

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP GIỮA HỌC KÌ 1

MÔN: TOÁN 7

Bài 1.Thực hiện phép tính (tính nhanh nếu có thể)

1) $\left(\frac{-1}{3}\right)^2 \cdot \frac{4}{11} + \frac{7}{11} \cdot \left(\frac{-1}{3}\right)^2$

2) $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{5}{3} - \frac{3}{2}\right) + \left(\frac{7}{3} - \frac{5}{2}\right)$

3) $\left(\frac{3}{4} - 1\frac{1}{6}\right)^2 : \sqrt{\frac{25}{144}}$

4) $\left(\frac{-4}{8}\right)^3 : 0,75 - \sqrt{\frac{49}{64}}$

5) $4 \cdot \left(\frac{-1}{2}\right)^3 + \left|-1\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{9}{4}}\right| : \sqrt{25}$

6) $\left[6 - 3\left(\frac{-1}{3}\right)^2 + \sqrt{\frac{1}{4}}\right] : \sqrt{0,9}$

7) $19\frac{1}{3} : \frac{3}{7} - 33\frac{1}{3} : \frac{3}{7} - \left|-\frac{2}{7}\right|$

8) $\left(\frac{-1}{2}\right)^2 \cdot \sqrt{16} - 3^2 \cdot \sqrt{0,01} + (2^2)^2 - \left[0,0(6) + \frac{13}{30}\right];$

9) $\frac{17}{13} : (-9) - \frac{-10}{13} : (-9);$

10) $\frac{-19}{3} \cdot \frac{14}{4} + \frac{-25}{3} \cdot \frac{19}{4} + 4\frac{3}{4};$

11) $\frac{4^{10} + 8^4}{4^5 + 8^6};$

12) $\frac{4^{20} - 2^{20} + 6^{20}}{6^{20} - 3^{20} + 9^{20}};$

13) $\frac{7}{8} : \left(\frac{2}{9} - \frac{1}{18}\right) + \frac{7}{8} : \left(\frac{1}{36} - \frac{5}{12}\right);$

14) $\frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{-6^{11} - 8^4 \cdot 3^{12}}.$

Bài 2. Tìm x biết:

1/ $\frac{15}{8} - \frac{1}{8} : \left(\frac{x}{4} - 0,5\right) = \sqrt{1\frac{9}{16}}$

2/ $\left|x - \frac{2}{3}\right| - 0,3 = \frac{1}{3}$

3/ $(3 - x)^3 = \frac{-27}{64}$

4/ $(x+1)^2 = \frac{25}{144}$

5/ $3 - 2\sqrt{x} = -1$

6/ $2x - \sqrt{x} = 0$

7/ $|x - 3| = x - 2$

8) $|2x+1| = |3-x|$

9) $\frac{1}{3} : 0,8 = 0,75x : (-1,5)$

10) $\frac{2-3x}{x-2} = -1\frac{2}{5} \quad (x \neq 2)$

$$11) \frac{2x+3}{5x+2} = \frac{4x+5}{10x+2}$$

$$12) \frac{2x-18}{2x+4} = \frac{2x-17}{2x+16}$$

Bài 3: Tìm x, y, z:

a) $\frac{x}{8} = \frac{y}{-7} = \frac{z}{12}$ và $-3x + 10y - 2z = 236$

b) $3x = 4y = 5z$ và $x - (y + z) = -21$

c) $\frac{x}{5} = \frac{y}{6}; \frac{y}{8} = \frac{z}{7}$ và $x + y - z = 69$

d) $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ và $2x + 3y - z = 50$.

e) $\frac{3}{4}x = \frac{4}{5}y = \frac{6}{7}z$ và $x + y + z = -45$

f) $\frac{x}{2} = \frac{y}{5}$ và $xy = 40$

g) $\frac{x}{y} = \frac{3}{5}$ và $xy = 60$

h) $4x = 6y$ và $x^2 + y^2 = 117$

Bài 4 : Số bi của ba bạn Minh, Hùng, Dũng tỉ lệ với các số 4; 2; 5. Tính số viên bi của mỗi bạn, biết rằng số bi của Dũng nhiều hơn số bi của Minh là 30 viên bi.

Bài 5: Ba lớp 7A, 7B, 7C đi lao động trồng cây. Biết rằng tỉ số giữa số cây trồng được của lớp 7A và lớp 7B là $\frac{5}{4}$; tỉ số giữa số cây trồng được của lớp 7B và lớp 7C là $\frac{4}{3}$ và tổng số cây ba lớp trồng được là 144 cây. Tính số cây mỗi lớp đã trồng?

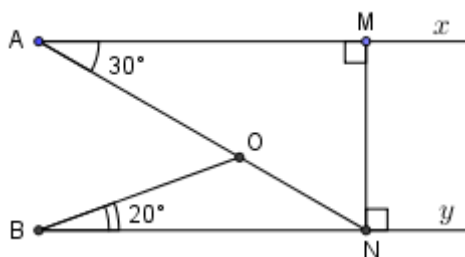
Bài 6. Có 68 tờ giấy bạc bao gồm các loại 1000 đ, 2000 đ và 5000 đ. Biết giá trị mỗi loại tiền trên đều bằng nhau. Hỏi mỗi loại có mấy tờ.

Bài 7. Tính độ dài các cạnh của một tam giác, biết các cạnh của tam giác tỉ lệ với các số $5; 4; 2$ và độ dài cạnh lớn nhất hơn độ dài cạnh nhỏ nhất của tam giác là 21cm.

Bài 8. Ba lớp $7A, 7B, 7C$ cùng tham gia trồng cây. Biết mỗi học sinh lớp 7A trồng được 4 cây, mỗi học sinh lớp 7B trồng được 5 cây, mỗi học sinh lớp 7C trồng

được 3 cây. Số cây ba lớp $7A, 7B, 7C$ trồng được tỉ lệ với $6; 8; 5$. Tính số học sinh mỗi lớp biết số học sinh lớp $7A$ ít hơn số học sinh lớp $7C$ là 5 học sinh.

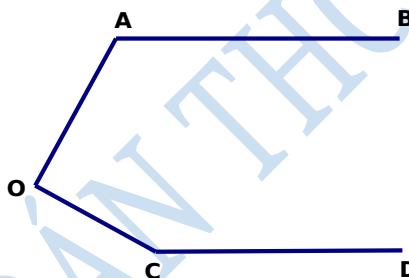
Bài 9: Cho hình vẽ bên. Tính các góc ANB , góc ANM , góc AOB ?



