DẠNG 3 Bài toán cực trị và toán thực tế

Câu 1: Thể tích khối nón có bán kính đáy bằng $2a$ và chiều cao bằng $3a$ là

A. $4\pi a^3$. **B.** $12\pi a^3$. **C.** $2\pi a^3$. **D.** πa^3.

Câu 2: Mặt tiền của một ngôi biệt thự có 8 cây cột trụ tròn, tất cả đều có chiều cao $4,2$ m. Trong số các cây đó có hai cây cột trước đại sảnh đường kính bằng 40 cm, sáu cây cột còn lại phân bố đều hai bên đại sảnh và chúng đều có đường kính bằng 26 cm. Chủ nhà thuê nhân công để sơn các cây cột bằng một loại sơn giả đá, biết giá thuê là $380.000/1m^2$. Hỏi người chủ phải chi ít nhất bao nhiêu tiền để sơn hết các cây cột nhà đó ?

A. $\approx 15.642.000$. **B.** $\approx 12.521.000$. **C.** $\approx 10.400.000$. **D.** $\approx 11.833.000$.

Câu 3: Lượng nguyên liệu cần dùng để làm ra một chiếc nón lá được ước lượng qua phép tính diện tích xung quanh của mặt nón. Cứ $1kg$ lá dùng để làm nón có thể làm ra số nón có tổng diện tích xung quanh là $6,13m^2$. Hỏi nếu muốn làm ra 1000 chiếc nón lá giống nhau có đường kính vành nón $50cm$, chiều cao $30cm$ thì cần khối lượng lá gần nhất với con số nào dưới đây?

A. $50kg$. **B.** $76kg$. **C.** $48kg$. **D.** $38kg$.

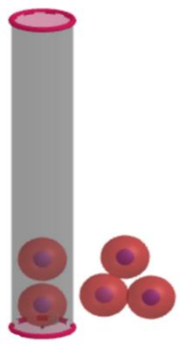
Câu 4: Người ta ngâm một loại rượu trái cây bằng cách xếp 6 trái cây hình cầu có cùng bán kính bằng 5cm vào một cái bình hình trụ sao cho hai quả nằm cạnh nhau tiếp xúc với nhau, các quả đều tiếp xúc với tất cả các đường sinh của mặt xung quanh của hình trụ, đồng thời quả nằm bên dưới cùng tiếp xúc với mặt đáy trụ, quả nằm bên trên cùng tiếp xúc với nắp của hình trụ, cuối cùng là đổ rượu vào đầy bình. Số lít rượu tối thiểu cần đổ vào bình gần nhất với số nào sau đây:

A. $1,57$. **B.** $1,7$. **C.** 1570. **D.** $1,2$.

Câu 5: Một khối đồ chơi gồm một khối trụ và một khối nón có cùng bán kính được chồng lên nhau, độ dài đường sinh khối trụ bằng độ dài đường sinh khối nón và bằng đường kính của khối trụ, khối nón . Biết thể tích của toàn bộ khối đồ chơi là $50\ cm^3$, thể tích khối trụ gần với số nào nhất trong các số sau

A. $36,5\ \text{cm}^3$. **B.** $40,5\ \text{cm}^3$. **C.** $38,2\ \text{cm}^3$. **D.** $38,8\ \text{cm}^3$.

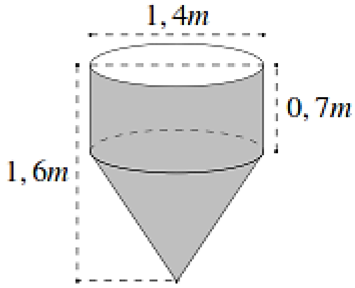
Câu 6: Một con quạ bị khát nước, nó tìm thấy một bình đựng nước hình trụ, do mức nước trong bình chỉ còn lại hai phần ba so với thể tích của bình nên nó không thể thò đầu vào uống nước được. Nó liền gắp 3 viên bi ve hình cầu để sẵn bên cạnh bỏ vào bình thì mực nước dâng lên vừa đủ đầy bình và nó có thể uống nước. Biết 3 viên bi ve hình cầu đều có bán kính là 1cm và chiều cao của bình hình trụ gấp 8 lần bán kính của nó. Diện tích xung quanh của bình hình trụ nói trên gần với số nào nhất trong các số sau?



A. $65,8cm^2$. **B.** $61,6cm^2$.

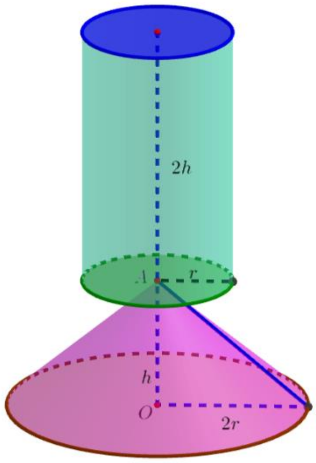
C. $66,6cm^2$. **D.** $62,3cm^2$.

Câu 7: Người ta làm một dụng cụ sinh hoạt gồm hình nón và hình trụ như hình vẽ . Cần bao nhiêu m^2 vật liệu để làm ?



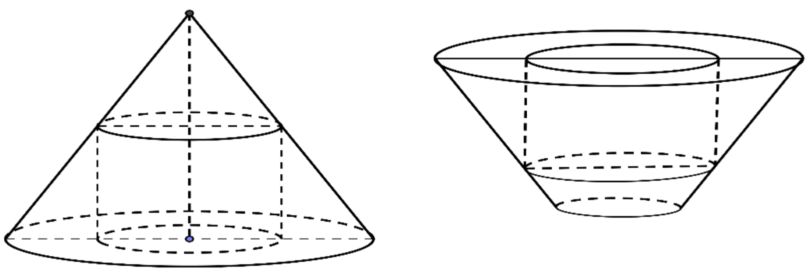
A. $5,6m^2$. **B.** $6,6m^2$. **C.** $5,2m^2$. **D.** $4,5m^2$.

Câu 8: Một khối đồ chơi gồm một khối hình trụ (T) gắn chồng lên một khối hình nón (N), lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là r_1, h_1, r_2, h_2 thỏa mãn $r_2 = 2r_1$, $h_1 = 2h_2$. Biết rằng thể tích của khối nón (N) bằng $20\,\text{cm}^3$. Thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng



A. $140\,\text{cm}^3$. **B.** $120\,\text{cm}^3$. **C.** $30\,\text{cm}^3$. **D.** $50\,\text{cm}^3$.

Câu 9: Khi sản xuất hộp mì tôm các nhà sản xuất luôn để một khoảng trống dưới đáy hộp. Hình vẽ dưới mô tả cấu trúc của hộp mì tôm. Thớ mì tôm có dạng hình trụ, hộp mì có dạng hình nón cụt được cắt ra bởi hình nón có chiều cao $9\,\text{cm}$ và bán kính đáy $6\,\text{cm}$. Nhà sản xuất tìm cách sao cho thớ mì tôm có được thể tích lớn nhất vì mục đích thu hút khách hàng. Tìm thể tích lớn nhất đó.

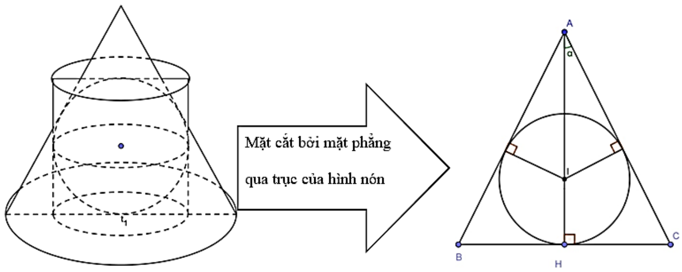


A. 48π . **B.** $\dfrac{81}{2}\pi$. **C.** 36π . **D.** 54π .

Câu 10: Tại trung tâm một thành phố người ta tạo điểm nhấn bằng cột trang trí hình nón có kích thước như sau: chiều dài đường sinh $l = 10\,\text{m}$, bán kính đáy $R = 5\,\text{m}$. Biết rằng tam giác SAB là thiết diện qua trục của hình nón và C là trung điểm SB . Trang trí một hệ thống đèn điện tử chạy từ A đến C trên mặt nón. Xác định giá trị ngắn nhất của chiều dài dây đèn điện tử.

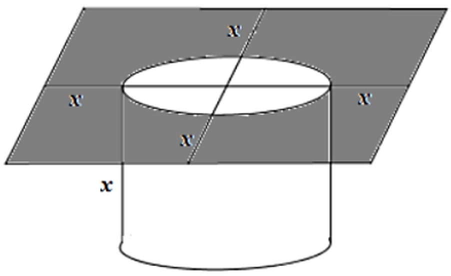
A. $10\,\text{m}$. **B.** $15\,\text{m}$. **C.** $5\sqrt{5}\,\text{m}$. **D.** $5\sqrt{3}\,\text{m}$.

