

PHẦN D. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 2024 = 0$.

a) Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 3; 1)$.

b) Mặt phẳng (Oxz) có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (6; 9; 3)$.

c) Mặt phẳng (Oyz) có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (-4; -6; -2)$.

d) Điểm $M(0; 0; 2024)$ không thuộc mặt phẳng (P) .

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

a) Đúng. Vector pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_2(2; 3; 1)$.

b) Đúng. Ta có $\vec{n} = (6; 9; 3) = 3(2; 3; 1)$.

c) Đúng. $\vec{n} = (-4; -6; -2) = -2(2; 3; 1)$.

d) Đúng. Thay điểm $M(0; 0; 2024)$ vào mặt phẳng (P) :
 $2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 + 2024 - 2024 = 0 \Rightarrow M \in (P)$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 0), B(-5; 1; 2)$. Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) $\vec{AB} = (6; -4; -2)$

b) Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}(12; -8; -4)$.

c) Phương trình mặt phẳng (P) là: $-3x + 2y + z - 3 = 0$.

d) Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua $C(1; -3; 9)$ và song song với (P) thì mặt phẳng (Q) đi qua gốc tọa độ.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) $\vec{AB} = (-6; 4; 2)$

b) Vì (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB . Nên ta có $\vec{AB}$ là một VTPT của mp $(P) \Rightarrow \text{VTPT } (P)$ là $\vec{n}(12; -8; -4)$.

c) Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; -3; 0)$ và có VTPT $\vec{n}(-3; 2; 1)$ có phương trình là
 $-3(x - 1) + 2(y + 3) + z = 0 \Leftrightarrow -3x + 2y + z + 9 = 0$

d) Gọi (α) là mặt phẳng qua $C(1; -3; 9)$ và song song với (P) .

Suy ra phương trình mặt phẳng (α) có dạng $-3x + 2y + z + d = 0$

Thay tọa độ điểm $C(1; -3; 9)$ vào phương trình mặt phẳng (α) ta được
 $-3 \cdot 1 - 3 \cdot 2 + 9 + d = 0 \Leftrightarrow d = 0$.

Vậy phương trình mặt phẳng (α) là $-3x + 2y + z = 0$

(Vì hệ số $d = 0$ nên suy ra mặt phẳng (α) đi qua gốc tọa độ).

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(3; 4; 7)$. Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Độ dài đoạn thẳng AB bằng $2\sqrt{6}$.

b) Hình chiếu vuông góc của B trên mặt phẳng (Oyz) là $B'(3; 0; 7)$.

c) Trung điểm của đoạn thẳng AB là $M(2; 3; 5)$.

d) Phương trình mặt phẳng (P) là: $-x - y - 2z - 15 = 0$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) $AB = \sqrt{(3-1)^2 + (4-2)^2 + (7-3)^2} = 2\sqrt{6}$.

b) Hình chiếu vuông góc của B trên mặt phẳng Oyz là $B'(0; 4; 7)$.

c) Trung điểm của đoạn thẳng AB là $M(2; 3; 5)$.

d) Mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến $\vec{n} = \vec{AB} = (2; 2; 4) = (1; 1; 2)$ và đi qua điểm $M(2; 3; 5)$

suy ra phương trình mặt phẳng $(P): 1(x-2) + 1(y-3) + 2(z-5) = 0 \Leftrightarrow x + y + 2z - 15 = 0 \Leftrightarrow -x - y - 2z + 15 = 0$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; 3; 1), B(1; 0; -1), C(-2; 1; 1)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Tọa độ trọng tâm tam giác ABC là $G\left(-\frac{1}{3}; \frac{4}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

b) Phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với BC là $(Q): 3x - y - 2z - 5 = 0$.

c) Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_{(P)} = (1; -2; 2)$.

d) Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-2; 5; 3)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Tọa độ trọng tâm tam giác ABC là $G\left(\frac{0+1-2}{3}; \frac{3+0+1}{3}; \frac{1-1+1}{3}\right) = \left(-\frac{1}{3}; \frac{4}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

b) Mặt phẳng qua A và vuông góc với BC có vector pháp tuyến $\vec{n} = \vec{BC} = (-3; 1; 2)$ và đi qua điểm $A(0; 3; 1)$ có phương trình là

$(Q): -3x + 1(y-3) + 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow -3x + y + 2z - 5 = 0 \Leftrightarrow 3x - y - 2z + 5 = 0$

c) Mặt phẳng (P) có hai vector chỉ phương là $\overrightarrow{AC}(-2; -2; 0) = -2(1; 1; 0)$ và $\overrightarrow{BC}(-3; 1; 2)$ suy ra

$$\vec{n} = \left(\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} \right) = (2; -2; 4) = 2(1; -1; 2)$$
 vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

d) Mặt phẳng (P) đi qua điểm $C(-2; 1; 1)$ và có VTPT $n(1; -1; 2)$ có phương trình là $x - y + 2z + 1 = 0$.

Vậy mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-2; 5; 3)$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(1; 2; 0), B(2; 3; 1)$ và song song với trục Oz . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $\overrightarrow{AB}$ vuông góc với vector $a(2; -7; -5)$.

b) Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là $(Q): 2x + 2y + 2z - 9 = 0$.

c) Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_{(P)} = (-1; 1; 0)$.

d) Mặt phẳng (P) đi qua điểm $K(5; 6; 7)$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

a) $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 1)$. Suy ra tích $\overrightarrow{AB} \cdot a = 1 \cdot 2 - 1 \cdot 7 - 1 \cdot 5 = -10 \neq 0$.

Vậy $\overrightarrow{AB}$ không vuông góc với a .

b) Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có vector pháp tuyến $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 1)$ và đi qua trung điểm của của đoạn thẳng AB là $I\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$

Suy ra phương trình mặt phẳng trung trực (Q) của của đoạn thẳng AB là

$$1\left(x - \frac{3}{2}\right) + 1\left(y - \frac{5}{2}\right) + 1\left(z - \frac{1}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow x + y + z - \frac{9}{2} = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y + 2z - 9 = 0$$

c), d) Mặt phẳng (P) song song với trục Oz và chứa AB suy ra hai vector chỉ phương của (P) là $u = (0; 0; 1)$ và $\overrightarrow{AB}(1; 1; 1)$ vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = [u, \overrightarrow{AB}] = (1; -1; 0)$

Mặt phẳng (P) đi qua $A(1; 2; 0)$ và có VTPT $n = (1; -1; 0) \Rightarrow (P): 1(x - 1) - 1(y - 2) = 0 \Leftrightarrow x - y + 1 = 0$

Vậy điểm $K(5; 6; 7)$ thuộc mặt phẳng (P) .