Lời giải

Bài 11: Cho hình vẽ bên, biết góc OAB bằng 130° ; góc AOC bằng 70° ; góc OCD bằng 160°

. Chứng minh $AB \parallel CD$

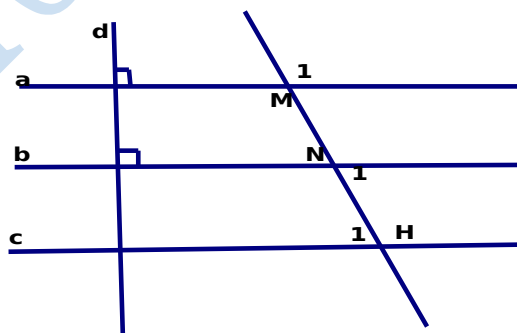


Bài 12: Cho hình vẽ bên:

a) Chứng minh rằng $a \parallel b$

b) Biết $M_1 = 2N_1$. Tính góc N_1 ?

c) Biết góc H_1 bằng 60° . Chứng minh a song song với c và c vuông góc với d .



Bài 13. Cho tam giác ABC . Trên nửa mặt phẳng bờ AB không chứa điểm C vẽ tia Ax sao cho góc $B Ax$ bằng góc B . Trên nửa mặt phẳng bờ AC không chứa điểm B vẽ tia Ay sao cho góc $C Ay$ bằng góc C . Trên tia Ax lấy điểm M , trên tia Ay lấy điểm N . Chứng minh rằng:

a) Ba điểm M, A, N thẳng hàng.

b) Tổng ba góc của tam giác ABC bằng 180° .

Bài 14. Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức sau:

a) $A = (x - 2)^2 - 25$;

b) $B = |2x - 10| + (5 - x)^2 + 23$;

c) $C = 2 - \frac{5}{(x+3)^2 + 1}$.

Bài 15. Tìm giá trị lớn nhất của các biểu thức sau:

a) $M = 5 - (x + 2021)^2$

b) $N = -2(x + 3)^2 - 27$

c) $D = \frac{5|x| + 13}{|x| + 2}$

Bài 16. Cho $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \neq \pm 1$. Chứng minh:

a) $\frac{a^2 - b^2}{c^2 - d^2} = \frac{a^2 + ab}{c^2 + cd}$

b) $\frac{(a - b)^2}{(c - d)^2} = \frac{ab}{cd}$

Bài 17. Biết $\frac{bz - cy}{a} - \frac{cx - az}{b} = \frac{ay - bx}{c}$ (a, b, c, x, y, z đều khác 0).

Hãy chứng minh $x : y : z = a : b : c$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1. (2,5 điểm) Thực hiện phép tính (tính nhanh nếu có thể)

1) $\left(\frac{-1}{3}\right)^2 \cdot \frac{4}{11} + \frac{7}{11} \cdot \left(\frac{-1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \cdot \left(\frac{4}{11} + \frac{7}{11}\right) = \frac{1}{9} \cdot 1 = \frac{1}{9}$

2)

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{5}{3} - \frac{3}{2}\right) + \left(\frac{7}{3} - \frac{5}{2}\right) \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{5}{3} + \frac{3}{2} + \frac{7}{3} - \frac{5}{2} \\ &= \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{5}{2}\right) + \left(\frac{-1}{3} + \frac{-5}{3} + \frac{7}{3}\right) \\ &= \frac{-1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{-1}{6} \end{aligned}$$

3) $\left(\frac{3}{4} - 1\frac{1}{6}\right)^2 : \sqrt{\frac{25}{144}} = \left(\frac{3}{4} - \frac{7}{6}\right)^2 : \frac{5}{12} = \frac{1}{16} \cdot \frac{12}{5} = \frac{3}{20}$

Sửa $\left(\frac{3}{4} - 1\frac{1}{6}\right)^2 : \sqrt{\frac{25}{144}} = \left(\frac{3}{4} - \frac{7}{6}\right)^2 : \frac{5}{12} = \left(\frac{5}{12}\right)^2 : \frac{5}{12} = \frac{5}{12}$

4) $\left(\frac{-4}{8}\right)^3 : 0,75 - \sqrt{\frac{49}{64}} = \frac{-1}{8} \cdot \frac{4}{3} - \frac{7}{8} = \frac{-25}{24}$

5) $4 \cdot \left(\frac{-1}{2}\right)^3 + \left|-1\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{9}{4}}\right| : \sqrt{25} = \frac{-1}{2} + 0 : 5 = \frac{-1}{2}$

$$6) \left[6 - 3 \left(\frac{-1}{3} \right)^2 + \sqrt{\frac{1}{4}} \right] : \sqrt{0,9} = \left[6 - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right] : 1 = \frac{37}{6}$$

$$7) 19\frac{1}{3} : \frac{3}{7} - 33\frac{1}{3} : \frac{3}{7} - \left| -\frac{2}{7} \right| = \left(19\frac{1}{3} - 33\frac{1}{3} \right) \cdot \frac{7}{3} - \frac{2}{7} = \frac{-692}{21}$$

$$8) \left(\frac{-1}{2} \right)^2 \cdot \sqrt{16} - 3^2 \cdot \sqrt{0,01} + (2^2)^2 - \left[0,0(6) + \frac{13}{30} \right]$$

$$= \frac{1}{4} \cdot 4 - 9 \cdot \sqrt{\frac{1}{100}} + 4^2 - \left[\frac{0,6}{10} + \frac{13}{30} \right]$$

$$= 1 - 9 \cdot \frac{1}{10} + 16 - \left[\frac{0,6}{10} + \frac{13}{30} \right]$$

$$= 1 - \frac{9}{10} + 16 - \left(\frac{1}{9} \cdot 6 : 10 + \frac{13}{30} \right)$$

$$= \frac{161}{10} - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{10} + \frac{13}{30} \right)$$

$$= \frac{483}{30} - \frac{15}{30}$$

$$= \frac{468}{30} = \frac{78}{5}$$

$$9) \frac{17}{13} : (-9) - \frac{-10}{13} : (-9)$$

$$= \frac{17}{13} \cdot \frac{-1}{9} + \frac{10}{13} \cdot \frac{-1}{9}$$

$$= \frac{-1}{9} \cdot \left(\frac{17}{13} + \frac{10}{13} \right)$$

$$= \frac{-1}{9} \cdot \frac{27}{13}$$

$$= \frac{-3}{13}$$

$$10) \frac{-19}{3} \cdot \frac{14}{4} + \frac{-25}{3} \cdot \frac{19}{4} + 4\frac{3}{4}$$

$$= \frac{-14}{3} \cdot \frac{19}{4} + \frac{-25}{3} \cdot \frac{19}{4} + \frac{19}{4}$$

$$= \frac{19}{4} \cdot \left(\frac{-14}{3} + \frac{-25}{3} + \frac{3}{3} \right)$$

$$= \frac{19}{4} \cdot \frac{-36}{3}$$

$$= -57$$

$$11) \quad \frac{4^{10} + 8^4}{4^5 + 8^6} = \frac{(2^2)^{10} + (2^3)^4}{(2^2)^5 + (2^3)^6} = \frac{2^{20} + 2^{12}}{2^{10} + 2^{18}} = \frac{2^{12}(2^8 + 1)}{2^{10}(2^8 + 1)} = 2^2 = 4$$