Câu 11: Cho một hình cầu nội tiếp hình nón tròn xoay có góc ở đỉnh là 2α, bán kính đáy là R và chiều cao là h. Một hình trụ ngoại tiếp hình cầu đó có đáy dưới nằm trong mặt phẳng đáy của hình nón . Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hình nón và hình trụ, biết rằng $V_1 \neq V_2$. Gọi M là giá trị lớn nhất của tỉ số $\frac{V_2}{V_1}$. Giá trị của biểu thức $P = 48M + 25$ thuộc khoảng nào dưới đây?



A. $(40;60)$. **B.** $(60;80)$. **C.** $(20;40)$. **D.** $(0;20)$.

Câu 12: Trên một mảnh đất hình vuông có diện tích $81m^2$ người ta đào một cái ao nuôi cá hình trụ sao cho tâm của hình tròn đáy trùng với tâm của mảnh đất. Ở giữa mép ao và mép mảnh đất người ta để lại một khoảng đất trống để đi lại, biết khoảng cách nhỏ nhất giữa mép ao và mép mảnh đất là $x(m)$. Giả sử chiều sâu của ao cũng là $x(m)$. Tính thể tích lớn nhất V của ao.

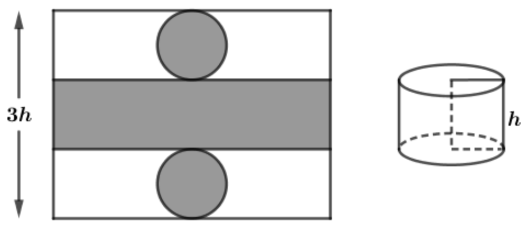


A. $V = 13,5\pi\left(cm^3\right)$. **B.** $V = 27\pi\left(cm^3\right)$. **C.** $V = 36\pi\left(cm^3\right)$. **D.** $V = 72\pi\left(cm^3\right)$.

Câu 13: Một khối gỗ hình trụ tròn xoay có bán kính đáy bằng 1, chiều cao bằng 2. Người ta khoét từ hai đầu khối gỗ hai nửa khối cầu mà đường tròn đáy của khối gỗ là đường tròn lớn của mỗi nửa khối cầu. Tỉ số thể tích phần còn lại của khối gỗ và cả khối gỗ ban đầu là

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 14: Từ một tấm thép phẳng hình chữ nhật, người ta muốn làm một chiếc thùng đựng dầu hình trụ bằng cách cắt ra hai hình tròn bằng nhau và một hình chữ nhật sau đó hàn kín lại, như trong hình vẽ dưới đây. Hai hình tròn làm hai mặt đáy, hình chữ nhật làm thành mặt xung quanh của thùng đựng dầu . Biết thùng đựng dầu có thể tích bằng $50,24$ lít . Diện tích của tấm thép hình chữ nhật ban đầu gần với giá trị nào sau đây nhất?



A. $1,2\left(m^2\right)$. **B.** $1,8\left(m^2\right)$. **C.** $2,2\left(m^2\right)$. **D.** $1,5\left(m^2\right)$.

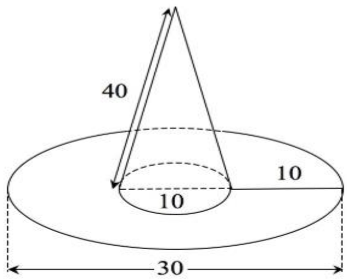
Câu 15: Một thùng đựng nước hình trụ có bán kính đáy là 65cm và chiều cao 160cm. Hỏi thùng đó đựng được tối đa bao nhiêu lít nước?

A. $10400(l)$. **B.** $676(l)$. **C.** $3265{,}6(l)$. **D.** $2123{,}7(l)$.

Câu 16: Cần sản xuất một vỏ hộp sữa hình trụ có thể tích V cho trước. Để tiết kiệm vật liệu nhất thì bán kính đáy phải bằng

A. $\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$. **B.** $\sqrt[3]{\dfrac{V}{2}}$. **C.** $\sqrt[3]{\dfrac{V}{\pi}}$. **D.** $\sqrt[3]{\dfrac{V}{3\pi}}$.

Câu 17: Tính diện tích vải tối thiểu để may được chiếc mũ có hình dạng và kích thước được cho bởi hình vẽ bên biết phía trên có dạng hình nón và phía dưới có dạng hình vành khăn.



A. 450π. **B.** 500π. **C.** 350π. **D.** 400π.

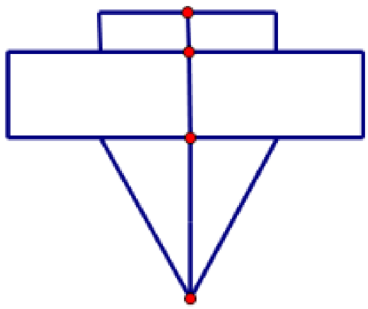
Câu 18: Cho hình trụ có bán kính bằng r và chiều cao cũng bằng r. Một hình vuông $ABCD$ có hai cạnh AB, CD lần lượt là các dây cung của hai đường tròn đáy, còn cạnh BC, AD không phải là đường sinh của hình trụ. Tan của góc giữa mặt phẳng chứa hình vuông và mặt đáy bằng

A. 1. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{15}}{5}$.

Câu 19: Một ngôi biệt thự có 10 cây cột nhà hình trụ tròn, tất cả đều có chiều cao 4,2m. Trong đó, 4 cây cột trước đại sảnh có đường kính 40cm và 6 cây cột còn lại bên thân nhà có đường kính 26cm. Chủ nhà dùng loại sơn giả đá để sơn 10 cây cột đó. Nếu giá của một loại sơn giả đá là 380.000 đồng/m2 thì người chủ phải chi ít nhất bao nhiêu tiền để sơn 10 cây cột đó? .

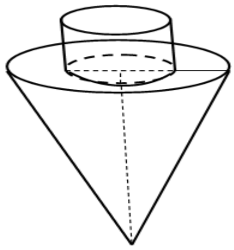
A. 14.647.000. **B.** 13.627.000 . **C.** 16.459.000 . **D.** 15.844.000.

Câu 20: Một con xoay được thiết kế gồm hai khối trụ (T_1), (T_2) chồng lên khối nón (N). Khối trụ (T_1) có bán kính đáy $r(cm)$, chiều cao $h_1(cm)$. Khối trụ (T_2) có bán kính đáy $2r(cm)$, chiều cao $h_2 = 2h_1(cm)$. Khối nón (N) có bán kính đáy $r(cm)$, chiều cao $h_n = 4h_1(cm)$. Biết rằng thể tích toàn bộ con xoay bằng $31(cm^3)$. Thể tích khối nón (N) bằng



A. $5(cm^3)$. **B.** $3(cm^3)$. **C.** $4(cm^3)$. **D.** $6(cm^3)$.

Câu 21: Một cái "cù" gồm hai khối: khối trụ H_1 và khối nón H_2 như hình bên. Chiều cao và bán kính khối trụ lần lượt bằng h_1, r_1 chiều cao và bán kính đáy của khối nón lần lượt bằng h_2, r_2 thỏa mãn $h_1 = \frac{1}{3}h_2$, $r_1 = \frac{1}{2}r_2$. Biết thể tích toàn khối là $30cm^3$, thể tích khối H_1 bằng

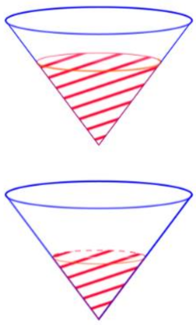


A. $15cm^3$. **B.** $6cm^3$. **C.** $5cm^3$. **D.** $\frac{30}{13}cm^3$.

Câu 22: Một nhà máy sản xuất bột trẻ em cần thiết kê bao bì cho một loại sản phẩm mới dạng khối trụ có thể tích $1\ \text{dm}^3$. Hỏi phải thiết kế hộp đựng này với diện tích toàn phần bằng bao nhiêu để tiết kiệm nguyên vật liệu nhất.

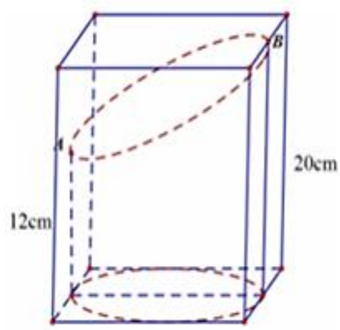
A. $3\sqrt[3]{2\pi}\ \text{dm}^2$. **B.** $3\sqrt{2\pi}\ \text{dm}^2$. **C.** $3\sqrt[3]{\pi}\ \text{dm}^2$. **D.** $\sqrt[3]{4\pi}\ \text{dm}^2$

Câu 23: Hai hình nón bằng nhau có chiều cao bằng $2\ \text{dm}$, được đặt như hình vẽ bên . Lúc đầu, hình nón trên chứa đầy nước và hình nón dưới không chứa nước. Sau đó, nước được chảy xuống hình nón dưới thông qua lỗ trống ở đỉnh của hình nón trên. Hãy tính chiều cao của nước trong hình nón dưới tại thời điểm khi mà chiều cao của nước trong hình nón trên bằng $1\ \text{dm}$.