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 0); B(4; 1; 2)$.

a) $\overrightarrow{AB} = (3; 1; 2)$

b) Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là $3x + y + 2z - 3 = 0$.

c) Nếu I là trung điểm đoạn thẳng AB thì $I\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}; 1\right)$.

d) Mặt phẳng trung trực đoạn thẳng AB có phương trình là $3x + y + 2z - 12 = 0$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Đúng. Ta có $\vec{AB} = (3; 1; 2)$

b) Đúng. Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua $A(1; 0; 0)$ và vuông góc với AB

Suy ra mặt phẳng (Q) nhận vector $\vec{AB} = (3; 1; 2)$ làm véc tơ pháp tuyến.

Vậy phương trình mặt phẳng (Q) cần tìm: $3(x - 1) + y + 2z = 0 \Leftrightarrow 3x + y + 2z - 3 = 0$

c) Đúng. I là trung điểm đoạn thẳng AB nên $I\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}; 1\right)$.

d) Sai. Mặt phẳng trung trực đoạn thẳng AB là mặt phẳng đi qua I và vuông góc AB nên có

phương trình là $3\left(x - \frac{5}{2}\right) + y - \frac{1}{2} + 2(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 3x + y + 2z - 10 = 0$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, gọi là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(1; 3; 4), B(2; -1; 5)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 2x - 3y + z + 1 = 0$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (Q) là $\vec{n} = (-4; 6; -2)$.

b) Trung điểm của đoạn thẳng AB là $I\left(\frac{3}{2}; 1; \frac{9}{2}\right)$.

c) Mặt phẳng qua A và song song với (Q) có phương trình là $-2x + 3y - z + 3 = 0$.

d) Phương trình mặt phẳng (P) là $-x + y + 5z - 22 = 0$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

b) Trung điểm của đoạn thẳng AB là $I = \left(\frac{1+2}{2}; \frac{3-1}{2}; \frac{4+5}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}; 1; \frac{9}{2}\right)$.

c) Gọi (H) là mặt phẳng đi qua A và song song với (Q) .

Suy ra (H) có dạng $2x - 3y + z + d = 0$

Thay toạ độ điểm A ta được $2 \cdot 1 - 3 \cdot 3 + 4 + d = 0 \Leftrightarrow -3 + d = 0 \Leftrightarrow d = 3$.

Vậy phương trình mặt phẳng $(H): 2x - 3y + z + 3 = 0 \Leftrightarrow -2x + 3y - z - 3 = 0$.

d) Mặt phẳng (P) đi qua A, B và song song với mặt phẳng (Q) nên ta có hai vector chỉ phương của (P) là $\vec{AB} = (1; -4; 1)$ và VTPT của (Q) là $\vec{n}_Q = (2; -3; 1)$

Suy ra VTPT của $mp(P)$ là $\vec{n}_P = [\vec{AB}; \vec{n}_Q] = (-1; 1; 5)$

Mặt phẳng (P) đi qua điểm B và có VTPT

$$\vec{n}_P = (-1; 1; 5) \Rightarrow (P): -(x-2) + y + 1 + 5(z-5) = 0 \Leftrightarrow -x + y + 5z - 22 = 0$$

Câu 8. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 2; 3)$ và hai mặt phẳng $(P): x - 2 = 0$ và $(Q): y - z - 1 = 0$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_{(P)}(1; -2; 0)$.

b) Hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau.

c) Phương trình mặt phẳng qua A và song song với (Q) là $y - z + 1 = 0$.

d) Phương trình mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với cả hai mặt phẳng (P) và (Q) là: $y + z - 5 = 0$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------------	----------------	----------------	----------------

d) Gọi $mp(\alpha)$ là mp đi qua A và vuông góc với hai mặt phẳng (P) và (Q)

Mp (α) có hai vector chỉ phương $\vec{n}_P(1; 0; 0)$ và $\vec{n}_Q(0; 1; -1) \Rightarrow$ VTPT mp (α) là $\vec{n} = \begin{bmatrix} \vec{n}_P & \vec{n}_Q \end{bmatrix} = (0; 1; 1)$

Mp (α) đi qua A và có VTPT $n(0; 1; 1)$ có phương trình là $y - 2 + z - 3 = 0 \Leftrightarrow y + z - 5 = 0$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 1; 4); B(2; 7; 9); C(0; 9; 13); D(1; 8; 10)$. Mệnh đề nào sau đây đúng và mệnh đề nào sai?

a) $\vec{AB} = \vec{i} + 6\vec{j} + 5\vec{k}$

b) $\vec{AB} \perp \vec{AC}$

c) Phương trình mặt phẳng đi qua điểm B và vuông góc với AC là $x - 8y - 9z + 14 = 0$.

d) Phương trình mặt phẳng chứa AB song song với CD là $8x - 7y - 13z + 50 = 0$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
----------------	---------------	---------------	---------------

a) Đúng. Ta có $\vec{AB} = (1; 6; 5); \vec{AC} = (-1; 8; 9)$,

$$\vec{AB} = (1; 6; 5) \Rightarrow \vec{AB} = \vec{i} + 6\vec{j} + 5\vec{k}$$

b) Sai. $\vec{AB} \perp \vec{AC} \Leftrightarrow 1 \cdot (-1) + 6 \cdot 8 + 5 \cdot 9 = 0$ vô lí.

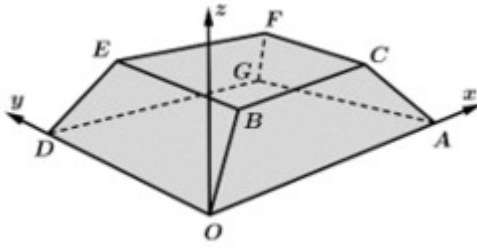
c) Sai. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm B và vuông góc với AC có dạng:
 $-(x-2) + 8(y-7) + 9(z-9) = 0 \Leftrightarrow x - 8y - 9z + 135 = 0$

d) Sai. Ta có $\vec{AB} = (1; 6; 5); \vec{CD} = (1; -1; -3) \Rightarrow \begin{bmatrix} \vec{AB} & \vec{CD} \end{bmatrix} = (-13; 8; -7)$

Phương trình mặt phẳng cần tìm:

$$-13(x-1)+8(y-1)-7(z-4)=0 \Leftrightarrow 13x-8y+17z-33=0$$

Câu 10. Hình vẽ minh họa hình ảnh một toà nhà trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét).



Biết $A(50;0;0), D(0;20;0), B(4k;3k;2k)$ với $k > 0$ và mặt phẳng $(CBEF)$ có phương trình là $z-3=0$. Các mệnh đề sau đúng hay sai

- a) Tọa độ của điểm B là $(6;4;5;3)$.
- b) Một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(CBEF)$ là $n(0;1;-3)$.
- c) Phương trình mặt phẳng $(AOBC)$ là $2y-3z=0$.
- d) Mặt phẳng $(DOBE)$ có một vector pháp tuyến là $p=(2;0;-1)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

a) Đúng.

