

Người làm: Lê Thị Hoài

Zalo: Lê Hoài - số đt zalo: 0967081193

Email: Vulebaoan1308@gmail.com

CD13: PHẦN HÌNH HỌC

Dạng 1. Tính số đo góc, chứng minh góc bằng nhau

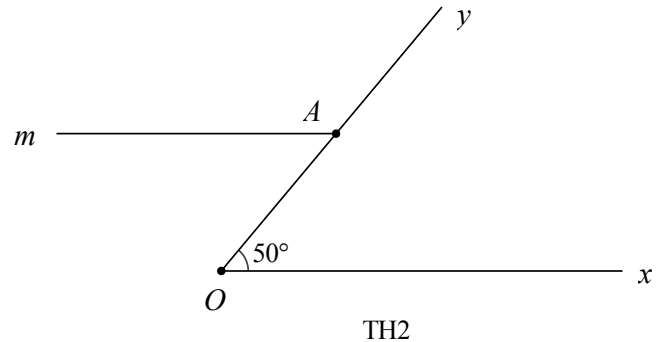
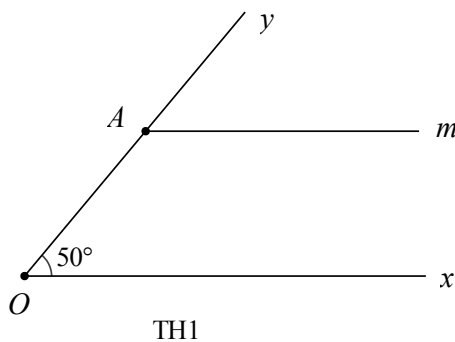
A. Trắc nghiệm

Câu 1. (HSG 7 huyện Tân An 2017 - 2018)

Cho $\hat{xOy} = 50^\circ$, điểm A nằm trên Oy . Qua A vẽ tia Am . Để Am song song với Ox thì số đo của \hat{OAm} là:

- A. 50° B. 130° C. 50° và 130° D. 80°

Lời giải



TH1: Vì $Am \parallel Ox$

nên $\hat{AOx} + \hat{OAm} = 180^\circ$ (hai góc trong cùng phía)

Thay $\hat{AOx} = 50^\circ$, ta có :

$$50^\circ + \hat{OAm} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{OAm} = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

TH2: Vì $Am \parallel Ox$

nên $\hat{AOx} = \hat{OAm}$ (hai góc so le trong)

mà $\hat{AOx} = 50^\circ$

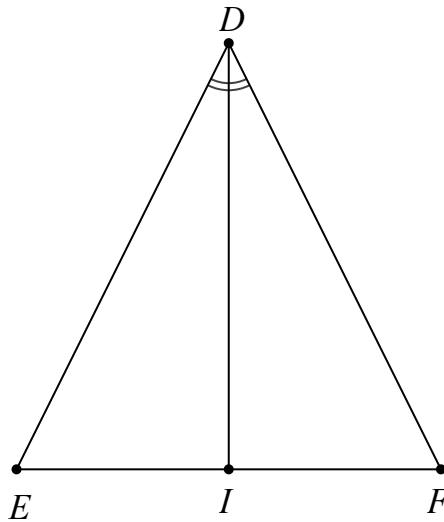
$$\Rightarrow \hat{OAm} = 50^\circ$$

Câu 2. (HSG 7 huyện Tân An 2017 - 2018)

Cho tam giác DEF có $\hat{E} = \hat{F}$. Tia phân giác của góc D cắt EF tại I . Ta có:

- A. $\triangle DIE = \triangle DIF$ B. $DE = DF, \hat{IDE} = \hat{IDF}$
 C. $IE = IF, DI = EF$ D. Cả A, B đều đúng

Lời giải



Ta có: $\widehat{E} = \widehat{F}$ (gt)

$\Rightarrow \triangle DEF$ cân tại D

Xét $\triangle DIE$ và $\triangle DIF$ có:

DI : cạnh chung

$DE = DF$ ($\triangle DEF$ cân tại D)

$\widehat{EDI} = \widehat{FDI}$ (DI là tia phân giác)

$\Rightarrow \triangle DIE = \triangle DIF$ (c - g - c)

$\Rightarrow IE = IF$ (hai cạnh tương ứng)

Câu 3. (HSG 7 huyện Tân An 2017 - 2018)

Cho tam giác ABC cân tại A , $\widehat{A} = 20^\circ$. Trên cạnh AB lấy điểm D sao cho $AD = BC$. Số đo của góc BDC là:

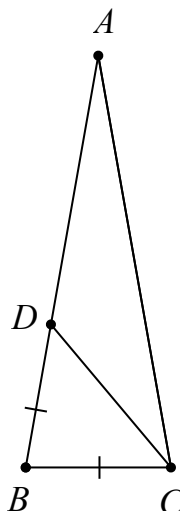
A. 50°

B. 70°

C. 30°

D. 80°

Lời giải



+) Xét $\triangle ABC$ có:

$$\hat{BAC} + \hat{ABC} + \hat{ACB} = 180^\circ \quad (\text{tổng ba góc trong một tam giác})$$

$$20^\circ + \hat{ABC} + \hat{ACB} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{ABC} + \hat{ACB} = 160^\circ$$

mà $\hat{ABC} = \hat{ACB}$ ($\triangle ABC$ cân tại A)

$$\Rightarrow \hat{ABC} = \hat{ACB} = 80^\circ$$

+) Ta có: $AD = BC$ (gt)

$\Rightarrow \triangle BDC$ cân tại B .

+) Xét $\triangle BDC$ có:

$$\hat{DBC} + \hat{BDC} + \hat{BCD} = 180^\circ \quad (\text{tổng ba góc trong một tam giác})$$

$$80^\circ + \hat{BDC} + \hat{BCD} = 180^\circ$$

$$\hat{BDC} + \hat{BCD} = 100^\circ$$

mà $\hat{BDC} = \hat{BCD}$ ($\triangle BDC$ cân tại B)

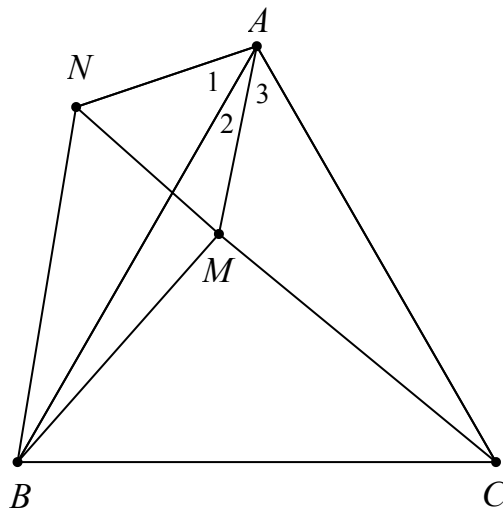
$$\Rightarrow \hat{BDC} = \hat{BCD} = 50^\circ$$

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 huyện Hoàng Hóa 2017 - 2018)

Cho tam giác đều ABC . M là một điểm nằm trong tam giác sao cho $MA : MB : MC = 3 : 4 : 5$.
 Tính số đo góc AMB .

Lời giải



Do $MA : MB : MC = 3 : 4 : 5$

$$\frac{MA}{3} = \frac{MB}{4} = \frac{MC}{5} = a$$

Đặt

$$\Rightarrow MA = 3a, MB = 4a, MC = 5a$$

Trên nửa mặt phẳng bờ AC dựng tam giác đều AMN .

$$\Rightarrow AM = AN = MN = 3a \text{ và } \angle AMN = 60^\circ$$

Xét $\triangle ABN$ và $\triangle ACM$ có:

$$AB = AC \text{ (gt)}$$

$$AN = AM (=3a)$$

$$\angle A_1 = \angle A_3 (=60^\circ - \angle A_2)$$

$$\Rightarrow \triangle ABN = \triangle ACM \text{ (c - g - c)}$$

$$\Rightarrow BN = CN = 5a$$

Xét $\triangle BMN$ có: $BN^2 = (5a)^2 = 25a^2$

$$BM^2 + MN^2 = (4a)^2 + (3a)^2 = 25a^2$$

$$\Rightarrow BN^2 = BM^2 + MN^2$$

$\Rightarrow \triangle BMN$ vuông tại M (định lý Pytago đảo)

$$\Rightarrow \angle NMB = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle AMB = \angle AMN + \angle NMB = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$$