$$12) \quad \frac{4^{20} - 2^{20} + 6^{20}}{6^{20} - 3^{20} + 9^{20}} = \frac{(2^2)^{20} - 2^{20} + (2 \cdot 3)^{20}}{(2 \cdot 3)^{20} - 3^{20} + (3^2)^{20}} = \frac{2^{40} - 2^{20} + 2^{20} \cdot 3^{20}}{2^{20} \cdot 3^{20} - 3^{20} + 3^{40}} = \frac{2^{20}(2^{20} - 1 + 3^{20})}{3^{20}(2^{20} - 1 + 3^{20})} = \left(\frac{2}{3}\right)^{20}$$

$$13) \quad \frac{7}{8} : \left(\frac{2}{9} - \frac{1}{18}\right) + \frac{7}{8} : \left(\frac{1}{36} - \frac{5}{12}\right)$$

$$= \frac{7}{8} : \left(\frac{4}{18} - \frac{1}{18}\right) + \frac{7}{8} : \left(\frac{1}{36} - \frac{15}{36}\right)$$

$$= \frac{7}{8} : \frac{1}{6} + \frac{7}{8} : \frac{-7}{18}$$

$$= \frac{7}{8} \cdot 6 + \frac{7}{8} \cdot \frac{-18}{7}$$

$$= \frac{7}{8} \cdot \left(\frac{42}{7} + \frac{-18}{7}\right)$$

$$= \frac{7}{8} \cdot \frac{24}{7}$$

$$= 3$$

$$14) \quad \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{-6^{11} - 8^4 \cdot 3^{12}} = \frac{(2^2)^6 \cdot (3^2)^5 + (2 \cdot 3)^9 \cdot 2^3 \cdot 3 \cdot 5}{-(2 \cdot 3)^{11} - (2^3)^4 \cdot 3^{12}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} + 2^9 \cdot 3^9 \cdot 2^3 \cdot 3 \cdot 5}{-2^{11} \cdot 3^{11} - 2^{12} \cdot 3^{12}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} + 2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 5}{-2^{11} \cdot 3^{11} - 2^{12} \cdot 3^{12}}$$

$$= \frac{2^{12} \cdot 3^{10} (1 + 5)}{-2^{11} \cdot 3^{11} (1 + 2 \cdot 3)} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 6}{-2^{11} \cdot 3^{11} \cdot 7} = \frac{2 \cdot 6}{-3 \cdot 7} = \frac{-4}{7}$$

Bài 2. Tìm x biết:

$$1/ \quad \frac{15}{8} - \frac{1}{8} : \left(\frac{x}{4} - 0,5\right) = \sqrt{1\frac{9}{16}}$$

$$2/ \quad \left|x - \frac{2}{3}\right| - 0,3 = \frac{1}{3}$$

$$3/ \quad (3 - x)^3 = \frac{-27}{64}$$

$$4/ \quad (x + 1)^2 = \frac{25}{144}$$

$$5/ \quad 3 - 2\sqrt{x} = -1$$

$$6/ \quad 2x - \sqrt{x} = 0$$

$$7/ \quad |x - 3| = x - 2$$

$$8) \quad |2x + 1| = |3 - x|$$

$$9) \quad 1\frac{1}{3} : 0,8 = 0,75x : (-1,5)$$

$$10) \quad \frac{2 - 3x}{x - 2} = -1\frac{2}{5} \quad (x \neq 2)$$

$$11) \quad \frac{2x + 3}{5x + 2} = \frac{4x + 5}{10x + 2}$$

$$12) \quad \frac{2x - 18}{2x + 4} = \frac{2x - 17}{2x + 16}$$

Lời giải

$$1/ \quad \frac{15}{8} - \frac{1}{8} : \left(\frac{x}{4} - 0,5 \right) = \sqrt{1\frac{9}{16}}$$

$$\frac{1}{8} : \left(\frac{x}{4} - 0,5 \right) = \frac{15}{8} - \sqrt{\frac{25}{16}}$$

$$\frac{1}{8} : \left(\frac{x}{4} - 0,5 \right) = \frac{15}{8} - \frac{5}{4}$$

$$\frac{x}{4} - 0,5 = \frac{1}{8} : \frac{5}{8}$$

$$\frac{x}{4} - 0,5 = \frac{1}{5}$$

$$\frac{x}{4} = \frac{7}{10}$$

$$x = \frac{14}{5}$$

$$2/ \quad \left| x - \frac{2}{3} \right| - 0, (3) = \frac{1}{3}$$

$$\left| x - \frac{2}{3} \right| - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\left| x - \frac{2}{3} \right| = \frac{2}{3}$$

$$x - \frac{2}{3} = \pm \frac{2}{3}$$

$$x = 0; \quad x = \frac{4}{3}$$

$$3/ \quad (3 - x)^3 = -\frac{27}{64}$$

$$(3 - x)^3 = \left(-\frac{3}{4} \right)^3$$

$$3 - x = -\frac{3}{4}$$

$$x = \frac{15}{4}$$

$$4/ \quad (x + 1)^2 = \frac{25}{144}$$

$$(x + 1)^2 = \left(\frac{5}{12} \right)^2$$

$$x + 1 = \pm \frac{5}{12}$$

$$x = -\frac{7}{12}; \quad x = -\frac{17}{12}$$

$$5/ \quad 3 - 2\sqrt{x} = -1 \quad (\text{ĐK: } x \geq 0)$$

$$2\sqrt{x} = 4$$

$$\sqrt{x} = 2$$

$$x = 4 \quad (\text{TM})$$

$$6/ \quad 2x - \sqrt{x} = 0$$

$$\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1) = 0$$

$$\sqrt{x} = 0 \quad \text{hoặc} \quad \sqrt{x} - 1 = 0$$

$$x = 0 \quad \text{hoặc} \quad x = 1$$

$$7) \quad |x - 3| = x - 2, \quad \text{ĐK: } x \geq 2$$

$$\Rightarrow x - 3 = x - 2 \quad \text{hoặc} \quad x - 3 = -(x - 2)$$

+) TH1:

$$x - 3 = x - 2$$

$$x - x = -2 + 3$$

$$0x = 1 \quad (\text{vô lý})$$

$$\Rightarrow x \in \emptyset$$

+) TH2:

$$x - 3 = -(x - 2)$$

$$x - 3 = -x + 2$$

$$x + x = 2 + 3$$

$$2x = 5$$

$$x = \frac{5}{2} \quad (\text{TM})$$

$$\text{Vậy } x = \frac{5}{2}$$

$$8) \quad |2x + 1| = |3 - x|$$

$$\Rightarrow 2x + 1 = 3 - x \quad \text{hoặc} \quad 2x + 1 = -(3 - x)$$

+) TH1:

$$2x + 1 = 3 - x$$

$$2x + x = 3 - 1$$

$$3x = 2$$

$$x = \frac{2}{3}$$

+) TH2:

$$2x + 1 = -(3 - x)$$

$$2x + 1 = -3 + x$$

$$2x - x = -3 - 1$$

$$x = -4$$

$$\text{Vậy } x = \frac{2}{3} \quad \text{hoặc} \quad x = -4$$

$$9) \quad 1\frac{1}{3} : 0,8 = 0,75x : (-1,5)$$

$$\frac{4}{3} : \frac{4}{5} = \frac{3}{4} x : \frac{-3}{2}$$

$$\frac{5}{3} = \frac{3}{4} x : \frac{-3}{2}$$

$$\frac{3}{4} x = \frac{5}{3} \cdot \frac{-3}{2} = \frac{-5}{2}$$

$$x = \frac{-5}{2} : \frac{3}{4}$$

$$x = \frac{-10}{3}$$

Vậy $x = \frac{-10}{3}$

10) $\frac{2-3x}{x-2} = -1\frac{2}{5} \quad (x \neq 2)$

$$\frac{2-3x}{x-2} = \frac{-7}{5}$$

$$\Rightarrow 5(2-3x) = -7(x-2)$$

$$10-15x = -7x+14$$

$$-15x+7x = 14-10$$

$$-8x = 4$$

$$x = \frac{4}{-8} = \frac{-1}{2} \quad (\text{TM})$$

Vậy $x = \frac{-1}{2}$

11) $\frac{2x+3}{5x+2} = \frac{4x+5}{10x+2}$

$$\Rightarrow (2x+3)(10x+2) = (4x+5)(5x+2)$$

$$2x(10x+2) + 3(10x+2) = 4x(5x+2) + 5(5x+2)$$

$$20x^2 + 4x + 30x + 6 = 20x^2 + 8x + 25x + 10$$

$$4x + 30x - 8x - 25x = 10 - 6$$

$$x = 4$$

Vậy $x = 4$

12) $\frac{2x-18}{2x+4} = \frac{2x-17}{2x+16}$

Sản phẩm của group Toán THCS

$$\begin{aligned}\Rightarrow (2x - 18)(2x + 16) &= (2x - 17)(2x + 4) \\ 2x(2x + 16) - 18(2x + 16) &= 2x(2x + 4) - 17(2x + 4) \\ 4x^2 + 32x - 36x - 288 &= 4x^2 + 8x - 34x - 68 \\ 32x - 36x - 8x + 34x &= -68 + 288 \\ 22x &= 220 \\ x &= 10\end{aligned}$$

Vậy $x = 10$

Bài 3: Tìm x, y, z:

a) $\frac{x}{8} = \frac{y}{-7} = \frac{z}{12}$ và $-3x + 10y - 2z = 236$

b) $3x = 4y = 5z$ và $x - (y + z) = -21$

c) $\frac{x}{5} = \frac{y}{6}; \frac{y}{8} = \frac{z}{7}$ và $x + y - z = 69$

d) $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ và $2x + 3y - z = 50$.

e) $\frac{3}{4}x = \frac{4}{5}y = \frac{6}{7}z$ và $x + y + z = -45$

f) $\frac{x}{2} = \frac{y}{5}$ và $xy = 40$

g) $\frac{x}{y} = \frac{3}{5}$ và $xy = 60$

h) $4x = 6y$ và $x^2 + y^2 = 117$

Lời giải:

a) $\frac{x}{8} = \frac{y}{-7} = \frac{z}{12}$ và $-3x + 10y - 2z = 236$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{x}{8} = \frac{y}{-7} = \frac{z}{12} = \frac{-3x}{-24} = \frac{10y}{-70} = \frac{2z}{24} = \frac{-3x + 10y - 2z}{-24 - 70 - 24} = \frac{236}{-118} = -2$$

+) $\frac{x}{8} = -2 \Rightarrow x = 8 \cdot (-2) = -16$

+) $\frac{y}{-7} = -2 \Rightarrow y = (-7) \cdot (-2) = 14$

$$+) \frac{z}{12} = -2 \Rightarrow z = 12 \cdot (-2) = -24$$

Vậy $x = -16$, $y = 14$, $z = -24$.

$$b) 3x = 4y = 5z \text{ và } x - (y + z) = -21$$

$$\text{Từ } 3x = 4y \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{y}{3} \Rightarrow \frac{x}{20} = \frac{y}{15}$$

$$4y = 5z \Rightarrow \frac{y}{5} = \frac{z}{4} \Rightarrow \frac{y}{15} = \frac{z}{12}$$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{x}{20} = \frac{y}{15} = \frac{z}{12} = \frac{x - (y + z)}{20 - (15 + 12)} = \frac{-21}{-7} = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{20} = 3 \\ \frac{y}{15} = 3 \\ \frac{z}{12} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 60 \\ y = 45 \\ z = 36 \end{cases}$$

Vậy $x = 60$; $y = 45$; $z = 36$

$$c) \frac{x}{5} = \frac{y}{6}; \frac{y}{8} = \frac{z}{7} \text{ và } x + y - z = 69$$

$$\text{Từ } \frac{x}{5} = \frac{y}{6}; \frac{y}{8} = \frac{z}{7} \Rightarrow \frac{x}{20} = \frac{y}{24}; \frac{y}{24} = \frac{z}{21} \Rightarrow \frac{x}{20} = \frac{y}{24} = \frac{z}{21}$$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{x}{20} = \frac{y}{24} = \frac{z}{21} = \frac{x + y - z}{20 + 24 - 21} = \frac{69}{23} = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{20} = 3 \\ \frac{y}{24} = 3 \\ \frac{z}{21} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 60 \\ y = 72 \\ z = 63 \end{cases}$$

suy ra:

Vậy $x = 60$, $y = 72$, $z = 63$.

$$d) \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4} \text{ và } 2x + 3y - z = 50.$$

$$\text{Đặt } \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4} = k$$

$$\Rightarrow k = \frac{2x-2}{4} = \frac{3y-6}{9} = \frac{z-3}{4}$$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$k = \frac{2x-2}{4} = \frac{3y-6}{9} = \frac{z-3}{4} = \frac{2x-2+3y-6-z+3}{4+9-4} = \frac{2x+3y-z-5}{9}$$

$$\Rightarrow k = \frac{50-5}{9} = \frac{45}{9} = 5$$

$$+) \frac{x-1}{2} = 5 \Rightarrow x-1=10 \Rightarrow x=11$$

$$+) \frac{y-2}{3} = 5 \Rightarrow y-2=15 \Rightarrow y=17$$

$$+) \frac{z-3}{4} = 5 \Rightarrow z-3=20 \Rightarrow z=23$$

Vậy $x=11, y=17, z=23$.

e) $\frac{3}{4}x = \frac{4}{5}y = \frac{6}{7}z$ và $x+y+z=-45$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau và kết hợp với giả thiết ta có:

$$\frac{3}{4}x = \frac{4}{5}y = \frac{6}{7}z = \frac{x}{16} = \frac{y}{15} = \frac{z}{14} = \frac{x+y+z}{16+15+14} = \frac{-45}{45} = -1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{16} = -1 \\ \frac{y}{15} = -1 \\ \frac{z}{14} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -16 \\ y = -15 \\ z = -14 \end{cases}$$