Ta có: $B(4k;3k;2k) \in z=3 \Rightarrow 2k=3 \Rightarrow k=\frac{3}{2} \Rightarrow B(6;4;5;3)$

b) Sai.

Một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(CBEF)$ là $n(0;0;1)$.

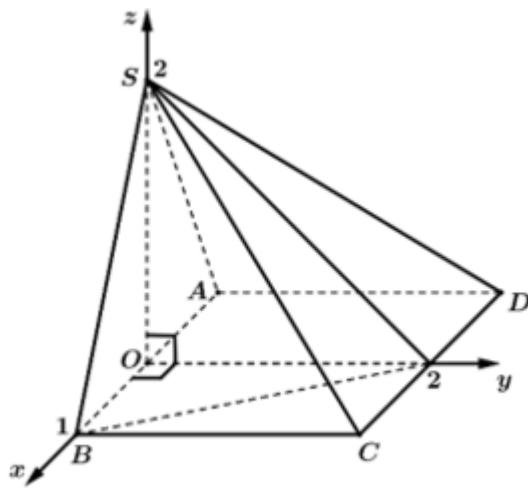
c) Đúng.

Lại có: $i=(1;0;0), \overrightarrow{OB}=(6;4;5;3)$ nên VTPT của $(CBEF)$ là $[(1;0;0);(6;4;5;3)]=m(0;2;-3) \Rightarrow (AOBC): 2y-3z=0$

d) Sai.

Ta có: $j=(0;1;0), \overrightarrow{OB}=(6;4;5;3)$ nên VTPT của $(CBEF)$ là $[(0;1;0);(6;4;5;3)]=3(1;0;-2)$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh 2, điểm O là trung điểm của cạnh $AB, SO=2$ và $SO \perp (ABCD)$. Bằng cách gán hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.



Xác định tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Tọa độ điểm C là $C(1;2;0)$.
- b) Trọng tâm tam giác SCD là điểm $G\left(0; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$.
- c) Phương trình mặt phẳng (SBD) là $2x + 2y + z - 2 = 0$.
- d) Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD) là $\frac{2}{3}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Dựa vào hình vẽ dễ thấy tọa độ điểm C là $C(1;2;0)$.

b) Ta có: $S(0;0;2); C(1;2;0); D(-1;2;0)$

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = 0 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{4}{3} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Suy ra tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

Vậy $G\left(0; \frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right)$

c) Ta có: $S(0;0;2); B(1;0;0); D(-1;2;0); \overrightarrow{SB} = (1;0;-2); \overrightarrow{SD} = (-1;2;-2)$

Suy ra vector pháp tuyến của mặt phẳng (SBD) có tọa độ là $\overrightarrow{n_{SBD}} = [\overrightarrow{SB}; \overrightarrow{SD}] = (4;4;2)$

Hay mặt phẳng (SBD) có vector pháp tuyến là $(2;2;1)$

Vậy phương trình mặt phẳng (SBD) đi qua điểm $S(0;0;2)$ và có vector pháp tuyến $(2;2;1)$ là $2x + 2y + z - 2 = 0$.

d) Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) là $\frac{|2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 0 - 2|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{4}{3}$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;4)$, $B(2;7;9)$, $C(0;9;13)$.

a) $\vec{AB} = (1; 6; 5)$

b) Mặt phẳng (ABC) có 1 vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -1; 1)$

c) $(ABC): x - y + z - 4 = 0$

d) $O \in (ABC)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

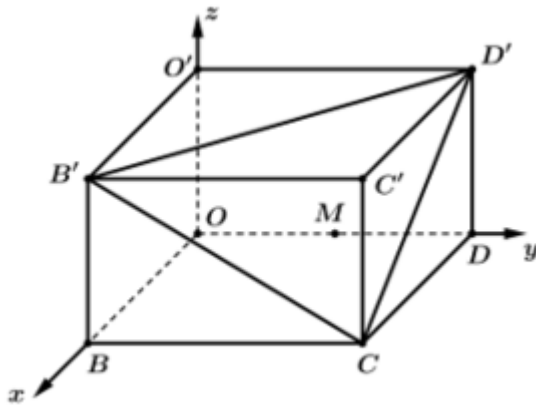
a) Đúng. $A(1;1;4)$, $B(2;7;9) \Rightarrow \vec{AB} = (1; 6; 5)$

b) Đúng. $[\vec{AB}, \vec{AC}] = (14; -14; 14) = 14(1; -1; 1)$ nên (ABC) có 1 vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -1; 1)$

c) Đúng. (ABC) đi qua $A(1;1;4)$ có vtpt $\vec{n} = (1; -1; 1)$ nên có phương trình $x - y + z - 4 = 0$.

d) Sai. Tọa độ O không thỏa phương trình (ABC) nên $O \notin (ABC)$.

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $OB'CD' \cdot OB'CD'$ có các điểm $O(0;0;0), B(3;0;0), D(0;6;0), O'(0;0;3)$. Gọi G là trọng tâm tam giác $CB'D'$, M là trung điểm của OD .



Các mệnh đề sau đúng hay sai.

a) Tọa độ điểm G là $G(2; 2; 4)$.

b) Diện tích tam giác $O'BM$ bằng $\frac{9\sqrt{3}}{4}$.

c) Phương trình mặt phẳng $(O'BM)$ là $x + y + z - 3 = 0$.

d) Thể tích khối chóp $GBMO'$ bằng $\frac{15}{2}$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

a) Ta có: $C(3; 6; 0), B(3; 0; 3), D(0; 6; 3)$ suy ra $G(2; 4; 2)$. Sai

b) Tam giác $O'BM$ là tam giác đều có cạnh bằng $3\sqrt{2}$ nên có diện tích là $S = \frac{(3\sqrt{2})^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$. Sai.

c) Phương trình mặt phẳng $(O'BM)$ là $\frac{x}{3} + \frac{y}{3} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow x + y + z - 3 = 0$. Đúng.

d) $d(G; (O'BM)) = \frac{5}{\sqrt{3}} \Rightarrow V_{GBMO'} = \frac{1}{3} \cdot \frac{9\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{15}{2}$. Đúng.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(P): x + 2y - z - 1 = 0$, $(Q): 3x - y + z - 5 = 0$ và $(R): 2x + 4y - mz - 2 = 0$.

a) $(P) // (Q)$

b) (a) qua O và song song (P) có phương trình là $(a): x + 2y - z = 0$

c) $(P) // (R)$ khi $m = 2$

d) $(P) \perp (R)$ khi $m = -10$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Sai. (P) có VTPT $\vec{n}_1 = (1; 2; -1)$, (Q) có VTPT $\vec{n}_2 = (3; -1; 1)$
 $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0$ nên $(P) \perp (Q)$.

b) Đúng. $(a) // (P)$ nên $(a): x + 2y - z + D = 0$
 $O \in (a) \Rightarrow D = 0$. Vậy $(a): x + 2y - z = 0$.

c) Sai. (R) có VTPT $\vec{n}_3 = (2; 4; -m)$.