Dạng 2. Chứng minh đoạn thẳng bằng nhau

B. Tự luận

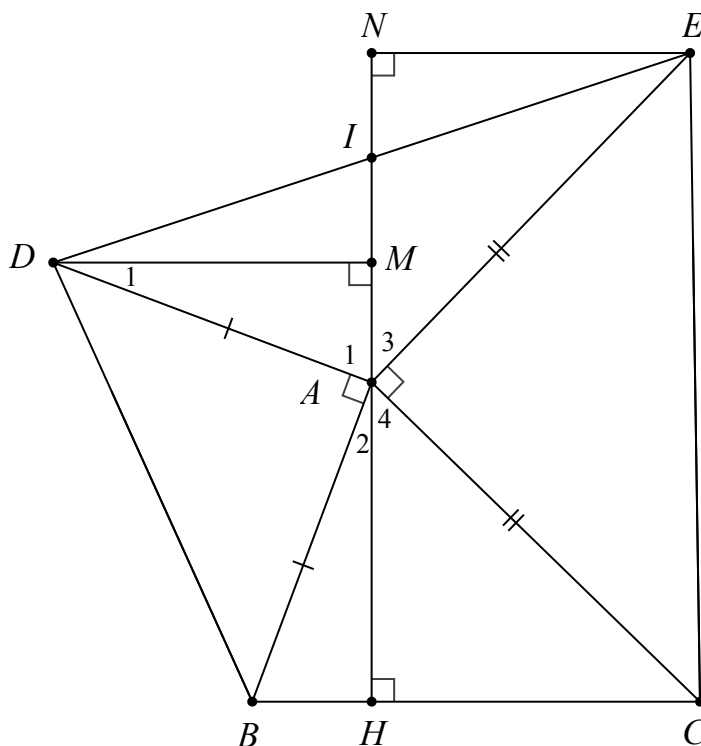
Câu 1. (HSG 7 huyện Hoàng Hóa 2017 - 2018)

Cho tam giác nhọn ABC . Vẽ về phía ngoài tam giác ABC các tam giác vuông tại A : $\triangle ABD, \triangle ACE$ sao cho $AB = AD, AE = AC$. Kẻ AH vuông góc với BC , DM vuông góc với AH , EN vuông góc với AH .

a) Chứng minh: $DM = AH$.

b) Chứng minh MN đi qua trung điểm của DE .

Lời giải



$\triangle MAD$ và $\triangle HBA$ có:

a) Xét

$$\angle AMD = \angle BHA = 90^\circ \text{ (gt)}$$

$$AD = AB \text{ (gt)}$$

$$\hat{D}_1 = \hat{A}_2 \text{ (cùng phụ với } \hat{H}_1 \text{)}$$

$$\Rightarrow \triangle MAD = \triangle HBA \text{ (cạnh huyền – góc nhọn)}$$

$$\Rightarrow DM = AH \text{ (hai cạnh tương ứng) (đpcm)}$$

b) Chứng minh tương tự câu a $\Rightarrow EN = AH$

Gọi giao điểm của MN và DE là I .

Chứng minh được: $\triangle MID = \triangle NIE$ (cạnh góc vuông – góc nhọn)

$$\Rightarrow ID = IE$$

$\Rightarrow I$ là trung điểm của DE .

$\Rightarrow MN$ đi qua trung điểm I của DE (đpcm).

Câu 2. (HSG 7 huyện Cẩm Phả 2017 - 2018)

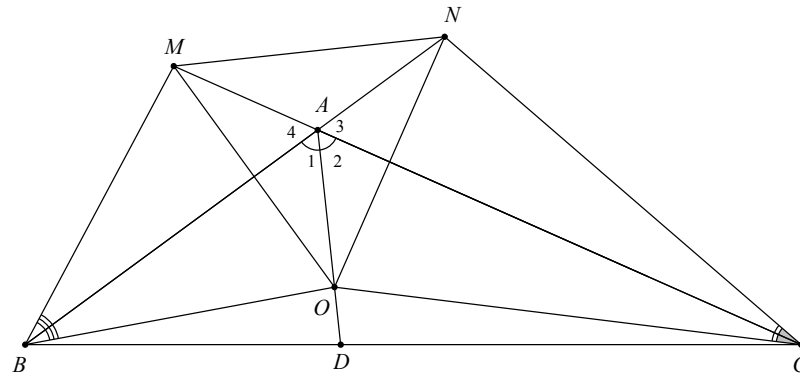
Cho $\triangle ABC$ có $\hat{B} + \hat{C} = 60^\circ$, phân giác AD . Trên AD lấy điểm O . Trên tia đối của tia AC lấy điểm M sao cho $\angle BM = \angle BO$. Trên tia đối của tia AB lấy điểm N sao cho $\angle CN = \angle CO$.

Chứng minh rằng

a) $AM = AN$.

b) $\triangle MON$ là tam giác đều.

Lời giải



a) $\triangle ABC$ có $\widehat{B} + \widehat{C} = 60^\circ$ nên $\widehat{A} = 120^\circ$

Do AD là tia phân giác nên $\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 = 60^\circ$

Ta lại có: $\widehat{A}_3 = \widehat{A}_4 = 180^\circ - \widehat{A} = 60^\circ$

Suy ra: $\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 = \widehat{A}_3 = \widehat{A}_4 = 60^\circ$

$\Rightarrow \triangle ABM = \triangle ABD$ (g - c - g) $\Rightarrow AM = AO$ (1)

và $\triangle ACN = \triangle ACO$ (g - c - g) $\Rightarrow AN = AO$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $AM = AN$ (đpcm).

b) $\triangle AOM = \triangle AON$ (c - g - c) $\Rightarrow OM = ON$ (3)

$\triangle AOM = \triangle AMN$ (c - g - c) $\Rightarrow OM = MN$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra: $OM = ON = MN$

$\Rightarrow \triangle MON$ là tam giác đều (đpcm).

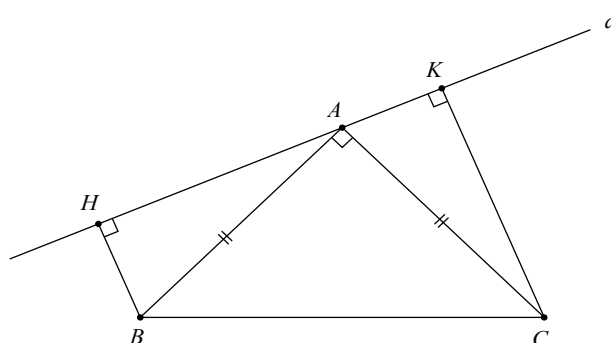
Câu 3. (HSG 7 Trường THCS Tào Sơn 2017 - 2018)

Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 90^\circ$, $AB = AC$. Qua A vẽ đường thẳng d sao cho B và C nằm cùng phía đối với đường thẳng d . Kẻ BH và CK vuông góc với d . Chứng minh rằng:

a) $AH = CK$.

b) $HK = BH + CK$.

Lời giải



a) Xét $\triangle AHB$ và $\triangle CKA$ có:

$$\widehat{AHB} = \widehat{CKA} (=90^\circ)$$

$$AB = AC$$

(gt)

$$\widehat{HAB} = \widehat{KCA} \quad \widehat{KAC}$$

(cùng phụ với)

$$\Rightarrow \triangle AHB = \triangle CKA$$

(g - c - g)

$$\Rightarrow AH = CK$$

(hai cạnh tương ứng)

b) Vì $\triangle AHB = \triangle CKA$ (cmt)

$$\Rightarrow BH = AK$$

(hai cạnh tương ứng)

$$KH = AH + AK = BH + CK$$

Vậy .

Dạng 3. Chứng minh ba điểm thẳng hàng

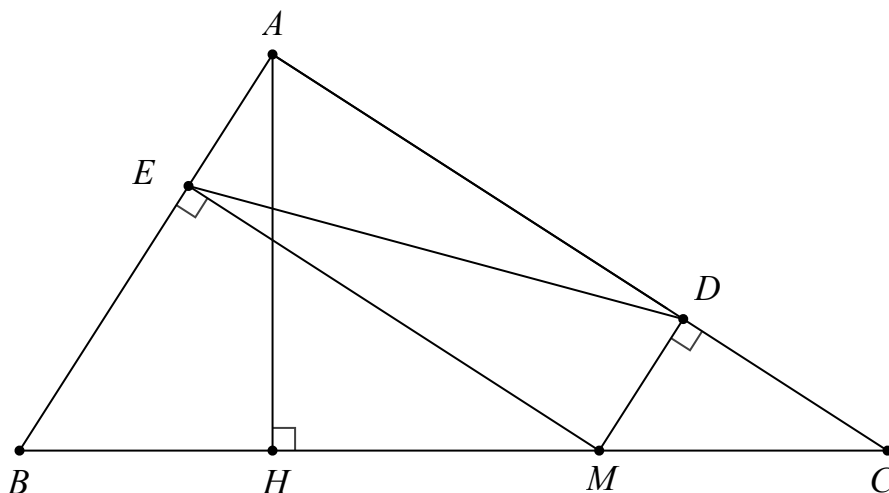
Dạng 4. Bất đẳng thức trong tam giác

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 huyện Cẩm Phả 2017 - 2018)

Cho tam giác ABC vuông ở A , điểm M nằm giữa B và C . Gọi D, E thứ tự là hình chiếu của M trên AC, AB . Tìm vị trí của M để DE có độ dài nhỏ nhất.