A. $\sqrt[3]{7}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\sqrt[3]{5}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 24: Một khúc gỗ hình trụ có bán kính R bị cắt bởi một mặt phẳng không song song với đáy ta được thiết diện là một hình elip. Khoảng cách từ điểm A đến mặt đáy là $12\ cm$ khoảng cách từ điểm B đến mặt đáy là $20\ cm$. Đặt khúc gỗ đó vào trong hình hộp chữ nhật có chiều cao bằng $20\ cm$ chứa đầy nước sao cho đường tròn đáy của khúc gỗ tiếp xúc với các cạnh đáy của hình hộp chữ nhật. Sau đó, người ta đo lượng nước còn lại trong hình hộp chữ nhật là 2 lít. Tính bán kính của khúc gỗ

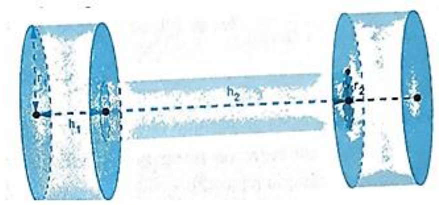


A. R = 5,2 cm. **B.** R = 4,8 cm. **C.** R = 6,4 cm. **D.** R = 8,2 cm.

Câu 25: Một khối nón có bán kính đáy bằng $2\ \text{cm}$, chiều cao bằng $\sqrt{3}\text{cm}$. Một mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với đáy một góc 60^0 chia khối nón làm 2 phần. Tính thể tích V phần nhỏ hơn .

A. $V \approx 1,42\,\text{cm}^3$. **B.** $V \approx 2,36\,\text{cm}^3$. **C.** $V \approx 1,53\,\text{cm}^3$. **D.** $V \approx 2,47\,\text{cm}^3$.

Câu 26: Một quả tạ tập tay gồm ba khối trụ (H_1), (H_2), (H_3) gắn liền nhau lần lượt có bán kính và chiều cao tương ứng là r_1, h_1, r_2, h_2, r_3, h_3 thỏa mãn $r_1 = r_3$, $h_1 = h_3$; $r_2 = \frac{1}{3}r_1$. Biết thể tích của toàn bộ quả tạ bằng 60π và chiều dài quả tạ bằng 9 . Thể tích khối trụ (H_2) bằng?



(H_1)

A. $\pi\dfrac{16(9-2h_1)}{4h_1+9}$. **B.** $\pi\dfrac{36(9-2h_1)}{4h_1+9}$ **C.** $\pi\dfrac{60(9-2h_1)}{4h_1+9}$ **D.** $\pi\dfrac{46(9-2h_1)}{4h_1+9}$

Câu 27: Một bình đựng nước dạng hình nón đựng đầy nước. Người ta thả vào đó một khối cầu có đường kính bằng chiều cao của bình nước và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là $18\pi\ dm^3$ .Biết khối cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của hình nón và đúng một nửa khối cầu chìm trong nước. Tính thể tích nước còn lại trong bình.

A. $27\pi\ dm^3$. **B.** $6\pi\ dm^3$. **C.** $9\pi\ dm^3$. **D.** $24\pi\ dm^3$.

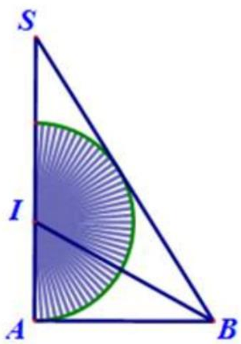
Câu 28: Một ly nước hình trụ có chiều cao $20\,cm$ và bán kính đáy bằng $4\,cm$. Bạn Nam đổ nước vào ly cho đến khi mực nước cách đáy ly $17\,cm$ thì dừng lại. Sau đó, Nam lấy các viên đá lạnh hình cầu có cùng bán kính $2\,cm$ thả vào ly nước. Bạn Nam cần dùng ít nhất bao nhiêu viên đá để nước trào ra khỏi ly?

A. 4. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 29: Khi cắt hình nón có chiều cao $16\,cm$ và đường kính đáy $24\,cm$ bởi một mặt phẳng song song với đường sinh của hình nón ta thu được thiết diện có diện tích lớn nhất gần với giá trị nào sau đây?

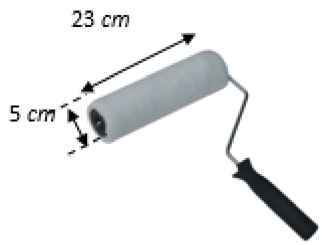
A. 170 . **B.** 260 . **C.** 294 . **D.** 208 .

Câu 30: Cho tam giác SAB vuông tại A , $ABS = 60^\circ$. Phân giác của góc ABS cắt SA tại I . Vẽ nửa đường tròn tâm I , bán kính IA . Cho miền tam giác SAB và nửa hình tròn quay xung quanh trục SA tạo nên các khối tròn xoay thể tích tương ứng là $V_1; V_2$. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $V_1 = \frac{4}{9}V_2$. **B.** $V_1 = \frac{3}{2}V_2$. **C.** $V_1 = 3V_2$. **D.** $V_1 = \frac{9}{4}V_2$.

Câu 31: Một cái trục lăn sơn nước có dạng một hình trụ. Đường kính của đường tròn đáy là 5cm, chiều dài lăn là 23cm. Sau khi lăn trọn 10 vòng thì trục lăn tạo nên tường phẳng lớp sơn có diện tích là

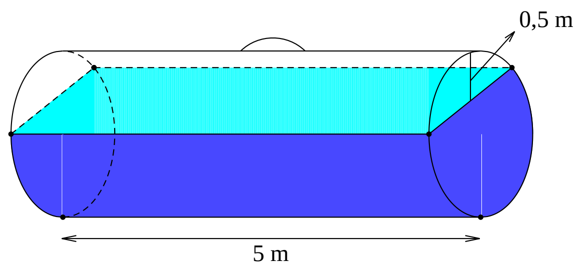


A. $2300\pi\,\text{cm}^2$. **B.** $1150\pi\,\text{cm}^2$. **C.** $862{,}5\pi\,\text{cm}^2$. **D.** $5230\pi\,\text{cm}^2$.

Câu 32: Người ta thiết kế một thùng chứa hình trụ có thể tích V nhất định. Biết rằng giá của vật liệu làm mặt đáy và nắp của thùng bằng nhau và gấp $1{,}5$ lần so với giá vật liệu để làm mặt xung quanh của thùng . Gọi chiều cao của thùng là h và bán kính đáy là r. Tính tỉ số $\frac{h}{r}$ sao cho chi phí vật liệu sản xuất thùng là nhỏ nhất?

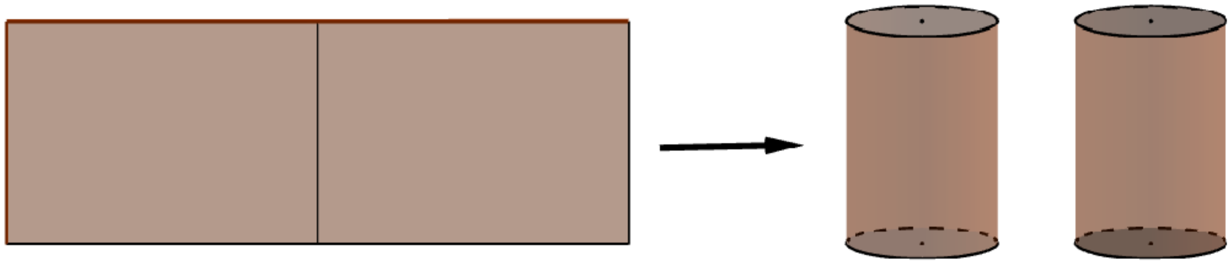
A. $\frac{h}{r}=2.$ **B.** $\frac{h}{r}=\sqrt{3}.$ **C.** $\frac{h}{r}=3.$ **D.** $\frac{h}{r}=2\sqrt{3}.$

Câu 33: Một bồn hình trụ đang chứa dầu, được đặt nằm ngang, có chiều dài bồn là 5m, có bán kính đáy 1m, với nắp bồn đặt trên mặt nằm ngang của mặt trụ. Người ta đã rút dầu trong bồn tương ứng với $0{,}5\text{m}$ của đường kính đáy. Tính thể tích gần đúng nhất của khối dầu còn lại trong bồn .