$(P) // (R) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n}_1 = k\vec{n}_3 \\ -1 \neq k(-2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ k = \frac{1}{2} \\ k \neq \frac{1}{2} \end{cases}$ (vô lý).

Vậy không có giá trị của m .

d) Đúng. $(P) \perp (R) \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_3 = 0 \Leftrightarrow 1 \cdot 2 + 2 \cdot 4 - 1 \cdot (-m) = 0 \Leftrightarrow m = -10$.

Câu 15. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 3 = 0$ và $(Q): x + 2y - 2z + 9 = 0$. Các mệnh đề sau đúng hay sai.

- a) Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;1)$.
- b) Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (Q) bằng 3.
- c) Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 12.
- d) Mặt phẳng (α) song song và cách đều hai mặt phẳng (P) và (Q) có phương trình là $(\alpha): x+2y-2z+3=0$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;1)$.

b) Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (Q) bằng $\frac{|0+2\cdot 0-2\cdot 0+9|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=3$.

c) Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng $d((P),(Q))=\frac{|-3-9|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=4$.

d) Gọi $(\alpha): x+2y-2z+d=0$.

Lấy điểm $A(3;0;0)\in (P), N(-9;0;0)\in (Q)$

Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (α) bằng $d((P),(\alpha))=d(A;(\alpha))=\frac{|3+d|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}$

Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (Q) và (α) bằng $d((Q),(\alpha))=d(N;(\alpha))=\frac{|-9+d|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}$

Khi đó: $d((P),(\alpha))=d((Q),(\alpha)) \Leftrightarrow |d+3|=|d-9| \Leftrightarrow \begin{cases} d+3=d-9 \\ d+3=9-d \end{cases}$

$\Rightarrow d=3$ nên $(\alpha): x+2y-2z+3=0$

Câu 16. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;-1)$ và hai mặt phẳng $(P): x+2y+z-1=0$ và $(Q): 2x-y+3z+2=0$. Các mệnh đề sau đúng hay sai.

a) Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $(1;2;-1)$.

b) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

c) Đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) có một vectơ chỉ phương là $u(7;-1;-5)$.

d) Gọi (α) là mặt phẳng qua A đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng (P) và (Q) thì khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (α) bằng $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------------	----------------	----------------	----------------

a) Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $(1; 2; 1)$.

b) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) bằng $d(A, (P)) = \frac{|1 + 2 \cdot 2 - 1 - 1|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

c) Đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}) = ((1; 2; 1), (2; -1; 3)) = (7; -1; -5)$

d) Gọi (α) là mặt phẳng qua A và vuông góc với hai mặt phẳng (P) và (Q) thì phương trình mặt phẳng (α) là $7(x - 1) - (y - 2) - 5(z + 1) = 0$ hay $7x - y - 5z - 10 = 0$

Khoảng cách từ gốc toạ độ O đến mặt phẳng (α) bằng $d(O, (\alpha)) = \frac{|7 \cdot 0 - 0 - 5 \cdot 0 - 10|}{\sqrt{7^2 + (-1)^2 + (-5)^2}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho $M(-2; -4; 3)$ và $(P): 2x - y + 2z - 3 = 0$, $(Q): 2x - y + 2z - 6 = 0$.

a) $d(M, (P)) = 2$

b) M cách đều hai mặt phẳng (P) và (Q)

c) $d((P), (Q)) = 1$

d) (a) song song và cách (Q) một khoảng bằng 2 có phương trình là $(a): 2x - y + 2z - 9 = 0$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------------	---------------	----------------	---------------

a) Sai. $d(M, (P)) = \frac{|2 \cdot (-2) + 4 + 2 \cdot 3 - 3|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 1$

b) Sai. $d(M, (Q)) = \frac{|2 \cdot (-2) + 4 + 2 \cdot 3 - 6|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 0 \Rightarrow M \in (Q)$

c) Đúng. $d((P), (Q)) = d(M, (P)) = \frac{|2 \cdot (-2) + 4 + 2 \cdot 3 - 3|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 1$

d) Sai. $(a) // (Q)$ nên $(a): 2x - y + 2z + D = 0$

$d((a), (Q)) = 2 \Leftrightarrow d(M, (a)) = \frac{|2 \cdot (-2) + 4 + 2 \cdot 3 + D|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 2 \Leftrightarrow D = 0$

Vậy $(a): (P): 2x - y + 2z = 0$.

Câu 18. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $A(0;0;0); B(2;0;0); B'(2;0;2); D'(0;2;2)$. Gọi M lần lượt là trung điểm của BB' . Xét tính đúng sai của các phát biểu sau:

a) Phương trình mặt phẳng $(A'BD): x + y + z = 2$.

b) $\overrightarrow{AC'}$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(A'BD)$.

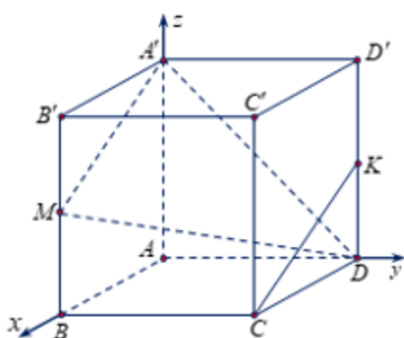
c) Khoảng cách $d(C; (A'MD)) = \frac{4}{3}$.

d) Điểm $K(4;4;-2)$ thuộc mặt phẳng $(A'MC)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ:



Ta có: $A(0;0;0), B(2;0;0), D(0;2;0), A'(0;0;2), B'(2;0;2), C(2;2;0), M(2;0;1), D'(0;2;2), C'(2;2;2)$

a) Đúng

Ta có phương trình mặt phẳng $(A'BD)$ là phương trình mặt phẳng, nên $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 1$
 $\Leftrightarrow x + y + z = 2$

b) Đúng

Ta có $\overrightarrow{AC'} = (2;2;2)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(A'BD)$.

c) Sai

Phương trình $(A'MD)$ là $x + 2y + 2z - 4 = 0$.

Do đó: $d(C, (A'DM)) = \frac{|2 + 4 + 0 - 4|}{3} = \frac{2}{3}$.

d) Đúng.