Lời giải



$$DE = AM \geq AH \quad (AH \text{ là đường cao của } \triangle ABC)$$

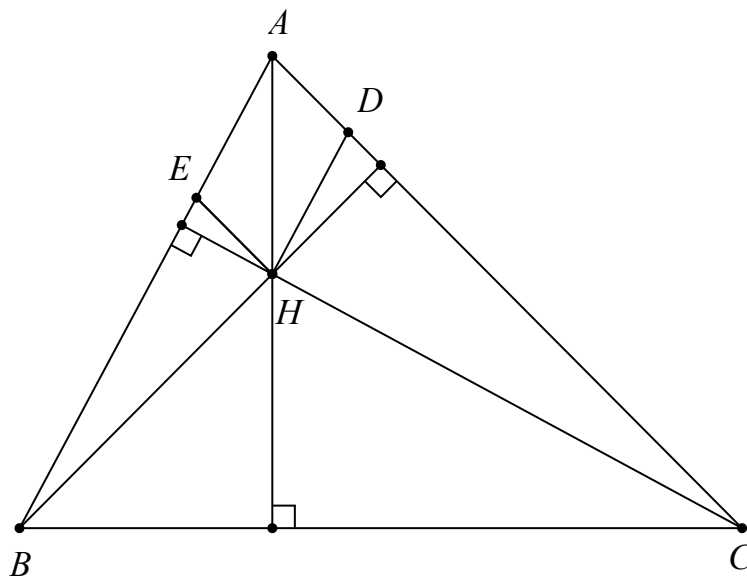
Vậy DE nhỏ nhất khi AM nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ trùng với H .

Câu 2. (HSG 7 huyện Tân An 2017 - 2018)

$$HA + HB + HC < \frac{2}{3}(AB + AC + BC)$$

Cho tam giác nhọn ABC , trực tâm H . Chứng minh rằng:

Lời giải



Qua H kẻ đường thẳng song song với AB cắt AC tại D , kẻ đường thẳng song song với AC cắt AB tại E .

Ta có: $\triangle AHD = \triangle HAE$ (g - c - g)

$$\Rightarrow AD = HE; AE = HD$$

$\triangle AHD$ có $HA < HD + AD$ nên $HA < AE + AD$ (1)

Ta có: $HE \perp BH$ (vì $HE \parallel AC$ mà $BH \perp AC$)

$\triangle HBE$ vuông nên $HB < BE$ (2)

Tương tự ta có: $HC < DC$ (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra: $HA + HB + HC < AB + AC$ (4)

Tương tự: $HA + HB + HC < AB + BC$ (5)

$HA + HB + HC < BC + AC$ (6)

$$HA + HB + HC < \frac{2}{3}(AB + AC + BC)$$

Từ (4), (5) và (6) suy ra: (đpcm)

Dạng 5. Chứng minh song song, vuông góc

Dạng 6. Hình khối trong thực tiễn

Dạng 7. Bài toán chứng minh tổng hợp

Câu 1. (HSG 7 huyện Tân An 2017 - 2018)

Cho tam giác ABC vuông tại B , $AB = 6$, $\angle C = 30^\circ$. Phân giác góc C cắt AB tại D . Khi đó độ dài đoạn thẳng BD và AD lần lượt là:

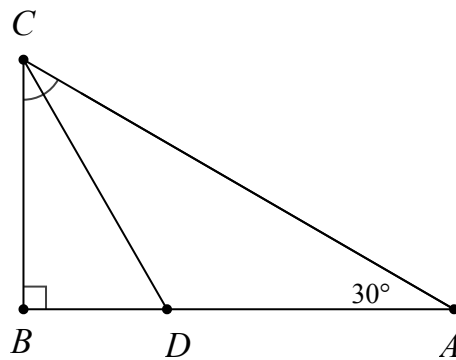
A. 2; 4

B. 3; 3

C. 4; 2

D. 1; 5

Lời giải



Lời giải

+) Xét $\triangle ABC$ vuông tại B có $\widehat{ABC} = 30^\circ$

$$\Rightarrow CB = \frac{1}{2} AC$$

hay $AC = 2CB$

Xét $\triangle ABC$ vuông tại B có $AC^2 = BC^2 + AB^2$ (định lí pythagore)

$$\Rightarrow (2BC)^2 = BC^2 + 6^2$$

$$4BC^2 - BC^2 = 36$$

$$3BC^2 = 36$$

$$BC^2 = 12$$

+) Xét $\triangle ABC$ vuông tại B có $\widehat{BAC} + \widehat{BCA} = 90^\circ$

$$30^\circ + \widehat{BCA} = 90^\circ$$

$$\widehat{BCA} = 60^\circ$$

Vì CD là phân giác của \widehat{BCA} (gt)

$$\Rightarrow \widehat{BCD} = \frac{1}{2} \widehat{BCA} = 30^\circ$$

+) Xét $\triangle DBC$ vuông tại B có $\widehat{BCD} = 30^\circ$

$$\Rightarrow BD = \frac{1}{2} CD$$

hay $CD = 2BD$

+) Xét $\triangle DBC$ vuông tại B có $CD^2 = BC^2 + BD^2$ (định lí pythagore)

$$\Rightarrow (2BD)^2 = 12 + BD^2$$

$$4BD^2 - BD^2 = 12$$

$$3BD^2 = 12$$

$$BD^2 = 4$$

$$BD = 2 \quad (BD > 0)$$

Vì: $BD + DA = AB$

$$\Rightarrow 2 + AD = 6$$

$$\Rightarrow AD = 4$$

Vậy $BD = 2$, $AD = 4$.

Câu 2. (HSG 7 huyện Tân An 2017 - 2018)

Cho tam giác ABC , hai đường trung tuyến BM, CN . Biết $AC > AB$. Khi đó độ dài hai đoạn thẳng BM và CN là:

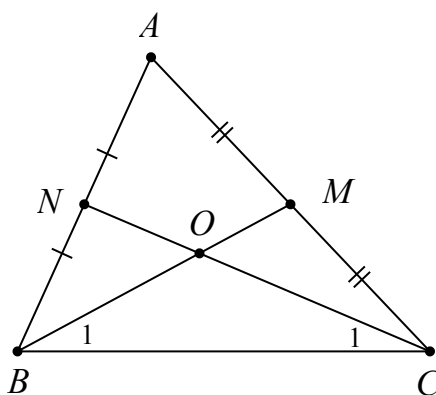
A. $BM \leq CN$

B. $BM > CN$

C. $BM < CN$

D. $BM = CN$

Lời giải



Gọi O là giao điểm của BM và CN .

Xét $\triangle ABC$ có: $AC > AB$

$$\Rightarrow \angle ABC > \angle ACB \quad (\text{quan hệ giữa góc và cạnh đối diện})$$

$$\Rightarrow \angle B_1 > \angle C_1$$

Xét $\triangle OBC$ có: $\angle B_1 > \angle C_1$ (cmt)

$$\Rightarrow OC > OB \quad (\text{quan hệ giữa góc và cạnh đối diện})$$

mà $OC = \frac{2}{3}CN, OB = \frac{2}{3}BM$ (O là trọng tâm của $\triangle ABC$)

$$\Rightarrow \frac{2}{3}CN > \frac{2}{3}BM$$

$$\Rightarrow CN > BM \quad \text{hay} \quad BM < CN$$

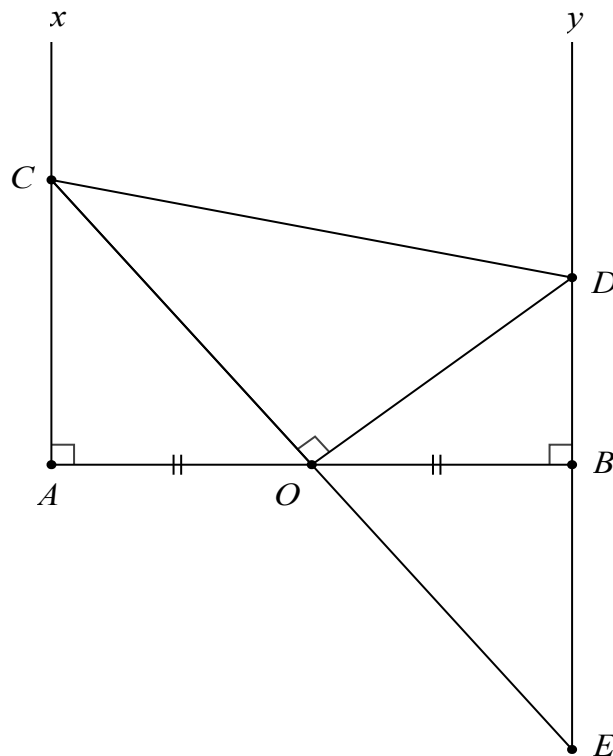
B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 huyện Tân An 2017 - 2018)

Cho đoạn thẳng AB . Trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng AB vẽ hai tia Ax và By lần lượt vuông góc với AB tại A và B . Gọi O là trung điểm của đoạn thẳng AB . Trên tia Ax lấy điểm C và trên tia By lấy điểm D sao cho góc COD bằng 90° .

a) Chứng minh rằng: $AC + BD = CD$.

Lời giải



a) Vẽ tia CO cắt tia đối của tia By tại điểm E .

Chứng minh $\Delta AOC = \Delta BOE (g - c - g) \Rightarrow AC = BE; CO = EO$

Chứng minh $\Delta DOC = \Delta DOE (c - g - c) \Rightarrow CD = ED$

mà $ED = EB + BD = AC + BD$

Từ đó: $CD = AC + BD$ (đpcm).