Vậy $x=-16, y=-15, z=-14$.

f) $\frac{x}{2} = \frac{y}{5}$ và $xy=40$

Đặt $\frac{x}{2} = \frac{y}{5} = k \Rightarrow x=2k; y=5k (k \in \mathbb{R})$

$$\Rightarrow xy = 2k \cdot 5k = 10k^2 = 40$$

$$\Rightarrow k^2 = 4 \Rightarrow k = \pm 2$$

Với $k=2 \Rightarrow x=2 \cdot 2=4; y=5 \cdot 2=10$

Với $k=-2 \Rightarrow x=2 \cdot (-2)=-4; y=5 \cdot (-2)=-10$

Vậy $x=4; y=10$ hoặc $x=-4; y=-10$

$$g) \frac{x}{y} = \frac{3}{5} \text{ và } xy = 60$$

$$\text{Từ } \frac{x}{y} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{y}{5}$$

$$\text{Đặt } \frac{x}{3} = \frac{y}{5} = k \Rightarrow x = 3k; y = 5k (k \in \mathbb{R})$$

$$\Rightarrow xy = 3k \cdot 5k = 15k^2 = 60$$

$$\Rightarrow k^2 = 4 \Rightarrow k = \pm 2$$

$$\text{Với } k = 2 \Rightarrow x = 3 \cdot 2 = 6; y = 5 \cdot 2 = 10$$

$$\text{Với } k = -2 \Rightarrow x = 3 \cdot (-2) = -6; y = 5 \cdot (-2) = -10$$

$$\text{Vậy } x = 6; y = 10 \text{ hoặc } x = -6; y = -10$$

$$h) 4x = 6y \text{ và } x^2 + y^2 = 117$$

$$\text{Từ } 4x = 6y \Rightarrow 2x = 3y \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{y}{2}$$

$$\text{Đặt } \frac{x}{3} = \frac{y}{2} = k \Rightarrow x = 3k; y = 2k (k \in \mathbb{R})$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = (3k)^2 + (2k)^2 = 13k^2 = 117$$

$$\Rightarrow k^2 = 9 \Rightarrow k = \pm 3$$

$$\text{Với } k = 3 \Rightarrow x = 3 \cdot 3 = 9; y = 2 \cdot 3 = 6$$

$$\text{Với } k = -3 \Rightarrow x = 3 \cdot (-3) = -9; y = 2 \cdot (-3) = -6$$

$$\text{Vậy } x = 9; y = 6 \text{ hoặc } x = -9; y = -6$$

Bài 4 : Số bi của ba bạn Minh, Hùng, Dũng tỉ lệ với các số 4; 2; 5. Tính số viên bi của mỗi bạn, biết rằng số bi của Dũng nhiều hơn số bi của Minh là 30 viên bi.

Lời giải:

Gọi số bi của ba bạn Minh, Hùng, Dũng lần lượt là $x; y; z$ (viên bi) $(x; y; z \in \mathbb{N}^*)$

Theo bài ra ta có $\frac{x}{4} = \frac{y}{2} = \frac{z}{5}$ và $z - x = 30$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có :

$$\frac{x}{4} = \frac{y}{2} = \frac{z}{5} = \frac{z - x}{5 - 4} = \frac{30}{1} = 30$$

$$+) x = 30.4 = 120$$

$$+) y = 30.2 = 60$$

$$+) z = 30.5 = 150 \quad (\text{TM})$$

Vậy số bi của Minh là 120 viên bi; của Hùng là 60 viên bi; của Dũng là 150 viên bi.

Bài 5: Ba lớp 7A, 7B, 7C đi lao động trồng cây. Biết rằng tỉ số giữa số cây trồng được của lớp 7A và lớp 7B là $\frac{5}{4}$; tỉ số giữa số cây trồng được của lớp 7B và lớp 7C là $\frac{4}{3}$ và tổng số cây ba lớp trồng được là 144 cây. Tính số cây mỗi lớp đã trồng?

Lời giải:

Gọi số cây ba lớp 7A, 7B, 7C trồng được lần lượt là x, y, z (cây) ($x, y, z \in \mathbb{N}^*$)

Theo bài ra ta có $\frac{x}{y} = \frac{5}{4}; \frac{y}{z} = \frac{4}{3}$ và $x + y + z = 144$

Từ $\frac{x}{y} = \frac{5}{4}; \frac{y}{z} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{x}{5} = \frac{y}{4}; \frac{y}{4} = \frac{z}{3} \Rightarrow \frac{x}{5} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3}$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có :

$$\frac{x}{5} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3} = \frac{x+y+z}{5+4+3} = \frac{144}{12} = 12$$

$$+) x = 12.5 = 60$$

$$+) y = 12.4 = 48$$

$$+) z = 12.3 = 36 \quad (\text{TM})$$

Vậy lớp 7A trồng được 60 cây; lớp 7B trồng được 48 cây; lớp 7C trồng được 36 cây.

Bài 6. Có 68 tờ giấy bạc bao gồm các loại 1000đ, 2000đ và 5000đ. Biết giá trị mỗi loại tiền trên đều bằng nhau. Hỏi mỗi loại có mấy tờ.

Lời giải

Gọi số tờ tiền mỗi loại là x, y, z ($x, y, z \in \mathbb{N}^*$)

Tổng số có tất cả 68 tờ giấy bạc nên $x + y + z = 68$.

Vì giá trị mỗi loại tiền trên đều bằng nhau nên ta có $1000x = 2000y = 5000z$.

$$\Rightarrow \frac{x}{10} = \frac{y}{5} = \frac{z}{2}$$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có: $\frac{x}{10} = \frac{y}{5} = \frac{z}{2} = \frac{x+y+z}{10+5+2} = \frac{68}{17} = 4$

$$+ \frac{x}{10} = 4 \Rightarrow x = 40 \text{ (thỏa mãn)}$$

$$+ \frac{y}{5} = 4 \Rightarrow y = 20 \text{ (thỏa mãn)}$$

$$+ \frac{z}{2} = 4 \Rightarrow z = 8 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy số tờ tiền loại 1000đ, 2000đ, 5000đ lần lượt là 40; 20; 8

Bài 7. Tính độ dài các cạnh của một tam giác, biết các cạnh của tam giác tỉ lệ với các số $5; 4; 2$ và độ dài cạnh lớn nhất hơn độ dài cạnh nhỏ nhất của tam giác là 21cm .

Lời giải

Gọi độ dài ba cạnh tam giác lần lượt là x, y, z ($x, y, z > 0$) đơn vị: cm .