Ta có: $\left[\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AC'} \right] = (2;2;4)$, nên phương trình mặt phẳng $(A'MC): x + y + 2z - 4 = 0$.

Lại có $4 + 4 + 2(-2) - 4 = 0 \Rightarrow K \in (A'MC)$.

Câu 19. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 5 = 0$ và $(Q): x - y - 3 = 0$. Các mệnh đề sau đúng hay sai

- a) Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (Q) là $\vec{n}_{(Q)} = (1; -1; -3)$.
- b) Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{5}{3}$.
- c) Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là 45° .
- d) Giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) có một vector chỉ phương là $(2; 2; 1)$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------------	----------------	----------------	----------------

a) Sai.

Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (Q) là $\vec{n}_{(Q)} = (1; -1; 0)$.

b) Đúng.

Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (P) là $d(O, (P)) = \frac{|2 \cdot 0 - 0 - 2 \cdot 0 + 5|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2}} = \frac{5}{3}$.

c) Đúng.

Các vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt là $\vec{n}_{(P)} = \vec{n}_1 = (2; -1; -2), \vec{n}_{(Q)} = \vec{n}_2 = (1; -1; 0)$.

Khi đó: $\cos((P); (Q)) = \left| \cos(\vec{n}_1; \vec{n}_2) \right| = \frac{|2 \cdot 1 + (-1) \cdot (-1) + (-2) \cdot 0|}{\sqrt{4+1+4} \cdot \sqrt{2}} = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow ((P); (Q)) = 45^\circ$.

d) Đúng.

Gọi đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) .

Ta có vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt là $\vec{n}_P(2; -1; -2), \vec{n}_Q(1; -1; 0)$.

Suy ra $\vec{n}_d = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (-2; -2; -1) = (2; 2; 1)$.

Câu 20. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 4y + z - 3 = 0$ và $(Q): y - z - 3 = 0$. Các mệnh đề sau đúng hay sai

- a) Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (Q) là $\vec{n}_{(Q)} = (1; -1; -3)$.
- b) Khoảng cách từ điểm $M(-2; 0; -1)$ đến mặt phẳng (P) bằng $\sqrt{3}$.
- c) Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 60° .
- d) Gọi Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) thì Δ có một vector chỉ phương là $(5; -1; -1)$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------------	---------------	----------------	----------------

a) Sai.

Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (Q) là $\vec{n}_{(Q)} = (0; 1; -1)$.

b) Sai.

Khoảng cách từ điểm $M(-2; 0; -1)$ đến mặt phẳng (P) là

$$d(M, (P)) = \frac{|-2 + 4 \cdot 0 + (-1) - 3|}{\sqrt{1^2 + 4^2 + 1^2}} = \frac{6}{\sqrt{18}} = \sqrt{2}$$

c) Đúng.

Các vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt là $\vec{n}_{(P)} = \vec{n}_1 = (1; 4; 1); \vec{n}_{(Q)} = \vec{n}_2 = (0; 1; -1)$.

Khi đó:

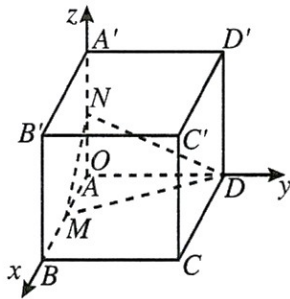
$$\cos((P); (Q)) = \left| \cos(\vec{n}_1; \vec{n}_2) \right| = \frac{|4 \cdot 1 - 1 \cdot 1|}{\sqrt{1+16+1} \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow ((P); (Q)) = 60^\circ$$

d) Đúng.

Vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt là $\vec{n}_P(1; 4; 1); \vec{n}_Q(0; 1; -1)$

Suy ra một vector chỉ phương của Δ là $\vec{u}_\Delta = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (-5; 1; 1) = (5; -1; -1)$

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0), B(2; 0; 0), D(0; 2; 0), A'(0; 0; 2)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AA' .



a) Tọa độ của điểm M là $(1; 0; 0)$.

b) Tọa độ của điểm N là $(0; 1; 0)$.

c) Phương trình mặt phẳng (DMN) là: $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$.

d) Khoảng cách từ điểm C' đến mặt phẳng (DMN) bằng $\frac{8}{3}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Ta có các điểm: $M(1;0;0), N(0;0;1), D(0;2;0)$. Suy ra phương trình mặt phẳng (DMN) là:
 $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1 \Leftrightarrow 2x + y + 2z - 2 = 0$. Mà $C'(2;2;2)$. Vậy khoảng cách từ điểm C' đến mặt phẳng (DMN) bằng: $\frac{|2 \cdot 2 + 2 + 2 \cdot 2 - 2|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = \frac{8}{3}$.

- Câu 22.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): y = 0, (Q): \sqrt{3}x - y - 2024 = 0$. Xét các vector $n_1 = (0;1;0), n_2 = (\sqrt{3}; -1; 0)$.
- a) n_1 là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) .
- b) n_2 không là vector pháp tuyến của mặt phẳng (Q) .
- c) $n_1 \cdot n_2 = -1$.
- d) Góc giữa hai mặt phẳng $(P), (Q)$ bằng 30° .

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

n_1, n_2 lần lượt là vector pháp tuyến của hai mặt phẳng $(P), (Q)$.

Ta có: $n_1 \cdot n_2 = 0 \cdot \sqrt{3} + 1 \cdot (-1) + 0 \cdot 0 = -1$ và

$$\cos((P), (Q)) = \frac{|n_1 \cdot n_2|}{|n_1| \cdot |n_2|} = \frac{|-1|}{\sqrt{0^2 + 1^2 + 0^2} \cdot \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (-1)^2 + 0^2}} = \frac{1}{2}.$$

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng $(P), (Q)$ bằng 60° .

- Câu 23.** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P_1): 2x + y + 2z - 1 = 0$ và $(P_2): x - 2y - 2z - 7 = 0$.
- a) Vector có tọa độ $(2;2;1)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P_1) .
- b) Vector có tọa độ $(1; -2; -2)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P_2) .
- c) Côsin của góc giữa hai vector $n_1 = (2;1;2)$ và $n_2 = (1; -2; -2)$ bằng $-\frac{4}{9}$.
- d) Góc giữa hai mặt phẳng (P_1) và (P_2) bằng 116° .

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------------	----------------	----------------	---------------

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(1;0;0), B(0;1;0), C(0;0;1), D(-2;1;-1)$.