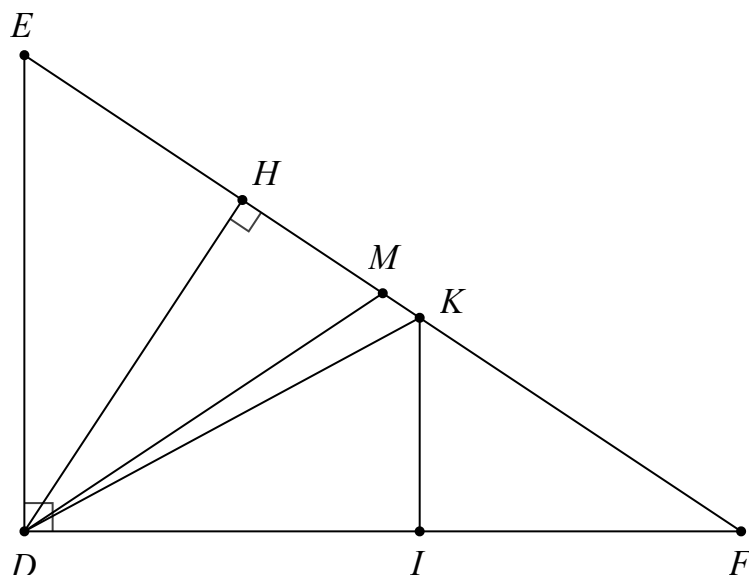
Câu 2. (HSG 7 huyện Năm Căn 2017 - 2018)

Cho ΔDEF vuông tại D và $DF > DE$, kẻ DH vuông góc với EF (H thuộc cạnh EF). Gọi M là trung điểm của EF .

a) Chứng minh $MDH = \frac{E}{2} - \frac{F}{2}$.

b) Chứng minh $EF - DE > DF - DH$.

Lời giải



a) Vì M là trung điểm của EF suy ra $MD = ME = MF$

$\Rightarrow \triangle MDE$ cân tại M .

$\Rightarrow \hat{E} = \hat{MDE}$

mà $\hat{HDE} = \hat{H}$ (cùng phụ với \hat{E})

Ta có: $\hat{MDH} = \hat{MDE} - \hat{HDE}$

Vậy $\hat{MDH} = \hat{E} - \hat{H}$ (đpcm)

b) Trên cạnh EF lấy K sao cho $EK = ED$, trên cạnh DF lấy I sao cho $DI = DH$.

Ta có: $EF - DE = EF - EK = KF$

$DF - DH = DF - DI = IF$

Ta cần chứng minh: $KF > IF$

$EK = ED \Rightarrow \triangle DEK$ cân $\Rightarrow \hat{EDK} = \hat{EKD}$

$\hat{EDK} + \hat{KDI} = \hat{EKD} + \hat{HDK} = 90^\circ \Rightarrow \hat{KDI} = \hat{HDK}$

$\triangle DHK = \triangle DIK$ (c - g - c) $\Rightarrow \hat{KID} = \hat{DHK} = 90^\circ$

Trong $\triangle KIF$ vuông tại $I \Rightarrow KF > FI$ (đpcm)

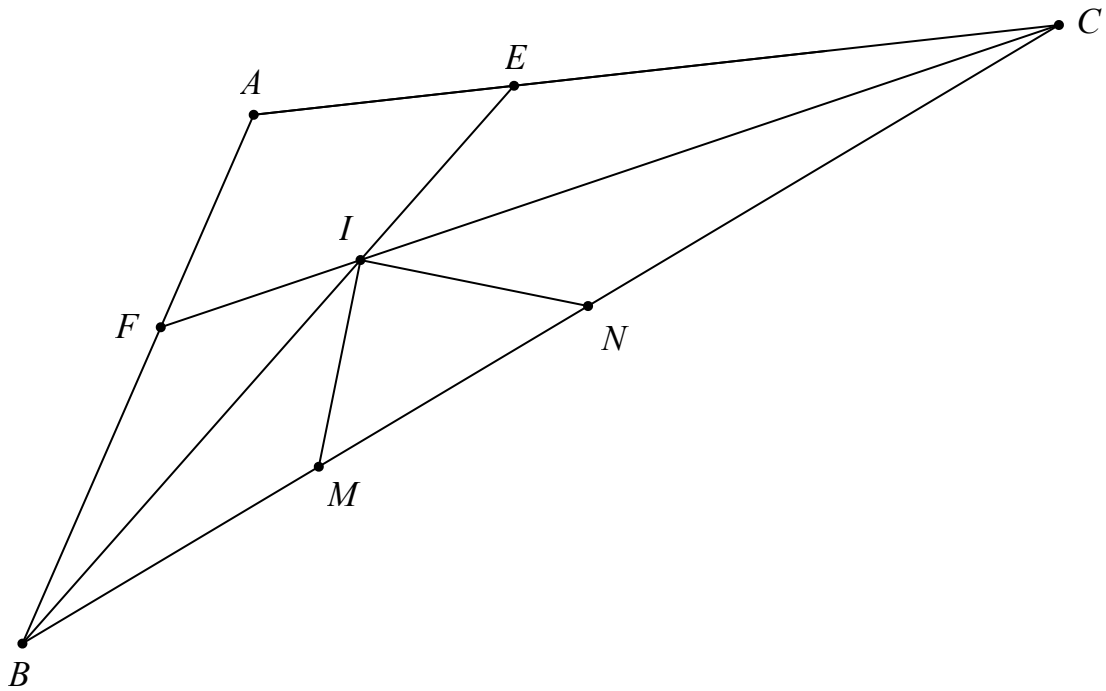
Câu 3. (HSG 7 huyện Năm Căn 2017 - 2018)

Cho $\triangle ABC$ có $\hat{A} = 120^\circ$. Các tia phân giác BE, CF của \hat{B} và \hat{C} cắt nhau tại I (E, F lần lượt thuộc các cạnh AC, AB). Trên cạnh BC lấy hai điểm M, N sao cho $\hat{BIM} = \hat{CIN} = 30^\circ$.

a) Tính số đo của \hat{MIN} .

b) Chứng minh $CE + BF < BC$.

Lời giải



$$\angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A = 60^\circ \Rightarrow \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = 30^\circ$$

a) Ta có:

$$\Rightarrow \angle BIC = 150^\circ \text{ mà } \angle BIM = \angle CIN = 30^\circ \Rightarrow \angle MIN = 90^\circ$$

b) $\angle BIC = 150^\circ \Rightarrow \angle FIB = \angle EIC = 30^\circ$

Suy ra: $\triangle BFI = \triangle BMI$ (g - c - g) $\Rightarrow BF = BM$

$\triangle CNI = \triangle CEI$ (g - c - g) $\Rightarrow CN = CE$

Do đó: $CE + BF = BM + CN < BM + MN + NC = BC$

Vậy $CE + BF < BC$

Câu 4. (HSG 7 huyện Bồ Trạch 2017 - 2018)

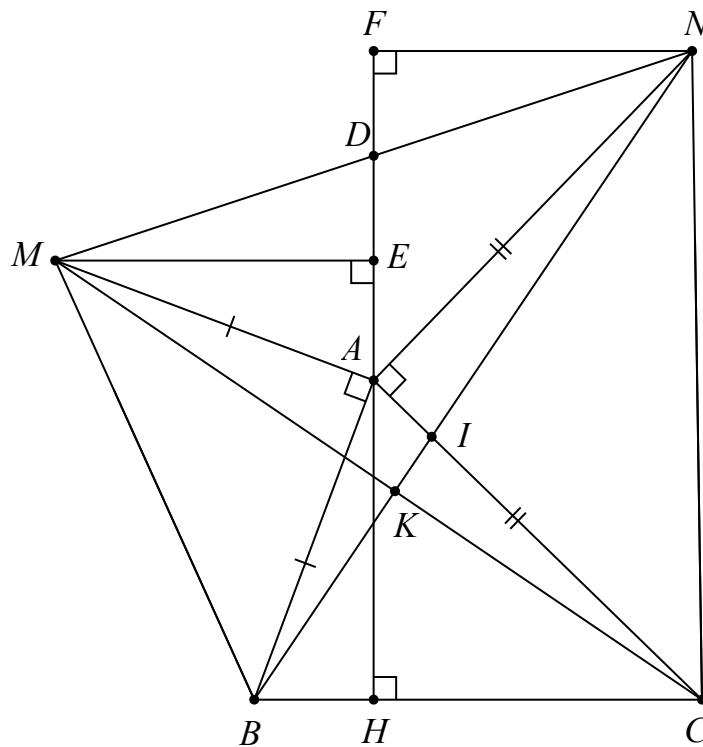
Cho tam giác ABC có góc A nhỏ hơn 90° . Vẽ ra ngoài tam giác ABC các tam giác vuông cân tại A là $\triangle ABM$ và $\triangle ACN$.

a) Chứng minh rằng: $\triangle AMC = \triangle ABN$.

b) Chứng minh: $BN \perp CM$.

c) Kẻ $AH \perp BC$ ($H \in BC$). Chứng minh AH đi qua trung điểm của MN .

Lời giải



a) Xét $\triangle AMC$ và $\triangle ABN$ có:

$$AM = AB \text{ (} \triangle AMB \text{ vuông cân)}$$

$$AC = AN \text{ (} \triangle ACN \text{ vuông cân)}$$

$$\hat{M}AC = \hat{B}AN (=90^\circ + \hat{B}AC)$$

$$\Rightarrow \triangle AMC = \triangle ABN \text{ (c - g - c)}$$

b) Gọi I là giao điểm của BN và AC , K là giao điểm của BN và MC .