A. $23{,}562\text{ m}^3$. **B.** $12{,}637\text{ m}^3$. **C.** $6{,}319\text{ m}^3$. **D.** $11{,}781\text{ m}^3$.

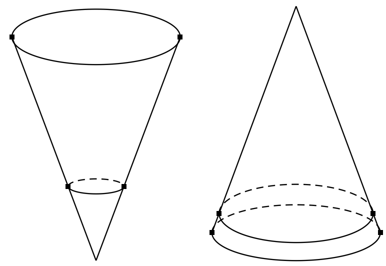
Câu 34: Từ một tấm tôn hình chữ nhật có kích thước $5m\times 40m$, người ta làm hai thùng nước hình trụ có cùng chiều cao $5m$, bằng cách cắt tấm tôn đó thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng .



Tổng thể tích của hai cái thùng hình trụ bằng

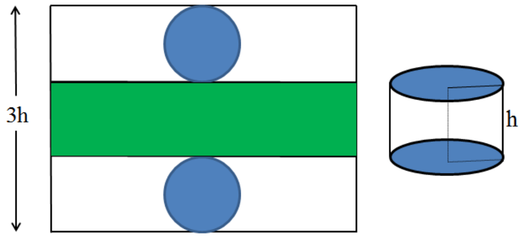
A. $1000\pi\,(m^3)$. **B.** $2000\pi\,(m^3)$. **C.** $\frac{2000}{\pi}(m^3)$. **D.** $\frac{1000}{\pi}(m^3)$.

Câu 35: Một cái phễu có dạng hình nón. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của lượng nước trong phễu bằng một phần ba chiều cao của phễu. Hỏi nếu bịt miệng phễu rồi lộn ngược phễu lên thì chiều cao của nước bằng bao nhiêu? Biết chiều cao của phễu là 15 cm.



A. $0,5$ cm. **B.** $0,216$ cm. **C.** $0,3$ cm. **D.** $0,188$ cm.

Câu 36: Từ một tấm thép phẳng hình chữ nhật, người ta muốn làm một chiếc thùng đựng dầu hình trụ bằng cách cắt ra hai hình tròn bằng nhau và một hình chữ nhật sau đó hàn kín lại, như hình vẽ dưới đây.



Hai hình tròn làm hai mặt đáy, hình chữ nhật làm thành mặt xung quanh của thùng đựng dầu . Biết thùng đựng dầu có thể tích bằng $50,24$ lít . Tính diện tích của tấm thép hình chữ nhật ban đầu?

A. $1,8062\,\mathrm{m}^2$. **B.** $2,2012\,\mathrm{m}^2$. **C.** $1,5072\,\mathrm{m}^2$. **D.** $1,2064\,\mathrm{m}^2$.

Câu 37: Người ta xếp ba viên bi có bán kính bằng nhau và bằng $\sqrt{3}$ vào một cái lọ hình trụ sao cho các viên bi đều tiếp xúc với hai đáy của lọ hình trụ và các viên bi này đôi một tiếp xúc nhau và cùng tiếp xúc với các đường sinh của lọ hình trụ. Tính bán kính đáy của lọ hình trụ.

A. $1+2\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{3+2\sqrt{3}}{2}$. **D.** $2+\sqrt{3}$.

Câu 38: Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ có thể tích là V , các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ lon sữa bò là ít nhất, tức là diện tích toàn phần của hình trụ là nhỏ nhất. Muốn thể tích khối trụ bằng V và diện tích toàn phần hình trụ nhỏ nhất thì bán kính đáy bằng bao nhiêu?

A. $r=\sqrt[3]{\dfrac{V\pi}{2}}$. **B.** $r=\sqrt[3]{V}$. **C.** $r=\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$. **D.** $r=\sqrt[3]{\dfrac{V}{2}}$.

Câu 39: Nam muốn xây một bình chứa hình trụ có thể tích $72\mathrm{m}^3$. Đáy làm bằng bêtông giá 100 nghìn đồng/m^2, thành làm bằng tôn giá 90 nghìn đồng/m^2, nắp bằng nhôm giá 140 nghìn đồng/m^2. Vậy đáy của hình trụ có bán kính bằng bao nhiêu để chi phí xây dựng là thấp nhất?

A. $\dfrac{3}{2\sqrt[3]{\pi}}(\mathrm{m})$. **B.** $\dfrac{3}{\sqrt[3]{\pi}}(\mathrm{m})$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt[3]{\pi}}(\mathrm{m})$. **D.** $\dfrac{2}{\sqrt[3]{\pi}}(\mathrm{m})$.

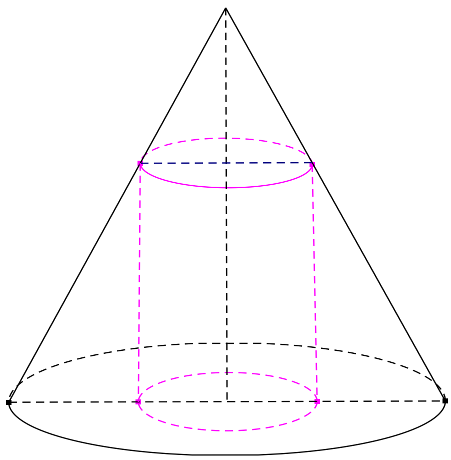
Câu 40: Một công ty sản xuất một loại cốc giấy hình nón không nắp có thể tích $27\mathrm{cm}^3$. Với chiều cao h và bán kính đáy là r. Tìm r để lượng giấy tiêu thụ ít nhất

A. $r=\sqrt[6]{\dfrac{3^6}{2\pi^2}}(cm)$. **B.** $r=\sqrt[4]{\dfrac{3^6}{2\pi^2}}(cm)$. **C.** $r=\sqrt[6]{\dfrac{3^8}{2\pi^2}}(cm)$. **D.** $r=\sqrt[4]{\dfrac{3^8}{2\pi^2}}(cm)$.

Câu 41: Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau cắt khối cầu tâm O bán kính R tạo thành hai hình tròn (C_1) và (C_2) cùng bán kính. Xét hình nón có đỉnh trùng với tâm của một trong hai hình tròn, đáy trùng với hình tròn còn lại. Biết diện tích xung quanh của hình nón là lớn nhất, khi đó thể tích khối trụ có hai đáy là hai hình tròn (C_1) và (C_2) bằng

A. $\dfrac{4\pi R^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\dfrac{2\pi R^3\sqrt{3}}{9}$. **C.** $\dfrac{\pi R^3\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\dfrac{4\pi R^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 42: Cho hình nón có bán kính đáy bằng 3 chiều cao bằng 6, một khối trụ có bán kính đáy thay đổi nội tiếp khối nón đã cho . Thể tích lớn nhất của khối trụ bằng



A. 6π . **B.** 10π . **C.** 4π . **D.** 8π .

Câu 43: Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O', bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $2a$. Trên đường tròn đáy có tâm O lấy điểm A, trên đường tròn tâm O' lấy điểm B. Đặt α là góc giữa AB và đáy. Tính $\tan\alpha$ khi thể tích khối tứ diện $OO'AB$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $\tan\alpha=\sqrt{2}$. **B.** $\tan\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **C.** $\tan\alpha=\dfrac{1}{2}$. **D.** $\tan\alpha=1$.

Câu 44: Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O', bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $2a$. Trên đường tròn đáy có tâm O lấy điểm A , D sao cho $AD=2\sqrt{3}a$; gọi C là hình chiếu vuông góc của D lên mặt phẳng chứa đường tròn (O'); trên đường tròn tâm O' lấy điểm B (AB chéo với CD). Đặt α là góc giữa AB và đáy. Tính $\tan\alpha$ khi thể tích khối tứ diện $CDAB$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $\tan\alpha=\sqrt{3}$. **B.** $\tan\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **C.** $\tan\alpha=1$. **D.** $\tan\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 45: Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O', bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $2a$. Trên đường tròn đáy có tâm O lấy điểm A , D trên đường tròn tâm O' lấy điểm B, C sao cho $AB//CD$ và AB không cắt OO'. Tính AD để thể tích khối chóp $O'.ABCD$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $AD=2\sqrt{2}a$. **B.** $AD=4a$. **C.** $AD=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}a$. **D.** $AD=\sqrt{2}a$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.D	3.A	4.A	5.D	6.B	7.B	8.D	9.A	10.C
11.B	12.A	13.C	14.D	15.D	16.D	17.D	18.C	19.D	20.C
21.B	22.A	23.A	24.D	25.C	26.C	27.B	28.C	29.D	30.D
31.B	32.C	33.B	34.D	35.D	36.C	37.D	38.C	39.B	40.C
41.A	42.D	43.B	44.D	45.A					

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: **Chọn A**

Ta có $V=\frac{1}{3}\pi R^2h=\frac{1}{3}\pi\left(2a\right)^2 3a=4\pi a^3$.