- a) Phương trình tổng quát của mặt phẳng (BCD) là $x - 2y - 2z + 2 = 0$.
- b) Điểm B thuộc mặt phẳng (ACD) .
- c) Độ dài đường cao của hình chóp $A.BCD$ bằng 3.

d) Mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với hai mặt phẳng $(ACD), (BCD)$ có phương trình tổng quát là $x - y + 2z + 1 = 0$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
----------------	---------------	---------------	---------------

a) Đúng.

Ta có $\overrightarrow{BC} = (0; -1; 1), \overrightarrow{BD} = (-2; 0; -1)$. Mặt phẳng (BCD) đi qua $B(0; 1; 0)$ và có vector pháp tuyến là $n = (1; -2; -2)$ nên có phương trình là $x - 2(y - 1) - 2z = 0$ hay $x - 2y - 2z + 2 = 0$.

b) Sai.

Viết phương trình mặt phẳng (ACD) rồi thay tọa độ điểm B vào phương trình mặt phẳng (ACD) , ta thấy điểm B không thuộc mặt phẳng (ACD) .

c) Sai.

Độ dài đường cao của hình chóp $A \cdot BCD$ bằng $d(A, (BCD)) = 1$.

d) Sai.

Mặt phẳng (ACD) có cặp vector chỉ phương là $\overrightarrow{AC} = (-1; 0; 1), \overrightarrow{AD} = (-3; 1; -1)$ nên có vector pháp tuyến là $n_1 = (-1; -4; -1)$.

Mặt phẳng (BCD) có cặp vector chỉ phương là $\overrightarrow{BC} = (0; -1; 1), \overrightarrow{BD} = (-2; 0; -1)$ nên có vector pháp tuyến là $n_2 = (1; -2; -2)$.

Mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với hai mặt phẳng $(ACD), (BCD)$ có cặp vector chỉ phương là n_1 và n_2 nên có vector pháp tuyến là $n = (6; -3; 6)$. Ta viết được phương trình mặt phẳng đó là $2x - y + 2z - 2 = 0$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $A(1; 0; 1), B(2; 1; 2), D(1; -1; 1), C'(4; 5; -5)$.

a) Mặt phẳng $(A'B'C'D')$ có phương trình tổng quát là $x - z - 9 = 0$.

b) Mặt phẳng $(AB'D')$ có phương trình tổng quát là $2x + y - 2 = 0$.

c) Chiều cao của hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ bằng $\sqrt{2}$.

d) Chiều cao của hình chóp $C \cdot ABC'D'$ bằng $\frac{9}{\sqrt{206}}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

a) Đúng.

Mặt phẳng $(A'B'C'D')$ đi qua $C'(4;5;-5)$ và nhận $\vec{AB}=(1;1;1), \vec{AD}=(0;-1;0)$ làm cặp vector chỉ phương nên có vector pháp tuyến là $\vec{n}=(1;0;-1)$. Suy ra phương trình tổng quát của mặt phẳng $(A'B'C'D')$ là $x - z - 9 = 0$.

b) Sai.

Ta tìm được $B'(4;6;-5)$ và $D'(3;4;-6)$ và mặt phẳng $(AB'D')$ có phương trình tổng quát là $2x - y - 2 = 0$.

c) Sai.

Chiều cao của hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'B'C'D')$, bằng $\frac{9\sqrt{2}}{2}$.

d) Đúng.

Mặt phẳng $(ABC'D')$ có phương trình là $11x - 9y - 2z - 9 = 0$.

Chiều cao của hình chóp $C.ABC'D'$ là khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng $(ABC'D')$, bằng $\frac{9}{\sqrt{206}}$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$ và ba mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - 3z + 2 = 0$, $(\beta): x + 2z - 5 = 0, (\gamma): 4x - 3y - 2z + 1 = 0$.

a) Điểm A thuộc mặt phẳng (α) .

b) Mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (β) .

c) Mặt phẳng (β) vuông góc với mặt phẳng (γ) .

d) Mặt phẳng (P) đi qua điểm A và vuông góc với hai mặt phẳng $(\alpha), (\gamma)$ có phương trình tổng quát là $13x + 10y + 11z - 47 = 0$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------------	---------------	----------------	----------------

a) Sai.

Thay toạ độ điểm A vào phương trình mặt phẳng (α) , ta có $2 + 2 \cdot 1 - 3 \cdot 1 + 2 = 3 \neq 0$ nên điểm A không thuộc mặt phẳng (α) .

b) Sai.

Hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ có vector pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1=(1;2;-3)$ và $\vec{n}_2=(1;0;2)$. Ta có $\vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ không cùng phương nên (α) cắt (β) .

c) Đúng.

Mặt phẳng (γ) có vector pháp tuyến là $\vec{n}_3=(4;-3;-2)$.

Ta có $n_2 \cdot n_3 = 0$, suy ra mặt phẳng (β) vuông góc với mặt phẳng (γ) .

d) Đúng.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm A và vuông góc với hai mặt phẳng $(\alpha), (\gamma)$ có cặp vector chỉ phương là $n_1 = (1; 2; -3)$ và $n_3 = (4; -3; -2)$ nên có vector pháp tuyến là $n = (-13; -10; -11)$.

Mặt phẳng (P) có phương trình là

$$-13(x-2) - 10(y-1) - 11(z-1) = 0 \text{ hay } 13x + 10y + 11z - 47 = 0.$$

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 3; -2)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 4 = 0$, $(Q): 4x - 2y + 6z - 1 = 0$.

a) Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{15}{\sqrt{56}}$.

b) Mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng (Q) .

c) Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng $\frac{9\sqrt{56}}{56}$.

d) Mặt phẳng qua điểm M và song song với mặt phẳng (P) có phương trình tổng quát là $2x - y + 3z - 10 = 0$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------------	---------------	----------------	---------------

a) Sai.

Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{3}{\sqrt{14}}$.

b) Sai.

Hai mặt phẳng $(P), (Q)$ có vector pháp tuyến lần lượt là $n_1 = (2; -1; 3)$ và $n_2 = (4; -2; 6)$. Ta có $n_2 = 2n_1$ và $-1 \neq 2 \cdot 4$, suy ra mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) .

c) Đúng.

Lấy điểm $B(-2; 0; 0)$ thuộc mặt phẳng (P) . Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là khoảng cách từ B đến mặt phẳng (Q) .

Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng $\frac{9\sqrt{56}}{56}$.

d) Sai.