Xét $\triangle KIC$ và $\triangle AIN$ có:

$$\hat{A}NI = \hat{K}CI \text{ (} \triangle AMC = \triangle ABN \text{)}$$

$$\hat{A}IN = \hat{K}IC \text{ (đối đỉnh)}$$

$$\Rightarrow \hat{I}KC = \hat{N}AI = 90^\circ$$

Do đó: $BN \perp CM$ (đpcm)

c) Kẻ $ME \perp AH$ tại E , $NF \perp AH$ tại F .

Gọi D là giao điểm của MN và AH .

$$\hat{B}AH + \hat{M}AE = 90^\circ \text{ (} \hat{M}AB = 90^\circ \text{)}$$

Ta có:

$$\text{Lại có: } \hat{M}AE + \hat{A}ME = 90^\circ \text{ nên } \hat{A}ME = \hat{B}AH$$

Xét $\triangle MAE$ và $\triangle ABH$ vuông tại E và H ta có:

$$\hat{A}ME = \hat{B}AH$$

$$MA = AB$$

$$\Rightarrow \Delta MAE = \Delta ABH \text{ (cạnh huyền – góc nhọn)}$$

$$\Rightarrow ME = AH$$

Chúng minh tương tự ta có: $\Delta AFN = \Delta CHA \Rightarrow FN = AH$

Xét ΔMED và ΔNFD vuông tại E và F có:

$$ME = NF (=AH)$$

$$\angle EMD = \angle FND \text{ (cùng phụ với } \angle MDE \text{ và } \angle FDN \text{ mà } \angle MDE = \angle FDN)$$

$$\Rightarrow \Delta MED = \Delta NFD$$

$$\Rightarrow BD = ND$$

Vậy AH đi qua trung điểm của MN .

Câu 5. (HSG 7 huyện Triệu Sơn 2017 - 2018)

Cho tam giác ABC cân tại A . Trên cạnh BC lấy điểm D (D khác B, C). Trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $CE = BD$. Đường vuông góc với BC kẻ từ D cắt AB tại M . Đường vuông góc với BC kẻ từ E cắt đường thẳng AC tại N , MN cắt BC tại I .

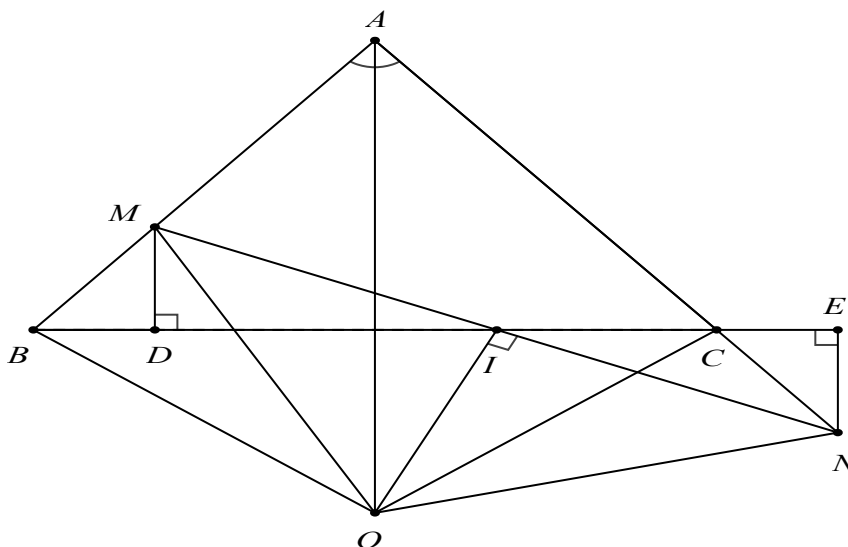
a) Chứng minh: $DM = EN$.

b) Chứng minh: $IM = IN, BC < MN$.

c) Gọi O là giao của đường phân giác $\angle A$ và đường thẳng vuông góc với MN tại I .

Chứng minh rằng $\Delta BMO = \Delta CNO$.

Lời giải



a) Tam giác ABC cân tại A nên $\angle ABC = \angle ACB$

$$\angle NCE = \angle ACB \text{ (đối đỉnh)}$$

Do đó: $\Delta MDB = \Delta NEC$ (g – c – g)

$\Rightarrow DM = EN$ (đpcm).

b) Ta có: $\triangle MDI = \triangle NEI$ (c - g - c)

$\Rightarrow MI = NI$

Vì $BD = CE$ nên $BC = DE$

Lại có: $DI < MN, IE < IN$ nên $DE = DI + IE < MI + NI = MN$

Suy ra: $BC < MN$ (đpcm).

c) Ta chứng minh được:

$\triangle ABO = \triangle ACO$ (c - g - c) $\Rightarrow OC = OB, \angle ABO = \angle ACO$

$\triangle MIO = \triangle NIO$ (c - g - c) $\Rightarrow OM = ON$

Ta lại có: $BM = CN$

$\Rightarrow \triangle BMO = \triangle CNO$ (c - c - c)

Câu 6. (HSG 7 huyện Thái Thụy 2017 - 2018)

Cho tam giác ABC vuông cân tại A . Trên tia đối của tia AC lấy điểm D sao cho $AD = AC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, BD .

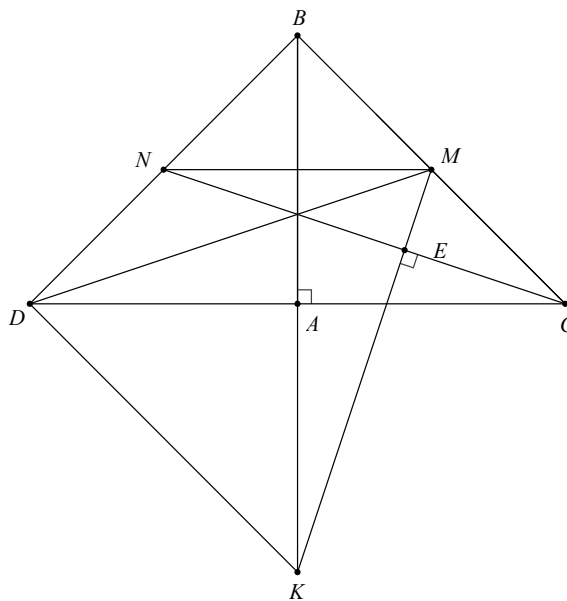
a) Tam giác BDC là tam giác gì? Vì sao? So sánh DM và CN .

b) Từ M kẻ đường thẳng vuông góc với CN cắt tia BA tại K .

Chứng minh: $\triangle BMK = \triangle CMD$.

c) Biết $AB = a$. Tính chu vi tam giác DMK .

Lời giải



a) Chứng minh được $\triangle BAD = \triangle BAC$ (c - g - c)

$\Rightarrow BD = BC$ và $\angle DBC = \angle DBA + \angle ABC = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$

$\Rightarrow \triangle BDC$ vuông cân tại B .

Chúng minh được: $\triangle BDM = \triangle BCN$

$$\Rightarrow DM = CN$$

b) Vì $\triangle BDM = \triangle BCN \Rightarrow \angle BNC = \angle BMD$

$\triangle BNC$ vuông tại B nên $\angle BNC + \angle BCN = 90^\circ$

$\triangle CME$ vuông tại E nên $\angle MCE + \angle CME = 90^\circ$

Từ đó suy ra: $\angle CME = \angle BMD$

$$\Rightarrow \angle BMK = \angle CMD$$

Chúng minh: $\triangle BMK = \triangle CMD$ (g - c - g)

c) $AB = a$ tính được $BC = a\sqrt{2}$ do áp dụng định lý Pytago với tam giác ABC .

$$BD = BC = a\sqrt{2}; BM = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Và cũng tính được

Vì $\triangle BMK = \triangle CMD \Rightarrow MD = MK$

Chu vi $\triangle DMK$ là: $2MD + DK$

$$DM = \frac{a\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$$

Tính được do áp dụng định lý Pytago vào $\triangle BDM$.