Ta có các cạnh của tam giác tỉ lệ với các số $5; 4; 2$ nên $x : y : z = 5 : 4 : 2 \Rightarrow \frac{x}{5} = \frac{y}{4} = \frac{z}{2}$

Mà độ dài cạnh lớn nhất hơn độ dài cạnh nhỏ nhất của tam giác là 21cm nên $x - z = 21$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có

$$\frac{x}{5} = \frac{y}{4} = \frac{z}{2} = \frac{x-z}{5-2} = \frac{21}{3} = 7$$

$$+ \frac{x}{5} = 7 \Rightarrow x = 35 \text{ (thỏa mãn)}$$

$$+ \frac{y}{4} = 7 \Rightarrow y = 28 \text{ (thỏa mãn)}$$

$$+ \frac{z}{2} = 7 \Rightarrow z = 14 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy độ dài ba cạnh của tam giác là $35\text{cm}; 28\text{cm}; 14\text{cm}$.

Bài 8. Ba lớp $7A, 7B, 7C$ cùng tham gia trồng cây. Biết mỗi học sinh lớp $7A$ trồng được 4 cây, mỗi học sinh lớp $7B$ trồng được 5 cây, mỗi học sinh lớp $7C$ trồng được 3 cây. Số cây ba lớp $7A, 7B, 7C$ trồng được tỉ lệ với $6; 8; 5$. Tính số

học sinh mỗi lớp biết số học sinh lớp $7A$ ít hơn số học sinh lớp $7C$ là 5 học sinh.

Lời giải

Gọi số học sinh mỗi lớp $7A, 7B, 7C$ lần lượt là x, y, z ($x, y, z \in \mathbb{N}^*$)

Ta có số học sinh lớp $7A$ ít hơn số học sinh lớp $7C$ là 5 học sinh nên $z - x = 5$.

Số cây lớp $7A$ trồng được là $4x$ cây

Số cây lớp $7B$ trồng được $5y$ cây

Số cây lớp $7C$ trồng được $3z$ cây

Số cây ba lớp $7A, 7B, 7C$ trồng được tỉ lệ với $6; 8; 5$ nên $4x : 5y : 3z = 6 : 8 : 5$

$$\text{Ta có } 4x : 5y : 3z = 6 : 8 : 5 \Rightarrow \frac{4x}{6} = \frac{5y}{8} = \frac{3z}{5} \Rightarrow \frac{x}{\frac{3}{2}} = \frac{y}{\frac{8}{5}} = \frac{z}{\frac{5}{3}}.$$

$$\frac{x}{\frac{3}{2}} = \frac{y}{\frac{8}{5}} = \frac{z}{\frac{5}{3}} = \frac{z - x}{\frac{5}{3} - \frac{3}{2}} = \frac{5}{\frac{1}{6}} = 30$$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có

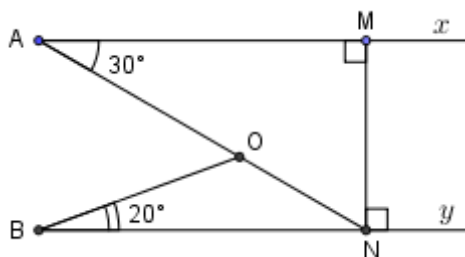
$$\begin{aligned} \frac{x}{\frac{3}{2}} &= 30 \\ + \quad \frac{y}{\frac{8}{5}} &\Rightarrow y = 48 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{y}{\frac{8}{5}} &= 30 \\ + \quad \frac{z}{\frac{5}{3}} &\Rightarrow z = 50 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{z}{\frac{5}{3}} &= 30 \\ + \quad \frac{x}{\frac{3}{2}} &\Rightarrow x = 45 \end{aligned}$$

Vậy số học sinh của ba lớp $7A, 7B, 7C$ lần lượt là $45; 48; 50$ học sinh.

Bài 9: Cho hình vẽ bên. Tính các góc ANB , góc ANM , góc AOB ?



Lời giải

$$\text{Vì: } \left. \begin{array}{l} Ax \perp MN \\ By \perp MN \end{array} \right\} \Rightarrow Ax \parallel By$$

$$\text{Do: } Ax \parallel By \Rightarrow \angle MAN = \angle ANB \text{ (hai góc so le trong)} \Rightarrow \angle ANB = 30^\circ$$

$$\text{Do: } By \perp MN \Rightarrow \angle BNM = 90^\circ$$

$$\text{Lại có: } \angle BNM = \angle ANB + \angle ANM \text{ (hai góc kề nhau)}$$

$$\Rightarrow \angle ANM = \angle BNM - \angle ANB$$

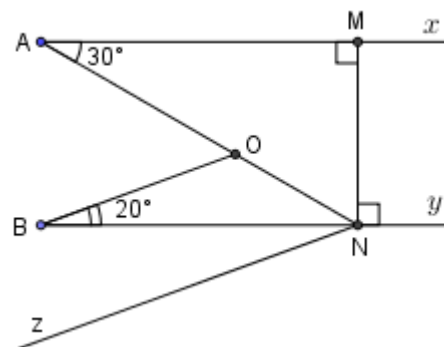
$$\Rightarrow \angle ANM = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$$\text{Từ } N, \text{ kẻ } Nz \parallel BO \Rightarrow \angle BNz = \angle BNO \text{ (hai góc so le trong)} \\ \Rightarrow \angle BNz = 20^\circ$$

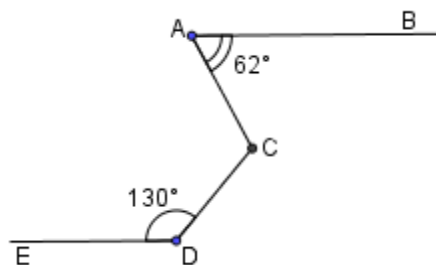
$$\text{Do: } Nz \parallel BO \Rightarrow \angle AOB = \angle ONz \text{ (hai góc đồng vị)}$$

$$\Rightarrow \angle AOB = \angle ANB + \angle BNz \Rightarrow \angle AOB = 30^\circ + 20^\circ = 50^\circ$$

$$\text{Vậy: } \left\{ \begin{array}{l} \angle ANB = 30^\circ \\ \angle ANM = 60^\circ \\ \angle AOB = 50^\circ \end{array} \right.$$



Bài 10: Cho hình vẽ bên, biết $AB \parallel DE$. Tính góc ACD ?