Mặt phẳng qua điểm M và song song với mặt phẳng (P) nhận $n_1 = (2; -1; 3)$ làm vector pháp tuyến nên có phương trình tổng quát là

$$2(x-1) - (y-3) + 3(z+2) = 0 \text{ hay } 2x - y + 3z + 7 = 0.$$

- Câu 28.** Cho điểm $I(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 15 = 0$. Gọi $H(x_H; y_H; z_H)$ là hình chiếu vuông góc của I trên (P) .
- a) Vector $n = (2; 2; -1)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) .
- b) Vector $\overrightarrow{IH}$ không cùng phương với vector $n = (2; 2; -1)$.
- c) $\overrightarrow{IH} = tn$ với t là một số thực nào đó.
- d) Tọa độ của điểm H là $(5; 6; -2)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Phương trình $2x + 2y - z + 15 = 0$ có $A = 2, B = 2, C = -1$ nên vector $n = (2; 2; -1)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Vì $\overrightarrow{IH} \perp (P)$ nên hai vector $\overrightarrow{IH}$ và n có giá song song hoặc trùng nhau. Suy ra $\overrightarrow{IH}$ và n cùng phương.

Khi đó, $\overrightarrow{IH} = tn$ với t là một số thực nào đó. Với $\overrightarrow{IH} = (x_H - 1; y_H - 2; z_H - 3)$, $tn = (2t; 2t; -t)$, ta có:

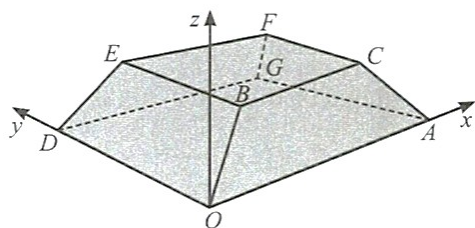
$$\overrightarrow{IH} = tn \Leftrightarrow \begin{cases} x_H - 1 = 2t \\ y_H - 2 = 2t \\ z_H - 3 = -t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_H = 1 + 2t \\ y_H = 2 + 2t \\ z_H = 3 - t \end{cases}$$

Suy ra $H(1 + 2t; 2 + 2t; 3 - t)$. Mà H thuộc $(P): 2x + 2y - z + 15 = 0$ nên

$$2(1 + 2t) + 2(2 + 2t) - (3 - t) + 15 = 0 \Leftrightarrow t = -2.$$

Vậy $H(-3; -2; 5)$.

- Câu 29.** Hình sau minh họa hình ảnh một toà nhà trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Biết $A(50; 0; 0), D(0; 20; 0), B(4k; 3k; 2k)$ với $k > 0$ và mặt phẳng $(CBEF)$ có phương trình là $z = 3$.



- a) Tọa độ của điểm $B\left(6; \frac{9}{2}; 3\right)$
- b) Phương trình mặt phẳng $(AOBC)$ là $2y - 3z = 0$.
- c) Phương trình mặt phẳng $(DOBE)$ là $x - 2z = 0$.

d) Một vector pháp tuyến của mỗi mặt phẳng $(AOBC)$ và $(DOBE)$ lần lượt là: $p = (0; 2; -3)$ và $q = (-1; 0; 2)$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
----------------	----------------	----------------	----------------

a) Vì $B(4k; 3k; 2k)$ thuộc mặt phẳng $(CBEF)$: $z = 3$ nên $2k = 3$, suy ra $k = \frac{3}{2}$. Vậy $B\left(6; \frac{9}{2}; 3\right)$

b) Ta có: $\overrightarrow{OA} = (50; 0; 0), \overrightarrow{OB} = \left(6; \frac{9}{2}; 3\right)$ nên

$$[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}] = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 9 & 3 \\ \frac{2}{2} & 3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 0 & 50 \\ 3 & 6 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 50 & 0 \\ 6 & \frac{9}{2} \end{vmatrix} = (0; -150; 225).$$

Suy ra $n = (0; -2; 3)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(AOBC)$.

Vậy phương trình mặt phẳng $(AOBC)$ là:

$$0 \cdot (x - 0) + (-2) \cdot (y - 0) + 3 \cdot (z - 0) = 0 \Leftrightarrow 2y - 3z = 0.$$

c) Ta có: $\overrightarrow{OD} = (0; 20; 0), \overrightarrow{OB} = \left(6; \frac{9}{2}; 3\right)$ nên

$$[\overrightarrow{OD}, \overrightarrow{OB}] = \begin{vmatrix} 20 & 0 \\ 9 & 3 \\ \frac{2}{2} & 3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 6 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 0 & 20 \\ 6 & \frac{9}{2} \end{vmatrix} = (60; 0; -120).$$

Suy ra $u = (1; 0; -2)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(DOBE)$.

Vậy phương trình mặt phẳng $(DOBE)$ là:

$$1 \cdot (x - 0) + 0 \cdot (y - 0) + (-2) \cdot (z - 0) = 0 \Leftrightarrow x - 2z = 0.$$

d) Một vector pháp tuyến của mỗi mặt phẳng $(AOBC)$ và $(DOBE)$ lần lượt là: $p = (0; 2; -3)$ và $q = (-1; 0; 2)$

Câu 30. Cho mặt phẳng $(P): -3x + y - 2z + 5 = 0$

a) Nếu n là một vector pháp tuyến của (P) thì kn là một vector pháp tuyến của (P) với $k \neq 0$.

b) Nếu n và n' đều là vector pháp tuyến của (P) thì n và n' không cùng phương.

c) Vector $n = (-3; 1; -2)$ không là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

d) Mọi vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ $(-3k; k; -2k)$ với $k \neq 0$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

Câu 31. Cho điểm $I(-3; 0; 1)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y - 4z + 1 = 0$.

- a) Điểm $I(-3;0;1)$ không thuộc mặt phẳng (P) .
- b) Vector $n=(1;-3;4)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) .
- c) Nếu mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) thì vector $n=(1;-3;4)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (Q) .
- d) Mặt phẳng (R) đi qua điểm I và song song với (P) có phương trình là: $x-3y-4z-7=0$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

Ta có: $(-3)-3\cdot 0-4\cdot 1+1=-6\neq 0$ nên I không thuộc (P) .

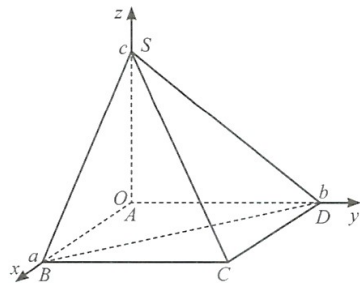
Vector $n=(1;-3;4)$ không là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Vì $(P)\parallel(Q)$ mà $n=(1;-3;4)$ không là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) , tức là giá của n không vuông góc với (P) nên giá của n không vuông góc với (Q) , hay $n=(1;-3;4)$ không là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (Q) .