Chúng minh được: $\triangle BDK = \triangle BCK \Rightarrow DK = BC = a\sqrt{2}$

Chu vi $\triangle DMK$ là:

$$2MD + DK = 2a \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} + a\sqrt{2} = a\sqrt{10} + a\sqrt{2} = a(\sqrt{10} + \sqrt{2})$$

Câu 7. (HSG 7 huyện Sông Lô 2017 - 2018)

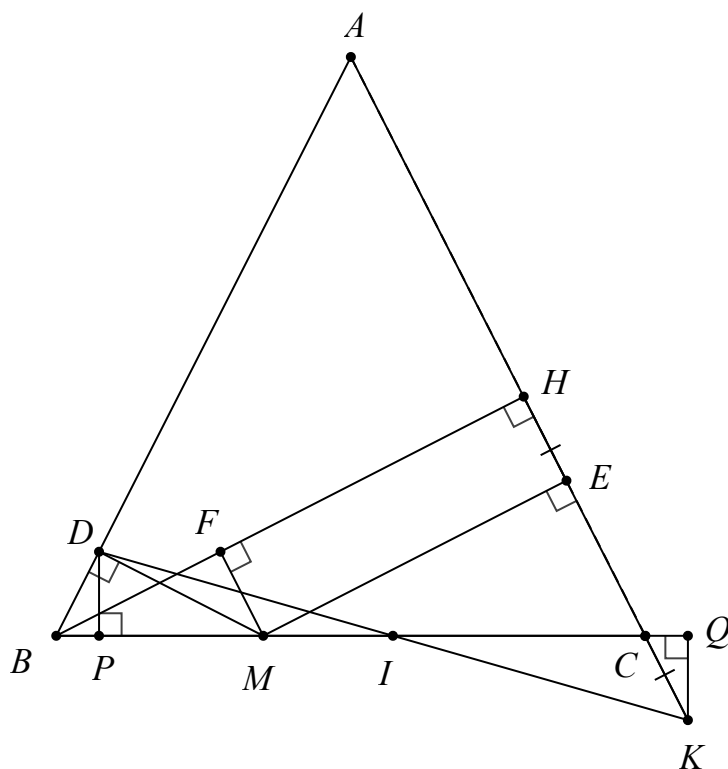
Cho tam giác ABC cân tại A , BH vuông góc với AC tại H . Trên cạnh BC lấy điểm M bất kỳ (khác B và C). Gọi D, E, F là chân đường vuông góc hạ từ M đến AB, AC, BH .

a) Chúng minh $\triangle DBM = \triangle FMB$.

b) Chúng minh khi M chạy trên cạnh BC thì tổng $MD + ME$ có giá trị không đổi.

c) Trên tia đối của tia CA lấy điểm K sao cho $CK = EH$. Chúng minh BC đi qua trung điểm của DK .

Lời giải



a) Chứng minh được $\triangle DBM = \triangle FMB$ (cạnh huyền – góc nhọn)

b) Theo câu a ta có: $\triangle DBM = \triangle FMB$

$\Rightarrow MD = BF$ (hai cạnh tương ứng) (1)

Chứng minh: $\triangle MFH = \triangle HEM \Rightarrow ME = FH$ (hai cạnh tương ứng) (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $MD + ME = BF + FH = BH$

BH không đổi $\Rightarrow MD + ME$ không đổi (đpcm).

c) Vẽ $DP \perp BC$ tại P , $KQ \perp BC$ tại Q .

Gọi I là giao điểm của DK và BC .

+) Chứng minh: $BD = FM = EH = CK$.

+) Chứng minh: $\triangle BDP = \triangle CKQ$ (cạnh huyền – góc nhọn)

$\Rightarrow DP = KQ$ (hai cạnh tương ứng)

+) Chứng minh: $IDP = IKQ$

$\Rightarrow \triangle DPI = \triangle KQI$ (g – c – g)

$\Rightarrow ID = IK$ (đpcm).

Câu 8. (HSG 7 Trường THCS Nguyễn Chí 2017 - 2018)

Cho tam giác ABC , M là trung điểm của BC . Trên tia đối của tia MA lấy điểm E sao cho $ME = MA$. Chứng minh rằng:

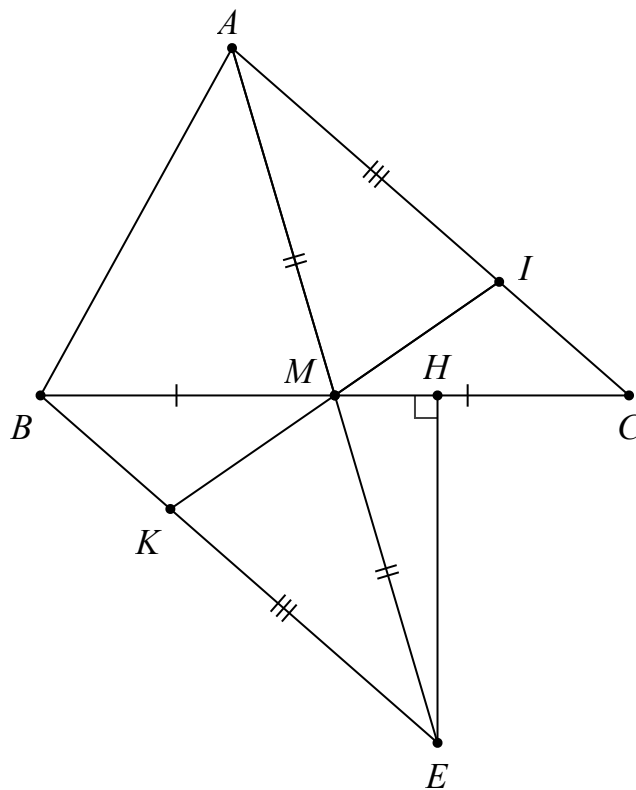
a) $AC = EB$ và $AC \parallel BE$.

b) Gọi I là một điểm trên AC , K là một điểm trên EB sao cho $AI = EK$.

Chứng minh ba điểm I, M, K thẳng hàng.

c) Từ E kẻ $EH \perp BC$ ($H \in BC$). Biết $HBE = 50^\circ, MEB = 25^\circ$. Tính HEM và BME .

Lời giải



a) Xét $\triangle AMC$ và $\triangle EMB$ có:

$$AM = EM \text{ (gt)}$$

$$\hat{A}MC = \hat{E}MB \text{ (đối đỉnh)}$$

$$BM = MC \text{ (gt)}$$

$$\Rightarrow \triangle AMC = \triangle EMB \text{ (c - g - c)}$$

$$\Rightarrow AC = EB \text{ (hai cạnh tương ứng)}$$

Vì $\triangle AMC = \triangle EMB$ (cmt)

$$\Rightarrow \hat{M}AC = \hat{M}EB \text{ (hai góc tương ứng)}$$

mà hai góc này ở vị trí so le trong

nên $AC \parallel BE$

b) Xét $\triangle AMI$ và $\triangle EMK$ có:

$$AM = EM \text{ (gt)}$$

$$\hat{M}AI = \hat{M}EK \text{ (}\triangle AMC = \triangle EMB\text{)}$$

$$AI = EK \text{ (gt)}$$

$$\Rightarrow \triangle AMI = \triangle EMK \text{ (c - g - c)}$$

$\Rightarrow \angle AMI = \angle EMK$ (hai góc tương ứng)

Mà $\angle AMI + \angle IME = 180^\circ$ (hai góc kề bù)

$\Rightarrow \angle EMK + \angle IME = 180^\circ$

\Rightarrow Ba điểm I, M, K thẳng hàng.

c) Trong tam giác vuông BHE ($\angle H = 90^\circ$) có $\angle HBE = 50^\circ$.

$\Rightarrow \angle HBE = 90^\circ - \angle HEB = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ \Rightarrow \angle HEM = \angle HEB - \angle MEB = 40^\circ - 25^\circ = 15^\circ$

$\angle BME$ là góc ngoài tại đỉnh M của $\triangle HME$.

$\Rightarrow \angle BME = \angle HEM + \angle MHE = 15^\circ + 90^\circ = 105^\circ$

Câu 9. (HSG 7 huyện Tam Dương 2017 - 2018)

Cho tam giác ABC ($AB = AC$, $\angle A$ tù). Trên cạnh BC lấy điểm D , trên tia đối của CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$. Trên tia đối của CA lấy điểm I sao cho $CI = CA$.

1. Chứng minh

a) $\triangle ABD = \triangle ICE$

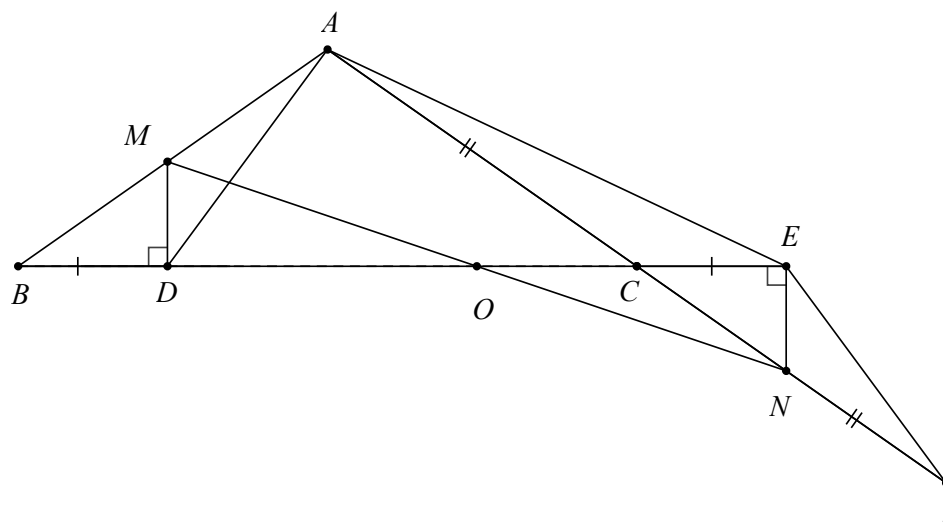
b) $AB + AC < AD + AE$

2. Từ D và E kẻ các đường thẳng cùng vuông góc với BC cắt AB, AI theo thứ tự tại M, N .

Chứng minh $BM = CN$.