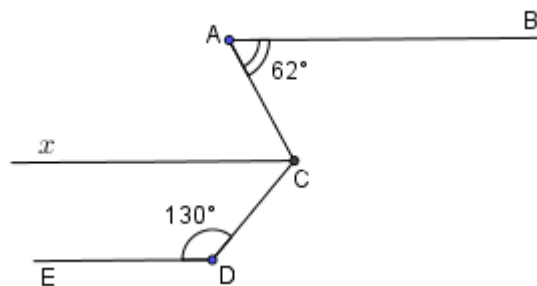
Lời giải

Từ C, kẻ $Cx \parallel AB$ (hình vẽ).

$$\text{Do } Cx \parallel AB \Rightarrow \angle BAC = \angle ACx \text{ (hai góc so le trong)} \\ \Rightarrow \angle ACx = 62^\circ$$

$$\text{Vì: } \left. \begin{array}{l} Cx \parallel AB \\ AB \parallel DE \end{array} \right\} \Rightarrow Cx \parallel DE$$

$$\text{Do } Cx \parallel DE \Rightarrow \angle ACD + \angle CDE = 180^\circ \text{ (hai góc trong cùng phía)} \Rightarrow \angle ACD = 180^\circ - \angle CDE \\ \Rightarrow \angle ACD = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$



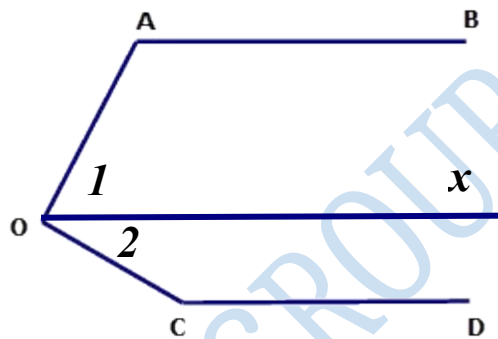
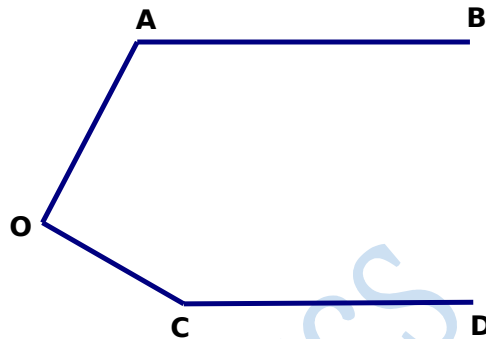
Khi đó ta có: $\widehat{ACD} = \widehat{ACx} + \widehat{xCD}$

$$\Leftrightarrow \widehat{ACD} = 62^\circ + 50^\circ = 112^\circ$$

Vậy: $\widehat{ACD} = 112^\circ$

Bài 11: Cho hình vẽ bên, biết góc OAB bằng 130° ; góc AOC bằng 70° ; góc OCD bằng 160°

. Chứng minh $AB \parallel CD$



Lời giải:

Vẽ $Ox \parallel AB \Rightarrow \widehat{\theta_1} + \widehat{A} = 180^\circ$ (hai góc vị trí trong cùng phía)

$$\Rightarrow \widehat{\theta_1} = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$

$$\text{Vì } \widehat{AOC} = \widehat{\theta_1} + \widehat{\theta_2} \Rightarrow \widehat{\theta_2} = 70^\circ - 50^\circ = 20^\circ$$

Vì $\widehat{\theta_2} + \widehat{C} = 180^\circ$ mà hai góc vị trí trong cùng phía bù nhau $\Rightarrow Ox \parallel CD$

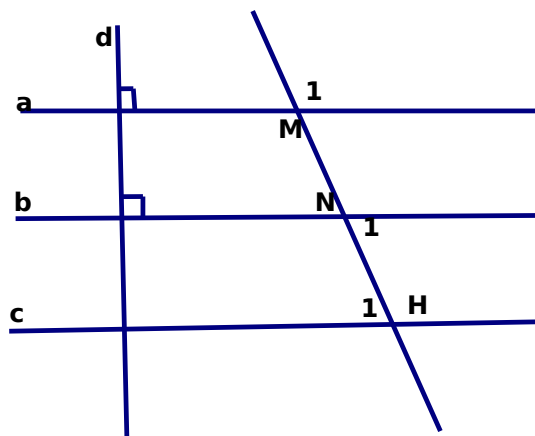
Mà $Ox \parallel AB \Rightarrow AB \parallel CD$

Bài 12: Cho hình vẽ bên:

d) Chứng minh rằng $a \parallel b$

e) Biết $\widehat{M}_1 = 2\widehat{N}_1$. Tính góc $\widehat{N}_1$?

f) Biết góc $\widehat{H}_1$ bằng 60° . Chứng minh a song song với c và c vuông góc với d .



Lời giải:

a) Vì $a \perp d$ và $b \perp d \Rightarrow a \parallel b$ (từ vuông góc đến song song).

b) Vì $\widehat{M}_1$ và $\widehat{N}_1$ là hai góc ngoài cùng phía của hai đường thẳng $a \parallel b$
 $\Rightarrow \widehat{M}_1 + \widehat{N}_1 = 180^\circ$ và $\widehat{M}_1 = 2 \cdot \widehat{N}_1 \Rightarrow \widehat{N}_1 = 180^\circ : 3 = 60^\circ$

c) Vì $\widehat{N}_1 = \widehat{H}_1 = 60^\circ$ mà hai góc ở vị trí so le trong $\Rightarrow b \parallel c$

Do đó $a \parallel b, b \parallel c$ nên $a \parallel c$.

Vì $a \parallel c, b \perp d \Rightarrow c \perp d$

Bài 13. Cho tam giác ABC . Trên nửa mặt phẳng bờ AB không chứa điểm C vẽ tia Ax sao cho góc $\widehat{BAx}$ bằng góc $\widehat{B}$. Trên nửa mặt phẳng bờ AC không chứa điểm B vẽ tia Ay sao cho góc $\widehat{CAy}$ bằng góc $\widehat{C}$. Trên tia Ax lấy điểm M , trên tia Ay lấy điểm N . Chứng minh rằng:

a) Ba điểm M, A, N thẳng hàng.

b) Tổng ba góc của tam giác ABC bằng 180° .

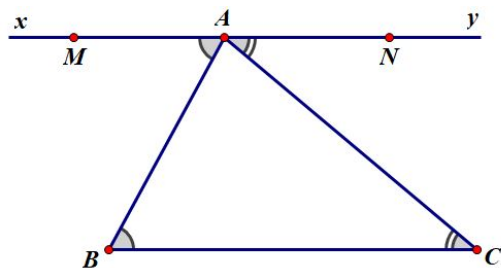
Lời giải

a) Ta có $\widehat{BAx} = \widehat{B}$ (theo đề bài)

mà $\widehat{BAx}$ và $\widehat{B}$ là hai góc so le trong
 $\Rightarrow Ax \parallel BC$ (1)

Ta có $\widehat{CAy} = \widehat{C}$ (theo đề bài)

Mà $\widehat{CAy}$ và $\widehat{C}$ là hai góc so le trong



$$\Rightarrow Ay // BC \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra Ax và Ay cùng thuộc một đường thẳng (Tiên đềƠ-clit)

Ta lại có $M \in Ax$, $N \in Ay$ suy ra M, A, N thẳng hàng.

b) Vì M, A, N thẳng hàng

$$\Rightarrow \widehat{BAx} + \widehat{BAC} + \widehat{CAy} = \widehat{MAN}$$

$$\Rightarrow \widehat{BAx} + \widehat{BAC} + \widehat{CAy} = 180^\circ$$

$$\text{mà } \widehat{BAx} = \widehat{B}, \widehat{CAy} = \widehat{C}$$

$$\Rightarrow \widehat{B} + \widehat{BAC} + \widehat{C} = 180^\circ$$

Vậy tổng ba góc của tam giác ABC bằng 180° .