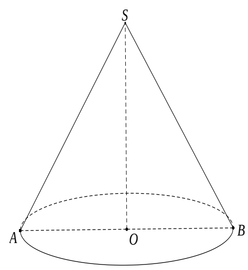
Câu 2: **Chọn D**

Diện tích xung quanh của hai cây cột trước đại sảnh là: $S_1=2.\left(2\pi.0,2.4,2\right)$

Diện tích xung quanh của sáu cây cột trước đại sảnh là: $S_2=6.\left(2\pi.0,13.4,2\right)$

Số tiền người chủ phải trả để sơn hết các cây cột là: $\left(S_1+S_2\right)\times 380.000\approx 11.833.000$.

Câu 3: **Chọn A**



$50cm=0,5m;\ 30cm=0,3m$

Theo đề ta có đường kính $AB=0,5m$, suy ra bán kính đáy $r=\frac{AB}{2}=0,25m$, đường cao $h=0,3m$

Độ dài đường sinh $l=\sqrt{r^2+h^2}=\frac{\sqrt{61}}{20}\Rightarrow S_{xq}=\pi rl=\pi.0,25.\frac{\sqrt{61}}{20}=\pi\frac{\sqrt{61}}{80}\ \left(m^2\right)$

Làm 1000 chiếc nón lá thì có diện tích xung quanh là: $1000.S_{xq}=1000.\pi\frac{\sqrt{61}}{80}=\pi.\frac{25\sqrt{61}}{2}\ \left(m^2\right)$.

Cứ $1kg$ lá dùng để làm nón có thể làm ra số nón có tổng diện tích xung quanh là $6,13m^2$, suy ra khối lượng lá để làm 1000 chiếc nón là: $\pi.\frac{25\sqrt{61}}{2}:6,13\approx 50\ kg$.

Câu 4: **Chọn A**

Thể tích của 6 khối cầu là: $V_1=6.\frac{4}{3}\pi R^3=6.\frac{4}{3}\pi.5^3=1000\pi\left(cm^3\right)$.

Thể tích của cái bình hình trụ là: $V_2=\pi R^2.h=\pi.5^2.\left(6.10\right)=1500\pi\left(cm^3\right)$

Thể tích rượu tối thiểu cần đổ vào bình là: $V=V_2-V_1=1500\pi-1000\pi=500\pi\left(cm^3\right)=1,57\left(l\right)$.

Câu 5: Chọn D

Gọi $a\left(\text{cm}\right)$ là độ dài đường kính khối trụ, khi đó thể tích khối trụ là: $V_T=\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2a=\frac{\pi a^3}{4}\left(\text{cm}^3\right)$

.

Dễ thấy chiều cao khối nón là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ nên thể tích khối nón là: $V_N=\frac{1}{3}\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}\left(\text{cm}^3\right)$

.

Thể tích của toàn bộ khối đồ chơi là: $V=V_N+V_T$ $\Leftrightarrow\frac{\pi a^3}{4}+\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}=50\Leftrightarrow\frac{\pi a^3}{4}\left(1+\frac{\sqrt{3}}{6}\right)=50$

$\Leftrightarrow V_T\left(1+\frac{\sqrt{3}}{6}\right)=50\Leftrightarrow V_T=50:\left(1+\frac{\sqrt{3}}{6}\right)\approx 38,8\left(\text{cm}^3\right)$.

Câu 6: Chọn B

Gọi chiều cao của bình nước hình trụ là $h\left(cm\right)$

Gọi bán kính của bình nước hình trụ là $R\left(cm\right)$

Ta có chiều cao của bình nước thì gấp 8 lần bán kính của viên bi ve nên: $h=8.1=8\left(cm\right)$

Khi cho ba viên bi vào bình nước thì nước dâng lên đến miệng bình, nên ta có thể tích của ba viên bi bằng một phần ba thể tích của bình nước

$3\left(\frac{4}{3}.\pi.\left(1\right)^3\right)=\frac{1}{3}.\left(8.\pi R^2\right)\Leftrightarrow R=\sqrt{\frac{3}{2}}\left(cm\right)$

Diện tích xung quanh của bình nước là: $S_{xq}=2\pi Rh=2.\pi.\sqrt{\frac{3}{2}}.8\approx 61,6\left(cm^2\right)$

Câu 7: Chọn A

Dựa vào hình vẽ ta có các kích thước như sau.

Bán kính đáy của hình nón và hình trụ $r=\frac{1,4}{2}=0,7m$.

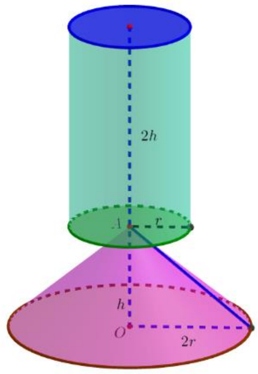
Chiều cao của hình nón $h=1,6-0,7=0,9m$

Suy ra độ dài đường sinh của hình nón $l=\sqrt{h^2+r^2}=\sqrt{0,9^2+0,7^2}=\sqrt{1,3}$.

Tổng vật liệu cần làm bằng diện tích xung quanh của khối hình.

$S_{xq}=S_{xq.non}+S_{xq.tru}=\pi rl+2r\pi.h_{tru}=\pi.0,7.\sqrt{1,3}+2.0,7\pi.0,7\simeq 5,586\approx 5,6$

Câu 8: Chọn D

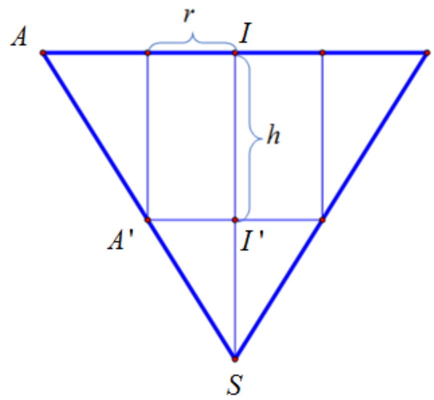


Thể tích khối nón là $V_N = \frac{1}{3}\pi r_2^2 h_2 = 20cm^3$.

Thể tích khối trụ là $V_T = \pi r_1^2 h_1 = \pi\left(\frac{r_2}{2}\right)^2 2h_2 = \frac{3}{2}V_N = 30cm^3$.

Vậy thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng $V = V_N + V_T = 50cm^3$.

Câu 9: Chọn A



Ta có mặt cắt qua trục hình nón như hình vẽ.
Đặt r là bán kính đáy hình trụ, h là chiều cao của hình trụ.
Thớ mì tôm có được thể tích lớn nhất khi khối trụ có thể tích lớn nhất.
Thể tích khối trụ là: $V = \pi r^2 h$.

Ta có hai tam giác SAI và $SA'I'$ đồng dạng $\Rightarrow \frac{SI}{SI'} = \frac{AI}{A'I'} \Leftrightarrow \frac{9}{9-h} = \frac{6}{r} \Rightarrow h = 9 - \frac{3r}{2}$.

Khi đó $V = \pi.r^2.h = \pi.r^2.\left(9 - \frac{3r}{2}\right) = \pi\left(-\frac{3r^3}{2} + 9r^2\right)$.

Khảo sát hàm số V, biến số $r\ (0 < r < 6)$; $V' = \pi\left(-\frac{9r^2}{2} + 18r\right)$.

$V' = 0 \Leftrightarrow \pi\left(-\frac{9r^2}{2} + 18r\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} r = 0\ (l) \\ r = 4\ (n) \end{array}\right.$.

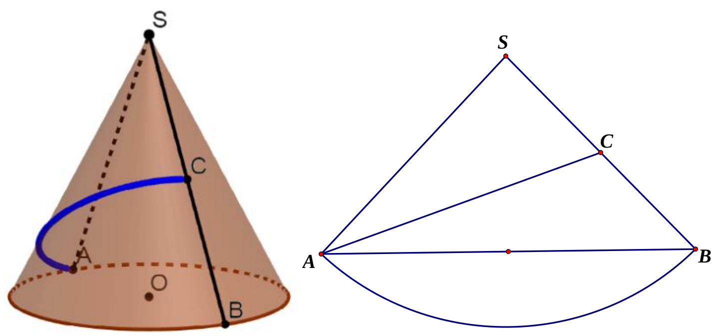
Bảng biến thiên:

r	$-\infty$	0		4		6	$+\infty$
V'		0	$+$	0	$-$		
V		0	$\nearrow$	48π	$\searrow$	0	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $V_{\max} = 48\pi$ khi $r = 4$.

Vậy thớ mì tôm có thể tích lớn nhất là 48π.

Câu 10: Chọn C



Khi cắt mặt xung quanh hình nón bởi mặt phẳng (SAB), rồi trải phẳng phần mặt xung quanh có chứa hệ thống đèn trang trí ta được một hình quạt như trên.

Ta có độ dài cung quạt chính là nửa chu vi của đường tròn đáy hình nón: $l_1 = \pi R = 5\pi$ m.