3. Chứng minh rằng chu vi tam giác ABC nhỏ hơn chu vi tam giác AMN .

Lời giải



1.

a) Chứng minh $\triangle ABD = \triangle ICE$ (c - g - c)

b) Có $AB + AC = AI$, vì $\triangle ABD = \triangle ICE \Rightarrow AD = EI$ (hai cạnh tương ứng).

Áp dụng bất đẳng thức trong $\triangle AEI$ có: $AE + EI > AI$ hay $AE + AD > AB + AC$.

2. Chứng minh $\triangle BDM = \triangle CEN$ (g - c - g) $\Rightarrow BM = CN$

3. Vì $BM = CN \Rightarrow AB + AC = AM + AN$ (1)

Có $BM = CE$ (gt) $\Rightarrow BC = DE$

Gọi giao điểm của MN với BC là O .

Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} MO > OD \\ NO > OE \end{array} \right\} \Rightarrow MO + NO > OD + OE \Rightarrow MN > DE \Rightarrow MN > BC \quad (2)$$

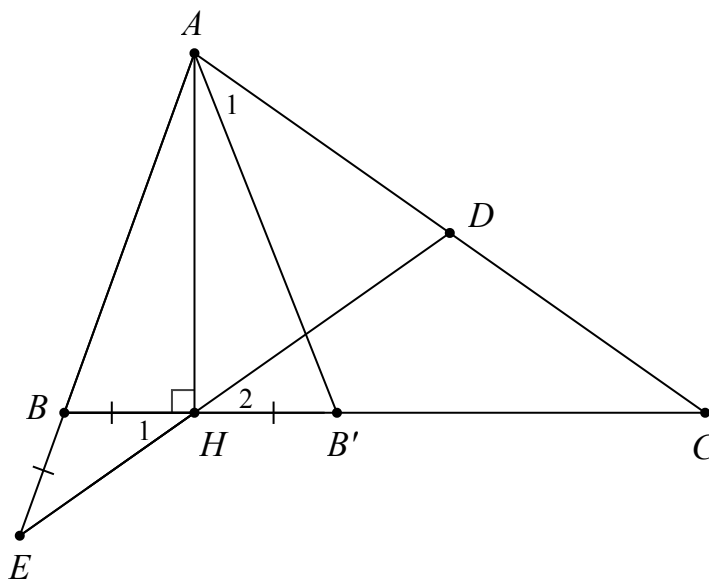
Từ (1) và (2) suy ra: chu vi $\triangle ABC$ nhỏ hơn chu vi $\triangle AMN$.

Câu 10. (HSG 7 huyện Kim Sơn 2017 - 2018)

Cho $\triangle ABC$ có $\angle B < 90^\circ$ và $\angle B = 2\angle C$. Kẻ đường cao AH . Trên tia đối của tia BA lấy điểm E sao cho $BE = BH$. Đường thẳng HE cắt AC tại D .

- Chứng minh $\angle BEH = \angle ACB$.
- Chứng minh $DH = DC = DA$.
- Lấy B' sao cho H là trung điểm của BB' . Chứng minh tam giác $AB'C$ cân.
- Chứng minh $AE = HC$.

Lời giải



a) $\triangle BEH$ cân tại B nên $\angle E = \angle H_1$; $\angle ABC = \angle E + \angle H_1 = 2\angle E$

$\angle ABC = 2\angle E \Rightarrow \angle BEH = \angle ACB$

b) Chứng tỏ được $\triangle DHC$ cân tại D nên $DC = DH$.

$\triangle DAH$ có: $\angle DAH = 90^\circ - \angle C$, $\angle DHA = 90^\circ - \angle H_2 = 90^\circ - \angle C$

$\Rightarrow \triangle DAH$ cân tại D nên $DA = DH$.

c) $\triangle ABB'$ cân tại A nên $\angle B = \angle B' = 2\angle C$

$\angle B' = \angle H_1 + \angle C$ nên $2\angle C = \angle H_1 + \angle C \Rightarrow \angle C = \angle H_1$

$\Rightarrow \triangle AB'C$ cân tại B' .

d) $AB = AB' = CB'$, $BE = BH = B'H$

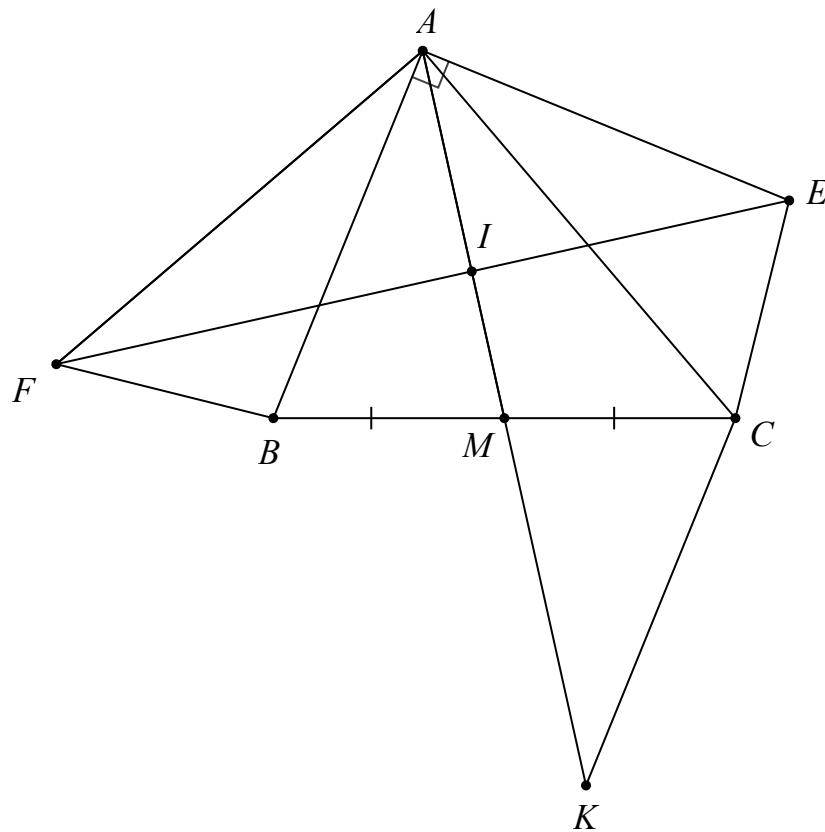
Có: $AE = AB + BE, HC = CB' + B'H$
 $\Rightarrow AE = HC$

Câu 11. (HSG 7 huyện Hương Khê 2017 - 2018)

Cho ΔABC , trung tuyến AM . Trên nửa mặt phẳng chứa đỉnh C bờ là đường thẳng AB dựng đoạn AE vuông góc với AB và $AE = AB$. Trên nửa mặt phẳng chứa đỉnh B bờ là đường thẳng AC dựng đoạn AF vuông góc với AC và $AF = AC$. Chứng minh rằng:

- $FB = EC$.
- $EF = 2AM$.
- $AM \perp EF$.

Lời giải



a) Chứng minh $\Delta ABF = \Delta AEC$ (c - g - c) $\Rightarrow FB = EC$

b) Trên tia đối của tia MA lấy K sao cho $AK = 2AM$.

Ta có: $\Delta ABM = \Delta KCM \Rightarrow CK \parallel AB$

$\Rightarrow \angle ACK + \angle CAB = \angle EAF + \angle CAB = 180^\circ \Rightarrow \angle ACK = \angle EAF$

Xét ΔEAF và ΔKCA có:

$AE = AB = CK$

$AF = AC$ (gt)

$\angle ACK = \angle EAF$

$\Rightarrow \Delta EAF = \Delta KCA$ (c - g - c)

$\Rightarrow EF = AK = 2AM$

c) Từ $\Delta EAF = \Delta KCA$

$\Rightarrow \angle CAK = \angle AFE$

$\Rightarrow \angle AFE + \angle FAK = \angle CAK + \angle FAK = 90^\circ$

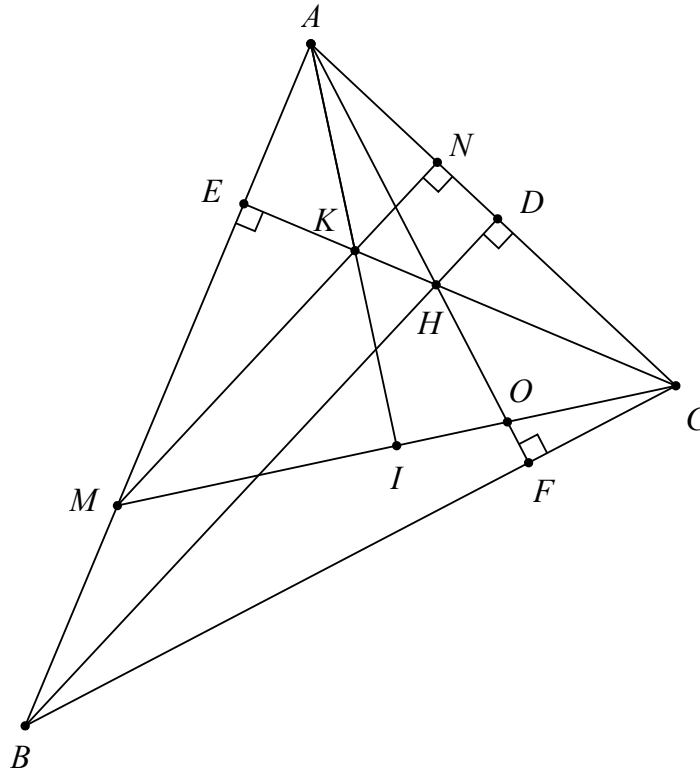
$\Rightarrow AK \perp EF$

Câu 12. (HSG 7 Trường THCS Trường Sa 2017 - 2018)

Cho tam giác nhọn ABC có $AB > AC$, ba đường cao BD , CE và AF cắt nhau tại H . Lấy điểm M trên cạnh AB sao cho $AM = AC$. Gọi N là hình chiếu của M trên AC , K là giao điểm của MN và CE .