Bài 14. Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức sau:

$$\text{a) } A = (x - 2)^2 - 25; \quad \text{b) } C = 2 - \frac{5}{(x+3)^2 + 1}$$

$$B = |2x - 10| + (5 - x)^2 + 23; \quad \text{c) } C = 2 - \frac{5}{(x+3)^2 + 1}$$

Lời giải:

$$\text{a) Ta có } (x - 2)^2 \geq 0, \text{ với mọi } x$$

$$\Rightarrow (x - 2)^2 - 25 \geq -25, \text{ với mọi } x$$

$$\Rightarrow A \geq -25$$

Vậy GTNN của A bằng -25

Dấu "=" xảy ra khi $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$.

$$\text{b) Ta có } B = |2x - 10| + (5 - x)^2 + 23$$

$$\text{Ta có } |2x - 10| \geq 0, \text{ với mọi } x$$

$$(5 - x)^2 \geq 0, \text{ với mọi } x$$

$$\Rightarrow |2x - 10| + (5 - x)^2 \geq 0, \text{ với mọi } x$$

$$\Rightarrow |2x - 10| + (5 - x)^2 + 23 \geq 23, \text{ với mọi } x$$

$$\Rightarrow B \geq 23$$

Vậy GTNN của B bằng 23

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} 2x - 10 = 0 \\ 5 - x = 0 \end{cases} \Rightarrow x = 5$.

c) Ta có $(x+3)^2 \geq 0$, với mọi x

$\Rightarrow (x+3)^2 + 1 \geq 1$, với mọi x

$\Rightarrow \frac{5}{(x+3)^2 + 1} \leq 5$, với mọi x

$\Rightarrow -\frac{5}{(x+3)^2 + 1} \geq -5$, với mọi x

$\Rightarrow 2 - \frac{5}{(x+3)^2 + 1} \geq 2 - 5$, với mọi x

$\Rightarrow C \geq -3$

Vậy GTNN của C bằng -3

Dấu "=" xảy ra khi $x+3=0 \Rightarrow x=-3$.

Bài 15: Tìm giá trị lớn nhất của các biểu thức sau:

a) $M = 5 - (x+2021)^2$

b) $N = -2(x+3)^2 - 27$

c) $D = \frac{5|x|+13}{|x|+2}$

Lời giải

a) $M = 5 - (x+2021)^2$

Ta có: $(x+2021)^2 \geq 0 \Rightarrow -(x+2021)^2 \leq 0 \Rightarrow 5 - (x+2021)^2 \leq 5$.

Dấu "=" xảy ra khi $(x+2021)^2 = 0 \Rightarrow x = -2021$.

Vậy GTLN của M là 5 . Dấu "=" xảy ra khi $x = -2021$.

b) $N = -2(x+3)^2 - 27$

Ta có: $(x+3)^2 \geq 0 \Rightarrow -2(x+3)^2 \leq 0 \Rightarrow -2(x+3)^2 - 27 \leq -27$

Dấu "=" xảy ra khi $(x+3)^2 = 0 \Rightarrow x = -3$.

Vậy GTLN của N là -27 . Dấu "=" xảy ra khi $x = -3$.

c) $D = \frac{5|x|+13}{|x|+2}$

$$D = \frac{5|x|+13}{|x|+2} = 5 + \frac{3}{|x|+2}$$

Ta có:

$$|x| \geq 0 \Rightarrow |x|+2 \geq 2 \Rightarrow \frac{3}{|x|+2} \leq \frac{3}{2} \Rightarrow 5 + \frac{3}{|x|+2} \leq 5 + \frac{3}{2} = \frac{13}{2}$$

Ta có:

Dấu "=" xảy ra khi $|x|=0 \Rightarrow x=0$.

Vậy GTLN của D là $\frac{13}{2}$. Dấu "=" xảy ra khi $x=0$.

Bài 16: Cho $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \neq \pm 1$. Chứng minh:

$$\text{a) } \frac{a^2 - b^2}{c^2 - d^2} = \frac{a^2 + ab}{c^2 + cd} \quad \text{b) } \frac{(a-b)^2}{(c-d)^2} = \frac{ab}{cd}$$

Lời giải

$$\text{Đặt } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \Rightarrow \begin{cases} a = bk \\ c = dk \end{cases}$$

$$\text{a) Ta có: } \frac{a^2 - b^2}{c^2 - d^2} = \frac{(bk)^2 - b^2}{(dk)^2 - d^2} = \frac{b^2k^2 - b^2}{d^2k^2 - d^2} = \frac{b^2}{d^2} \quad (1)$$

$$\frac{a^2 + ab}{c^2 + cd} = \frac{(bk)^2 + bk \cdot b}{(dk)^2 + dk \cdot d} = \frac{b^2k^2 + b^2k}{d^2k^2 + d^2k} = \frac{b^2}{d^2} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta suy ra: } \frac{a^2 - b^2}{c^2 - d^2} = \frac{a^2 + ab}{c^2 + cd}$$

$$\text{b) Ta có: } \frac{(a-b)^2}{(c-d)^2} = \frac{(bk-b)^2}{(dk-d)^2} = \frac{b^2(k-1)^2}{d^2(k-1)^2} = \frac{b^2}{d^2} \quad (3)$$

$$\frac{ab}{cd} = \frac{bk \cdot b}{dk \cdot d} = \frac{b^2}{d^2} \quad (4)$$

$$\text{Từ (3) và (4) ta suy ra: } \frac{(a-b)^2}{(c-d)^2} = \frac{ab}{cd}$$

Bài 17: Biết $\frac{bz - cy}{a} = \frac{cx - az}{b} = \frac{ay - bx}{c}$ (a, b, c, x, y, z đều khác 0).

Hãy chứng minh $x:y:z=a:b:c$.

Lời giải

Ta có:
$$\frac{bz - cy}{a} = \frac{cx - az}{b} = \frac{ay - bx}{c} \Rightarrow \frac{bzx - cyx}{ax} = \frac{cxy - azy}{by} = \frac{ayz - bxz}{cz}.$$

Áp dụng tính chất bằng nhau của tam giác ta có:

$$\frac{bzx - cyx}{ax} = \frac{cxy - azy}{by} = \frac{ayz - bxz}{cz} = \frac{(bzx - cyx) + (cxy - azy) + (ayz - bxz)}{ax + by + cz} = 0$$

Khi đó ta có:
$$\begin{cases} bz = cy \\ cx = az \\ ay = bx \end{cases} \Leftrightarrow \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} \Leftrightarrow x:y:z=a:b:c.$$

Vậy $x:y:z=a:b:c$.