Khi đó $ASB = \dfrac{l_1}{l} = \dfrac{\pi}{2}$. Nên khi trải phẳng ta được tam giác SAB vuông tại S.

Chiều dài ngắn nhất của dây đèn trang trí chính là độ dài đoạn thẳng AC.

Do đó giá trị ngắn nhất của dây đèn là $AC = \sqrt{SA^2 + SC^2} = \sqrt{10^2 + 5^2} = 5\sqrt{5}$ m.

Câu 11: Chọn B

Gọi r là bán kính hình cầu, khi đó r cũng là bán kính đường tròn đáy của hình trụ đã cho, chiều cao của hình trụ bằng $2r$. Ta có $\begin{cases} V_1 = \dfrac{1}{3}\pi R^2 h \\ V_2 = \pi r^2.2r \end{cases} \Rightarrow \dfrac{V_2}{V_1} = \dfrac{6r^3}{R^2 h}$.

Xét mặt cắt qua trục của hình nón là 1 tam giác cân ABC có diện tích là $S = \dfrac{1}{2}h.2R = Rh$.

Tam giác cân có chiều dài cạnh bên $AB = AC = \dfrac{R}{\sin\alpha}$.

Mặt khác áp dụng công thức $S = pr$ với p là nửa chu vi tam giác, r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác .

Ta có $p = \dfrac{1}{2}\left(2R + 2\dfrac{R}{\sin\alpha}\right) \Rightarrow S = Rh = \left(R + \dfrac{R}{\sin\alpha}\right)r \Leftrightarrow r = \dfrac{h.\sin\alpha}{\sin\alpha + 1}$.

Khi đó $\dfrac{V_2}{V_1} = \dfrac{6h^3\sin^3\alpha}{R^2 h(\sin\alpha+1)^3} = \dfrac{6\sin^3\alpha}{(\sin\alpha+1)^3}.\left(\dfrac{h}{R}\right)^2$

$= \dfrac{6\sin^3\alpha}{(\sin\alpha+1)^3}.\cot^2\alpha = \dfrac{6\sin\alpha(1-\sin^2\alpha)}{(\sin\alpha+1)^3} = \dfrac{6\sin\alpha(1-\sin\alpha)}{(\sin\alpha+1)^2}$. Xét hàm số $y = \dfrac{6\sin\alpha(1-\sin\alpha)}{(\sin\alpha+1)^2}$.

Đặt $t=\sin\alpha$, $t\in(0;1)$ ta có $y=\dfrac{6t(1-t)}{(t+1)^2}$, $t\in(0;1)$.

Ta có $y'=\dfrac{-6(3t-1)}{(t+1)^3}$; $y'=0\Rightarrow t=\dfrac{1}{3}$.

Bảng biến thiên:

t	0		$\frac{1}{3}$		1
y'		$+$	0	$-$	
y	0	$\nearrow$	$\frac{3}{4}$	$\searrow$	0

Suy ra $M=\dfrac{3}{4}$. Vậy $P=48M+25=48.\dfrac{3}{4}+25=61$.

Câu 12: Chọn A

Ta có bán kính đáy hình trụ là $r=\dfrac{9-2x}{2}$.

Thể tích ao là $V=\pi R^2h=\pi\left(\dfrac{9-2x}{2}\right)^2x=\dfrac{\pi}{4}(9-2x)^2x$.

Xét hàm số $f(x)=(9-2x)^2x=4x^3-36x^2+81x$ với $0<x<\dfrac{9}{2}$.

Ta có $f'(x)=12x^2-72x+81$.

Khi đó $f'(x)=0\Leftrightarrow 12x^2-72x+81=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{3}{2}\ (n)\\ x=\dfrac{9}{2}\ (l)\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

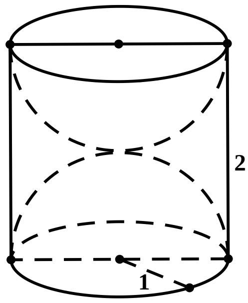
x		0		$\frac{3}{2}$		$\frac{9}{2}$	
f'			$+$	0	$-$		
f		0	$\nearrow$	54	$\searrow$	0	

Từ bảng biến thiên suy ra: $\max\limits_{\left(0;\frac{9}{2}\right)}f(x)=54\Leftrightarrow x=\dfrac{3}{2}$.

Vậy thể tích lớn nhất V của ao là $V=\dfrac{54\pi}{4}=\dfrac{27\pi}{2}=13{,}5\pi\left(m^3\right)$.

Câu 13: Chọn C

Theo bài toán ta có hình vẽ



Thể tích của khối trụ là $V=\pi.1^2.2=2\pi$.

Vì đường tròn đáy của khối trụ là đường tròn lớn của mỗi nửa khối cầu nên bán kính của mỗi nửa khối cầu là $R=1$.

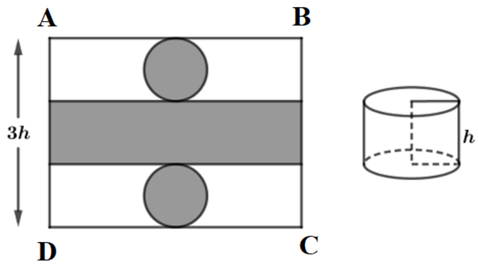
Thể tích của hai nửa khối cầu bị khoét đi là $V_1=2\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{4\pi.1^3}{3}=\frac{4\pi}{3}$.

Thể tích của phần còn lại của khối gỗ là $V_2=V-V_1=2\pi-\frac{4\pi}{3}=\frac{2\pi}{3}$.

Vậy tỉ số thể tích cần tìm là $\frac{V_2}{V}=\frac{\frac{2\pi}{3}}{2\pi}=\frac{1}{3}$.

Câu 14: Chọn D

Gọi tấm thép hình chữ nhật ban đầu là $ABCD$, r là bán kính của hình tròn đáy.



Ta có $3h=4r+h\Leftrightarrow h=2r$.

Thể tích của thùng đựng dầu là $V=\pi.r^2.h=3{,}14.r^2.2r=6{,}28r^3$

$\Leftrightarrow 50{,}24=6{,}28r^3\Leftrightarrow r^3=8\Leftrightarrow r=2(dm)=0{,}2(m)$.

Do đó $AD=3h=6r=1{,}2(m)$ và $AB=2\pi.r=1{,}256\ (m)$.

Vậy diện tích của tấm thép hình chữ nhật ban đầu là $S=AB.AD=1{,}2.1{,}256=1{,}5072\left(m^2\right)$.

Câu 15: Chọn D

Thể tích khối trụ $V=\pi r^2h=\pi(6{,}5)^2.16=676\pi\approx 2123{,}7\ (l)$.

Câu 16: Chọn A

Giả sử vỏ hộp sữa có bán kính đáy là R, chiều cao là h ($R,h>0$).

Vì thể tích vỏ hộp là V nên ta có $V=\pi R^2h\Rightarrow h=\frac{V}{\pi R^2}$.

Để tiết kiệm vật liệu nhất thì hình trụ vỏ hộp sữa phải có diện tích toàn phần $S_{tp}=2\pi Rh+2\pi R^2=\frac{2V}{R}+2\pi R^2$ nhỏ nhất.

Cách 1:

Ta có $S_{tp}=\frac{2V}{R}+2\pi R^2=\frac{V}{R}+\frac{V}{R}+2\pi R^2\geq 3\sqrt[3]{2\pi V^2}$.

S_{tp} đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $\frac{V}{R}=2\pi R^2 \Leftrightarrow R=\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$.

Cách 2:

Xét hàm số $f(R)=\frac{2V}{R}+2\pi R^2$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

Ta có $f'(R)=-\frac{2V}{R^2}+4\pi R=\frac{4\pi R^3-2V}{R^2}$. $f'(R)=0 \Leftrightarrow R=\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$.

Bảng biến thiên:

R	0		$\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$		$+\infty$
$f'(R)$		$-$	0	$+$	
$f(R)$		$\searrow$		$\nearrow$	

Từ bảng biến thiên ta thấy $f(R)$ đạt nhỏ nhất khi $R=\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$.

Vậy để tiết kiệm vật liệu nhất thì bán kính đáy vỏ hộp phải bằng $\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$.

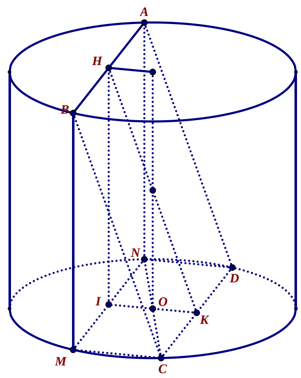
Câu 17: Chọn D

Gọi S_1,S_2 lần lượt là diện tích xung quanh của hình nón phía trên và diện tích của hình vành khăn phía dưới.