- a) Chứng minh hai góc KAH và MCB bằng nhau.
- b) Chứng minh $AB + CE > AC + BD$.

Lời giải



a) Gọi I, O lần lượt là giao điểm của CM với AK, AF .

Xét $\triangle AMC$ có:

CE là đường cao thứ nhất

MN là đường cao thứ hai (N là hình chiếu của M trên AC)

K là giao điểm của MN và CE

$\Rightarrow K$ là trực tâm của $\triangle AMC$

$\Rightarrow AK \perp MC$ hay $AI \perp MC$

Ta có:

$\angle AIO + \angle IOA = 90^\circ$ ($\triangle AIO$ vuông tại I)

$$\widehat{FOC} + \widehat{FCO} = 90^\circ \quad \Delta FOC \quad \widehat{F}$$

(vuông tại)

$$\widehat{IOA} = \widehat{FOC}$$

mà (hai góc đối đỉnh)

$$\Rightarrow \widehat{IAO} = \widehat{FCO}$$

$$\widehat{KAH} = \widehat{MCB}$$

hay (đpcm)

$$CE = MN$$

b) Chứng minh

$$\widehat{AB} - \widehat{AC} > \widehat{BD} - \widehat{CE} \Rightarrow BM > BD - MN$$

Viết được

$$MI \perp BD \Rightarrow BM > BI$$

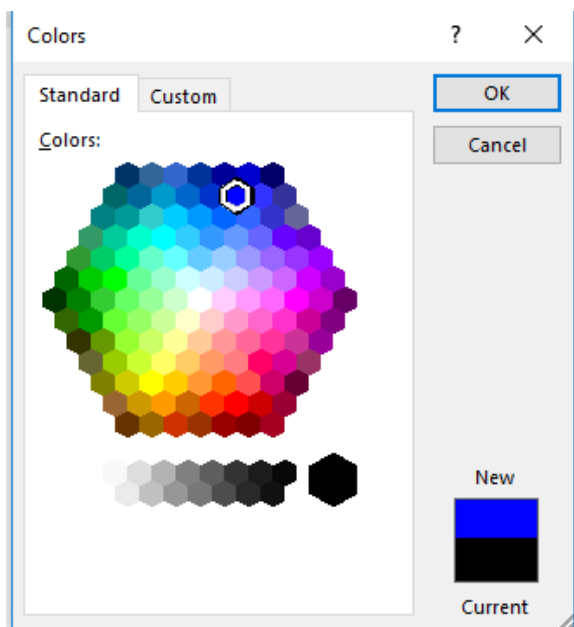
$$\widehat{AB} + \widehat{CE} > \widehat{AC} + \widehat{BD}$$

Vậy .

QUY ĐỊNH BIÊN SOẠN ĐỀ KIỂM TRA, TÀI LIỆU CỦA NHÓM

Thường gặp – Không chuẩn	CHUẨN
1. Dấu độ 90^0	1. 90° Nhấn Ctrl +Shiff +K, buông ra nhấn D
2. Dấu phẩy Δ', d' hoặc A'	2. Δ', d' hoặc A' Nhấn Ctrl Alt ‘
3. Cặp ngoặc tròn $(3;4)$	3. $(3;4)$ Nhấn Ctrl (có thêm 1 dấu cách trước và sau ; trong cặp ngoặc)
4. Tọa độ điểm $(1;2)$	5. $(1;2)$ Trước và sau dấu ; có 1 dấu cách .
Nhấn Ctrl Space để gõ dấu cách trong MT.	
5. $f[g(x)], [f(x)+g(x)]$	7. $f(g(x)), (f(x)+g(x))$ vì dấu () trong $f(x)$ là kí hiệu, không phải phép toán.
6. Dấu song song $a//b$	8. $a//b$ Trước và sau dấu // phải có 1 dấu cách Gõ // bình thường trong MT, bôi đen // (Ctrl+Shift+E).
7. Tách rời công thức x, y hoặc $x_1; x_2$	9. x, y hoặc $x_1; x_2$ Dấu , hoặc dấu ; nằm ngoài MT, tách ra thành 2 công thức có tính chất riêng biệt.
8. Các tập số $N, Z, R \dots$	11. $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{R}$ (nhấn Ctrl D, buông ra nhấn Shift N)
9. $(x, y), (x, y \in \mathbb{R})$ (dấu ngoặc gõ thường bằng Word)	13. $(x, y), (x, y \in \mathbb{R})$ (gõ hết trong MT, sau dấu phẩy gõ thêm 1 dấu cách)
10. $\{1,2,3,\dots,100\}$ hoặc 1, 2, 3...	15. $\{1;2;3;,\dots;100\}$ (khi liệt kê và giữa các phần tử trong một tập hợp phải ngăn cách nhau bằng dấu chấm phẩy, sau dấu ; thêm 1 dấu cách cho đẹp)
11. Đánh số công thức (1), (2), (*)	16. (1) (*) (Gõ hết trong MT và <u>đề riêng</u>)
12. Cặp ngoặc () để thường bên ngoài. Cặp ngoặc bên trong MT ()	
13. Tách Công Thức cho những trường hợp có dấu , hoặc dấu ; . Hai CT có tính chất riêng biệt. và không xuống hàng trong MT.	
14. Các chữ số tự nhiên không đi cùng bất kì kí tự nào khác có thể gõ bằng Word bình thường, không cần gõ trong Mathtype.	
15. Các biến số như $x, y, t \dots$ và các chữ cái như $a, b, m, A, B \dots$ đều phải được gõ trong Mathtype và in nghiêng.	
16. Đơn vị in đứng và cách số liệu 1 dấu cách. (km) ; (km/h) ;(nếu gõ trong MT thì dùng cặp ngoặc MT). Có thể gõ ngoài word thông thường và cách số liệu 1 dấu cách.	
17. Hình vẽ canh giữa trang, để chế độ In line with Text. Trên Hình dạng điểm nhỏ, Nét Vẽ mảnh, Miền diện tích cần Tô màu. Thể hiện đúng nội dung bài giải.	
18. Hình vẽ, bảng giá trị cần phải hóa ảnh.	
19. Nội dung trong công thức Mathtype canh đều về bên trái.	
20. Toàn bộ văn bản phải canh đều hai biên (Ctrl J), trừ chữ Lời giải và các hình ảnh.	

21. Không dùng dấu cách trong các công thức Toán.
22. Kí hiệu trong góc, khoảng cách, **không** dùng dấu chấm phẩy. Góc, khoảng cách dùng ngoặc tròn không dùng ngoặc vuông.
23. **Không viết tắt** các cụm từ như TXĐ, BBT, VTPT, VTCP, PT, BTP, TH, ĐKXĐ..., **cho phép viết tắt** đvtt, đvdt, SGK, Đpcm.
24. Các chữ (g – c – g), (g – g), (c – g – c), (c – c – c) cho phép viết tắt và **phải gõ bằng Word** thông thường, không in nghiêng.
25. Các chữ **loại, nhận, thỏa mãn** **khi gõ** trong Mathtype **không viết tắt và nằm trong cặp ngoặc tròn** (**Chuẩn** (loại) (thỏa mãn) (nhận) ; ; .(chuyển sang Fonf Vni-tmie: rồi gõ cái chữ trên trong text). Có thể gõ ngoài MT (loại); (nhận).
26. Nếu câu hỏi muốn hỏi mệnh đề sai, hoặc không (thuộc, đúng...) thì các chữ **sai, không phải in đậm, không nghiêng, không gạch chân**.
27. **Tuyệt đối không dùng gạch đầu dòng** trong văn bản Toán học.



Màu xanh chuẩn:

BẢNG GÕ TẮT TRONG MATHTPYE

Mở cửa sổ mathtype	Ctrl + Alt + Q
Đóng cửa sổ mathtype	Alt + F4
Số mũ	Ctrl + H
Chỉ số dưới	Ctrl + L
Số mũ + chỉ số dưới	Ctrl + J
Phân số	Ctrl + F
Căn bậc hai	Ctrl + R
Căn bậc n	Ctrl + T,n
\geq	Ctrl + K, >
\leq	Ctrl + K, <
\Rightarrow	Ctrl +K, Shift + Right

\Leftrightarrow	Ctrl + K, Alt + Shift + Right
\neq	Ctrl + K, Shift +
\equiv	Ctrl + K, +
\in	Ctrl + K, E

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com
<https://www.vnteach.com>