Ta có: $m=(1;-3;-4)$ là một vector pháp tuyến của (P) . Vì $(R)\parallel(P)$ nên m cũng là vector pháp tuyến của mặt phẳng (R) . Phương trình mặt phẳng (R) là:

$$1\cdot(x+3)-3\cdot(y-0)-4\cdot(z-1)=0\Leftrightarrow x-3y-4z+7=0.$$

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và các điểm $A(0;0;0), B(a;0;0), D(0;b;0), S(0;0;c)$ với a, b, c là các số dương



a) Trung điểm M của BC có tọa độ là $\left(a;\frac{b}{2};0\right)$.

b) Trọng tâm G của tam giác SCD có tọa độ là $\left(\frac{a}{3};\frac{2b}{3};\frac{c}{3}\right)$.

c) Phương trình mặt phẳng (SBD) là $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}+1=0$

d) Khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng (SBD) bằng $\frac{3abc}{\sqrt{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2}}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Ta có: $\overrightarrow{AB}=(a;0;0)$ và $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AB}$, suy ra $\overrightarrow{DC}=(a;0;0)$.

Mà $D(0;b;0)$ nên $C(a;b;0)$.

Vì $B(a;0;0), C(a;b;0)$ nên trung điểm M của BC có tọa độ là $\left(a; \frac{b}{2}; 0\right)$.

b) Vì $S(0;0;c), C(a;b;0), D(0;b;0)$ nên trọng tâm G của tam giác SCD có tọa độ là $\left(\frac{a}{3}; \frac{2b}{3}; \frac{c}{3}\right)$.

c) Phương trình mặt phẳng (SBD) là: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} - 1 = 0$.

d) Khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng (SBD) là:
$$\frac{\left|\frac{a}{3} + \frac{2b}{3} + \frac{c}{3} - 1\right|}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}} = \frac{abc}{3\sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}}$$

Câu 33. Cho hai mặt phẳng $(P_1): 2x - 3y - 6z + 7 = 0, (P_2): 2x + 2y + z + 8 = 0$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (P_1) và (P_2) .

a) Vector $n_1 = (2; -3; -6)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P_1) .

b) Vector có tọa độ $(2; -2; 1)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P_2) .

c) $\cos \alpha = \frac{|n_1 \cdot n_2|}{|n_1| \cdot |n_2|}$ với n_1, n_2 lần lượt là vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P_1), (P_2)$.

d) $\alpha \approx 69^\circ$ (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Ta có: $n_1 = (2; -3; -6)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P_1) , $n_2 = (2; 2; 1)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P_2) .

$$\cos \alpha = \frac{|n_1 \cdot n_2|}{|n_1| \cdot |n_2|} = \frac{|2 \cdot 2 + (-3) \cdot 2 + (-6) \cdot 1|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2 + (-6)^2} \cdot \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{8}{21}.$$

Suy ra $\alpha \approx 68^\circ$.

Câu 34. Cho hai mặt phẳng $(P_1): x + 4y - 2z + 2 = 0, (P_2): -2x + y + z + 3 = 0$.

a) Vector $n_1 = (1; 4; -2)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P_1) .

b) Vector $n_2 = (2; 1; 1)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P_2) .

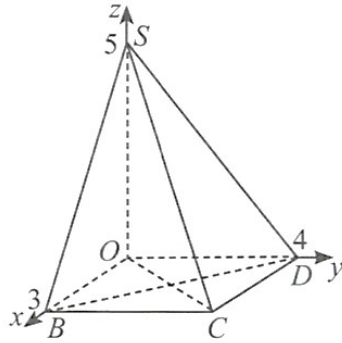
c) $n_1 \cdot n_2 = 0$ với n_1, n_2 lần lượt là vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P_1), (P_2)$.

d) Hai mặt phẳng (P_1) và (P_2) vuông góc với nhau.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.OBCD$ có đáy là hình chữ nhật với $O(0;0;0), B(3;0;0), D(0;4;0), S(0;0;5)$.



a) Điểm $C(3;4;0)$.

b) Phương trình mặt phẳng (SBD) là $20x + 15y + 12z - 60 = 0$

c) Mặt phẳng (SBD) đi qua điểm $H(0;1;2)$

d) khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD) bằng $\frac{60}{\sqrt{769}}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Ta có $OBCD$ là hình chữ nhật, suy ra $\vec{OC} = \vec{OB} + \vec{OD} = (3;4;0)$. Do đó $C(3;4;0)$.

b) Mặt phẳng (SBD) có phương trình là: $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{5} = 1$ hay $20x + 15y + 12z - 60 = 0$.

c) $20 \cdot 0 + 15 \cdot 1 + 12 \cdot 2 - 60 = -21 \neq 0$.

d) Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD) là

$$d(C, (SBD)) = \frac{|20 \cdot 3 + 15 \cdot 4 - 60|}{\sqrt{20^2 + 15^2 + 12^2}} = \frac{60}{\sqrt{769}}.$$

Câu 36. Cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 5 = 0$; $(Q): 4x - 2y + 4z + 1 - m = 0$ và điểm $M(2;1;5)$.

a) Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{8}{3}$.

b) Với $m=0$ thì khoảng cách M đến mặt phẳng (Q) bằng $\frac{9}{2}$.

c) Với $m=3$ thì khoảng cách giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) bằng 3.

d) Có hai giá trị của m để khoảng cách từ M đến mặt phẳng (Q) bằng 1. Khi đó tổng tất cả giá trị của m bằng 5.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) :
$$d(M;(P)) = \frac{|2 \cdot 2 - 1 + 2 \cdot 5 - 5|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = \frac{8}{3}$$

b) Đúng. Với $m=0$ thì $(Q): 4x - 2y + 4z + 1 = 0$

Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (Q) :
$$d(M;(Q)) = \frac{|4 \cdot 2 - 2 \cdot 1 + 4 \cdot 5 + 1|}{\sqrt{4^2 + (-2)^2 + 4^2}} = \frac{9}{2}$$

c) Sai. Với $m=3$ thì $(Q): 4x - 2y + 4z - 2 = 0 \Leftrightarrow (Q): 2x - y + 2z - 1 = 0$

Chọn $N(0; -5; 0) \in (P)$. Vì $(P) // (Q)$ nên $d((P); (Q)) = d(N; (Q)) = \frac{|2 \cdot 0 - (-5) + 2 \cdot 0 - 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = \frac{4}{3}$

d) Sai. khoảng cách từ M đến mặt phẳng (Q) bằng 1

$$\Leftrightarrow d(M;(Q)) = 1 \Leftrightarrow \frac{|4 \cdot 2 - 2 \cdot 1 + 4 \cdot 5 + 1 - m|}{\sqrt{4^2 + (-2)^2 + 4^2}} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{|27 - m|}{6} = 1 \Leftrightarrow |27 - m| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} 27 - m = 6 \\ 27 - m = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 21 \\ m = 33 \end{cases}$$

Vậy tổng các giá trị của m bằng $21 + 33 = 54$.