Ta có: $S_1=\pi.5.40=200\pi$ và $S_2=\pi.15^2-\pi.5^2=200\pi$.

Khi đó: diện tích vải tối thiểu để may được chiếc mũ là $S_1+S_2=200\pi+200\pi=400\pi$.

Câu 18: Chọn C



Gọi MN là hình chiếu vuông góc của AB lên đường tròn đáy. Ta có $MNDC$ là hình chữ nhật và $NC\cap MD=O$ là tâm đường tròn đáy. Gọi H,I,K lần lượt là trung điểm AB,MN,CD.

Lại có $HK\perp CD,\ IK\perp CD$, suy ra góc giữa mặt phẳng chứa hình vuông $ABCD$ và mặt đáy là $\widehat{HKI} \Rightarrow \tan \widehat{HKI}=\frac{IH}{IK}$.

Đặt $AB=BC=CD=AD=x\ (x>0)$. Ta có $MC=IK=2OK=2\sqrt{OC^2-CK^2}=2\sqrt{r^2-\frac{x^2}{4}}$.

Trong tam giác vuông BMC ta có

$BM^2+MC^2=BC^2 \Leftrightarrow r^2+4\left(r^2-\frac{x^2}{4}\right)=x^2 \Leftrightarrow x=\frac{r\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \Rightarrow IK=\frac{r\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$.

Suy ra $\tan HKI=\frac{IH}{IK}=\frac{r}{\frac{r\sqrt{3}}{\sqrt{2}}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 19: Chọn D

Diện tích cần sơn chính là tổng diện tích xung quanh của các cây cột có dạng hình trụ.

Gọi S_1,S_2 lần lượt là tổng diện tích xung quanh của 4 cây cột nhà hình trụ có đường kính $40cm$ và 6 cây cột nhà hình trụ có đường kính $26cm$.

Gọi r_1,l_1 lần lượt là bán kính, độ dài đường sinh của 4 cây cột nhà hình trụ có đường kính $40cm$ và r_2,l_2 lần lượt là bán kính, độ dài đường sinh của 6 cây cột nhà hình trụ có đường kính $26cm$.

Khi đó: $r_1=20cm=0,2m$, $l_1=4,2m$ nên $S_1=4.2\pi r_1l_1=8\pi.0,2.4,2=\frac{168\pi}{25}\left(m^2\right)$.

Lại có: $r_2=13cm=0,13m$, $l_2=4,2m$ nên $S_2=6.2\pi r_2l_2=12\pi.0,13.4,2=\frac{819\pi}{125}\left(m^2\right)$.

Vậy số tiền người chủ biệt thự phải trả để sơn 10 cây cột nhà là $\left(\frac{168\pi}{25}+\frac{819\pi}{125}\right)\times 380.000\approx 15.844.000$.

Câu 20: Chọn C

Theo bài ta có $h_n=4h_1 \Rightarrow h_1=\frac{1}{4}h_n; h_2=2h_1=\frac{1}{2}h_n$.

Thể tích toàn bộ con xoay là $V=V_{(T_1)}+V_{(T_2)}+V_{(N)}=\pi.r^2.h_1+\pi.(2r)^2.h_2+\frac{1}{3}\pi.r^2.h_n$

$\Leftrightarrow 31=\pi.r^2.\frac{1}{4}h_n+\pi.4r^2.\frac{1}{2}h_n+\frac{1}{3}\pi.r^2.h_n$

$\Leftrightarrow 31=\frac{3}{4}\left(\frac{1}{3}\pi.r^2.h_n\right)+6\left(\frac{1}{3}\pi.r^2.h_n\right)+\frac{1}{3}\pi.r^2.h_n \Leftrightarrow 31=\frac{31}{4}\left(\frac{1}{3}\pi.r^2.h_n\right) \Leftrightarrow \frac{1}{3}\pi.r^2.h_n=4$

Vậy thể tích khối nón (N) là: $V_{(N)}=4(cm^3)$.

Câu 21: Chọn B

Ta có: $h_1=\frac{1}{3}h_2 \Leftrightarrow h_2=3h_1$, $r_1=\frac{1}{2}r_2 \Leftrightarrow r_2=2r_1$.

Thể tích khối trụ H_1 là: $V_1=\pi r_1^2h_1$.

Thể tích khối nón H_2 là: $V_2=\frac{1}{3}\pi r_2^2h_2=\frac{1}{3}\pi\left(2r_1\right)^2.3h_1=4\pi r_1^2h_1=4V_1$.

Thể tích toàn khối là: $V=V_1+V_2 \Leftrightarrow 30=V_1+4V_1 \Leftrightarrow 30=5V_1 \Leftrightarrow V_1=6$.

Vậy thể tích khối H_1 bằng $6cm^3$.

Câu 22: Chọn A

Giả sử hộp trụ có bán kính đáy r, chiều cao là h. Theo giả thiết có

$V=\pi r^2h=1 \Rightarrow h=\frac{1}{\pi r^2}$.

Để tiết kiệm nguyên vật liệu nhất thì diện tích toàn phần phải nhỏ nhất:

$S_{tp}=S_{xq}+S_{2day}=2\pi r^2+2\pi rh=2\pi r^2+\dfrac{2}{r}=2\pi r^2+\dfrac{1}{r}+\dfrac{1}{r}\ge 3\sqrt[3]{2\pi}.$

Dấu bằng đạt tại $2\pi r^2=\dfrac{1}{r}\Leftrightarrow r=\dfrac{1}{\sqrt[3]{2\pi}}\approx 0{,}54\text{ dm}\Rightarrow h\approx 1{,}084\text{ dm}$.

Vậy phải thiết kế một khối trụ có bán kính đáy $0{,}54$ dm và chiều cao $1{,}084$ dm .

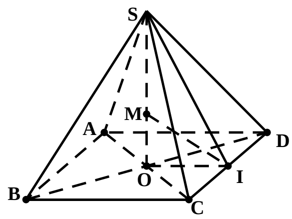
Vậy $S_{tp}=3\sqrt[3]{2\pi}\ \text{dm}^3$.

Câu 23: Chọn A

Gọi bán kính đáy của hình nón là r .

Khi đó thể tích nước trong khối nón phía trên lúc ban đầu là: $\dfrac{\pi r^2.2}{3}$

Thể tích nước trong khối nón phía trên sau khi chảy xuống nón dưới tại thời điểm khi mà chiều cao của nước trong hình nón trên bằng 1 dm là: $\dfrac{\pi.\left(\dfrac{r}{2}\right)^2.1}{3}=\dfrac{\pi r^2}{12}$



Thể tích nước trong nón phía dưới sau khi nón trên chảy xuống là: $\dfrac{2\pi r^2}{3}-\dfrac{\pi r^2}{12}=\dfrac{7\pi r^2}{12}$.

Gọi chiều cao nước trong nón dưới là h , bán kính đáy nước trong nón dưới là r' , khi đó: $\dfrac{h}{2}=\dfrac{r'}{r}\Leftrightarrow r'=\dfrac{rh}{2}$.

Thể tích nước trong nón phía dưới là: $\dfrac{\pi(r')^2h}{3}=\dfrac{7\pi r^2}{12}\Leftrightarrow\dfrac{\pi\left(\dfrac{rh}{2}\right)^2.h}{3}=\dfrac{7\pi r^2}{12}\Leftrightarrow h=\sqrt[3]{7}.$

Câu 24: Chọn D

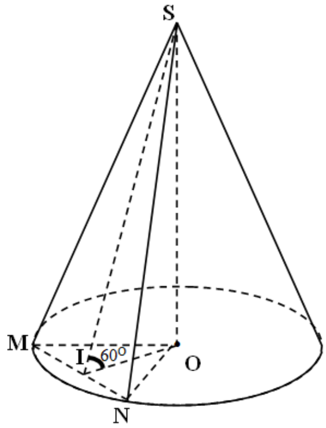
Giả sử R có đơn vị là m . Có $2l=0.002\ (m^3)$.

Thể tích khối hộp bằng $4R^2.0{,}2=0{,}8R^2\ (m^3)$.

Thể tích khúc gỗ bằng $\pi R^2\left(\dfrac{0{,}12+0{,}2}{2}\right)=0{,}16\pi R^2\ (m^3)$.

Ta có $0{,}8R^2-0{,}16\pi R^2=0{,}002\Rightarrow R\approx 0{,}08201\,(m)\Rightarrow R\approx 8{,}2\ cm$

Câu 25: Chọn A



Cách 1:

Gọi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với đáy một góc $60°$ cắt khối nón theo thiết diện là tam giác SMN như hình vẽ.

Gọi I là trung điểm MN. Khi đó $OI \perp MN$ và $SI \perp MN$, suy ra góc giữa mặt phẳng (SMN) và mặt đáy là góc $SIO = 60°$.

