kiện C: "Xuất hiện mặt có số chấm chia hết cho 3" sẽ được mô tả bởi tập hợp:

$$X_C = \{3, 6\}.$$

Nhận xét : ta thấy các sự kiện A, B, C đều thuộc tập X

Dạng 3. Tính xác suất thực nghiệm

I.Phương pháp giải.

Công thức tính Xác suất thực nghiệm

- Thực hiện lặp đi lặp lại một hoạt động nào đó n lần.
- Gọi $n(A)$ là số lần sự kiện A xảy ra trong n lần đó

$$P(A) = \frac{\text{số lần sự kiện A xảy ra}}{\text{tổng số lần thực hiện hoạt động}}$$

($P(A)$ được gọi là xác suất thực nghiệm của sự kiện A sau n hoạt động vừa thực hiện)

II. Bài toán.

Bài 1. Tung hai đồng xu cân đối 50 lần ta được kết quả sau

Sự kiện	Hai đồng sấp	Một đồng sấp một đồng ngửa	Hai đồng ngửa
Số lần	12	24	14

Hãy tìm xác suất của thực nghiệm của các sự kiện

- Có một đồng xu sấp một đồng ngửa
- Hai đồng xu ngửa

Lời giải

- Xác suất của thực nghiệm của các sự kiện có một đồng xu sấp một đồng ngửa trong 50 lần tung là

$$P = \frac{\text{số lần sự kiện A xảy ra}}{\text{tổng số lần thực hiện hoạt động}} = \frac{24}{50} = 0,48$$

- Xác suất của thực nghiệm của các sự kiện có Hai đồng xu ngửa là

$$P = \frac{\text{số lần sự kiện A xảy ra}}{\text{tổng số lần thực hiện hoạt động}} = \frac{14}{50} = 0,28$$

Bài 2: Gieo con súc sắc có 6 mặt 100 lần, kết quả thu được ghi ở bảng sau

Mặt	1 chấm	2 chấm	3 chấm	4 chấm	5 chấm	6 chấm
Số lần xuất hiện	17	18	15	14	16	20

- Hãy tìm xác suất của thực nghiệm của các sự kiện gieo được mặt có 6 chấm
- Hãy tìm xác suất của thực nghiệm của các sự kiện gieo được mặt có chấm chẵn
- Hãy tìm xác suất của thực nghiệm của các sự kiện gieo được mặt có chấm lẻ

Lời giải

- Xác suất của thực nghiệm của các sự kiện gieo được mặt có 6 chấm là $P_{6\text{chấm}} = \frac{20}{100} = 0,2$

- Xác suất của thực nghiệm của các sự kiện gieo được mặt có **chấm chẵn**

Các mặt có số chấm chẵn của con súc sắc là mặt 2,4,6

$$P_{\text{chẵn}} = \frac{18+14+20}{100} = 0,52$$

- Hãy tìm xác suất của thực nghiệm của các sự kiện gieo được mặt có chấm lẻ

Các mặt có số lẻ chấm của con xúc xắc là mặt 1,3,5

$$P_{\text{II}} = \frac{17+15+16}{100} = 0,48$$

Bài 3: trong hộp có một số bút xanh và một số bút đỏ, lấy ngẫu nhiên 1 bút từ hộp, xem màu rồi trả lại. lặp lại hoạt động trên 50 lần, ta được kết quả theo bảng sau

Loại bút	Bút xanh	Bút đỏ
Số lần	42	8

- Hãy tìm xác suất của thực nghiệm của các sự kiện lấy được bút xanh
- Em hãy dự đoán xem trong hộp loại bút nào nhiều hơn

Lời giải

a) Xác suất của thực nghiệm của các sự kiện lấy được bút xanh là $P_{\text{xanh}} = \frac{42}{50} = 0,84$

b) Em hãy dự đoán xem trong hộp loại bút nào nhiều hơn.

Để dự đoán xem trong hộp loại bút nào nhiều hơn ta tính thêm xác suất của thực nghiệm của sự kiện lấy được bút đỏ $P_{\text{đỏ}} = \frac{8}{50} = 0,16$

Vậy xác suất của thực nghiệm của các sự kiện lấy được bút xanh lớn hơn bút đỏ lên trong hộp bút xanh có nhiều hơn

Bài 4: Trong một hộp kín có một số quả bóng màu **xanh, màu đỏ, màu tím, vàng**. Trong một trò chơi, người chơi được lấy ngẫu nhiên một quả bóng, ghi lại màu rồi trả lại bóng vào thùng. Bình thực hiện 100 lần và được kết quả sau

Màu	Số lần
Xanh	43
Đỏ	22
Tím	18
Vàng	17

Hãy tìm xác suất của thực nghiệm của các sự kiện sau

- Bình Lấy được quả bóng màu xanh
- Quả bóng được lấy ra không là màu đỏ

Lời giải

a) Xác suất của thực nghiệm của các sự kiện lấy được bóng xanh là

$$\text{bóng xanh được lấy 43 lần: } P_{\text{xanh}} = \frac{43}{100} = 0,43$$

b) Quả bóng được lấy ra không là màu đỏ

$$\text{Tổng số lần lấy ra không là màu đỏ là 78: } P = \frac{78}{100} = 0,78$$

Bài 5: Tổng hợp kết quả xét nghiệm viên gan ở một phòng khám trong một năm ta được bảng sau

Quý	Số ca xét nghiệm	Số ca dương tính
I	150	15
II	200	21
III	180	17
IV	220	24

Hãy tìm xác suất của thực nghiệm của các sự kiện một ca xét nghiệm có kết quả dương tính

- Theo từng quý trong năm
- Sau lần lượt từng quý tính từ đầu năm

Lời giải

- Xác suất của thực nghiệm theo số ca dương tính trong quý I.

- Trong quý 1: $P_I = \frac{15}{150} = 0,1$
- Trong quý 2: $P_{II} = \frac{21}{200} = 0,105$
- Trong quý 3: $P_{III} = \frac{17}{180} = 0,094$
- Trong quý 4: $P_{IV} = \frac{24}{220} = 0,109$

- Sau lần lượt từng quý tính từ đầu năm

- $P_I = \frac{77}{150} = 0,51$
- $P_{II} = \frac{77}{200} = 0,385$
- $P_{III} = \frac{77}{180} = 0,42$