Xét tam giác SIO ta có: $OI = \dfrac{SO}{\tan SIO} = \dfrac{\sqrt{3}}{\tan 60^0} = 1$.

$IN = \sqrt{ON^2 - OI^2} = \sqrt{3}$, $MN = 2IN = 2\sqrt{3}$. $S_{\Delta OMN} = \dfrac{1}{2}.OI.MN = \sqrt{3}$.

$V_{S.OMN} = \dfrac{1}{3}.SO.S_{\Delta OMN} = 1$; $V_{k/non} = \dfrac{1}{3}.\pi.2^2.\sqrt{3} = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}\pi$.

$\sin ION = \dfrac{IN}{ON} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Suy ra $ION = 60°$, $MON = 2.ION = 120°$.

Gọi V là thể tích cần tính. Ta có $V = \dfrac{1}{3}V_{k/non} - V_{S.OMN} = \dfrac{4\sqrt{3}}{9}\pi - 1 \approx 1{,}42\,\text{cm}^3$.

Cách 2:

Gọi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với đáy một góc $60°$ cắt khối nón theo thiết diện là tam giác SMN như hình vẽ.

Gọi I là trung điểm MN. Khi đó $OI \perp MN$ và $SI \perp MN$, suy ra góc giữa mặt phẳng (SMN) và mặt đáy là góc $SIO = 60^0$.

Xét tam giác SIO ta có: $OI = \dfrac{SO}{\tan SIO} = \dfrac{\sqrt{3}}{\tan 60^0} = 1$.

$IN = \sqrt{ON^2 - OI^2} = \sqrt{3} \Rightarrow MN = 2IN = 2\sqrt{3}$; $S_{\Delta OMN} = \dfrac{1}{2}.OI.MN = \sqrt{3}$.

Ta có $\sin ION = \dfrac{IN}{ON} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ suy ra $ION = 60°$, $MON = 2.ION = 120°$.

Gọi S_V là diện tích hình viên phân tạo bởi dây MN và cung nhỏ MN.

Ta có $S_V = \dfrac{1}{3}\pi R^2 - S_{\Delta OMN} = \dfrac{4\pi}{3} - \sqrt{3}$

Thể tích phần nhỏ cần tính là: $V = \dfrac{1}{3}SO.S_V = \dfrac{4\sqrt{3}}{9}\pi - 1 \approx 1{,}42\,\text{cm}^3$.

Câu 26: Chọn C

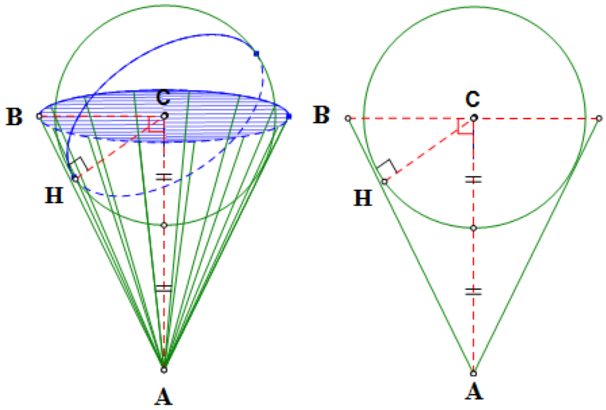
Chiều dài quả tạ là $l = h_1 + h_2 + h_3 = 2h_1 + h_2 = 9 \Rightarrow h_2 = 9 - 2h_1$

Thể tích quả tạ là $V = V_{(H_1)} + V_{(H_2)} + V_{(H_3)} = \pi r_1 h_1 + \pi r_2 h_2 + \pi r_3 h_3 = 2\pi r_1 h_1 + \pi r_2 h_2 = 60\pi$

$$\Leftrightarrow 2r_1h_1 + r_2h_2 = 60 \Leftrightarrow 6r_2h_1 + r_2\left(9 - 2h_1\right) = 60 \Leftrightarrow r_2\left(9 + 4h_1\right) = 60 \Leftrightarrow r_2 = \frac{60}{9 + 4h_1}$$

Thể tích $V_{(H_2)} = \pi r_2 h_2 = \pi \dfrac{60}{9 + 4h_1}\left(9 - 2h_1\right) = \pi \dfrac{60\left(9 - 2h_1\right)}{9 + 4h_1}$.

Câu 27: Chọn B



Vì đúng một nửa khối cầu chìm trong nước nên thể tích khối cầu gấp 2 lần thể tích nước tràn ra ngoài.

Gọi bán kính khối cầu là R, lúc đó: $\frac{4}{3}\pi R^3 = 36\pi \Leftrightarrow R^3 = 27$.

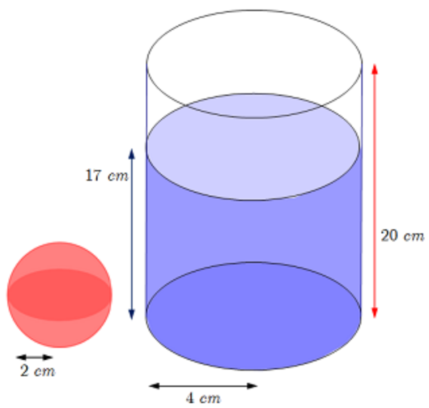
Xét tam giác ABC có AC là chiều cao bình nước nên $AC = 2R$

Trong tam giác ABC có: $\dfrac{1}{CH^2} = \dfrac{1}{CA^2} + \dfrac{1}{CB^2} \Leftrightarrow \dfrac{1}{R^2} = \dfrac{1}{4R^2} + \dfrac{1}{CB^2} \Leftrightarrow CB^2 = \dfrac{4R^2}{3}$.

Thể tích khối nón: $V_n = \dfrac{1}{3}\pi.CB^2.AC = \dfrac{1}{3}\pi.\dfrac{4R^2}{3}.2R = \dfrac{8\pi}{9}.R^3 = 24\pi\ dm^3$.

Vậy thể tích nước còn lại trong bình: $24\pi - 18\pi = 6\pi\ dm^3$

Câu 28:



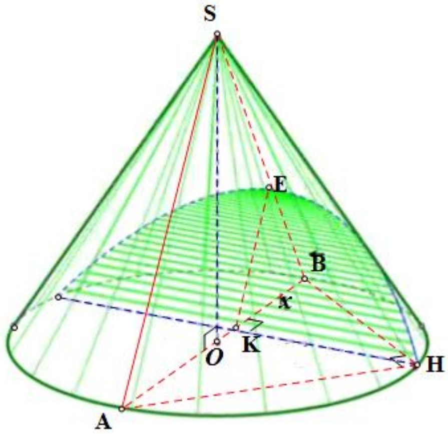
Chọn C

Ta có thể tích phần không chứa nước $V_1 = 3.\pi.4^2 = 48\pi$. Như vậy để nước trào ra ngoài thì số bi thả vào cốc có tổng thể tích lớn hơn 48π.

Gọi n là số viên bi tối thiểu thả vào cốc khi đó tổng thể tích của n viên bi là $V_2 = n.\frac{4}{3}\pi.2^3 = \frac{32\pi n}{3}$

. Theo bài ra $\frac{32\pi n}{3} > 48\pi \Leftrightarrow n > \frac{9}{2}$. Vậy $n = 5$.

Câu 29: Chọn D



Cắt hình nón bởi một mặt phẳng song song với đường sinh của hình nón ta thu được thiết diện là một parabol.

Xét dây cung bất kỳ chứa đoạn KH như hình vẽ, suy ra tồn tại đường kính $AB \perp KH$, trong tam giác SAB, $KE // SA, E \in SB$, Suy ra Parabol nhận KE làm trục như hình vẽ chính là một thiết diện thỏa yêu cầu bài toán.

Đặt $BK = x$.

Trong tam giác ABH có: $HK^2 = BK.AK = x(24 - x)$.

Trong tam giác SAB có: $\frac{KE}{SA} = \frac{BK}{BA} \Leftrightarrow KE = \frac{BK}{BA}.SA \Leftrightarrow KE = \frac{5x}{6}$.

Thiết diện thu được là một parabol có diện tích: $S = \frac{4}{3}KH.KE$.

Ta có: $S^2 = \frac{16}{9}KH^2.KE^2 = \frac{16}{9}.x(24-x).\frac{25x^2}{36} = \frac{100}{81}.(24x^3 - x^4) \Rightarrow S = \frac{10}{9}.\sqrt{24x^3 - x^4}$

Đặt $f(x) = 24x^3 - x^4$, với $0 < x < 24$.

Ta có: $f'(x) = 72x^2 - 4x^3$. Suy ra $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 72x^2 - 4x^3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 18 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	0		18		24
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$		↗	34992	↘	

Vậy thiết diện có diện tích lớn nhất là: $\frac{10}{9}\sqrt{34992} \approx 207,8\ cm^2$

Câu 30: Chọn D

Đặt $AB = x\ (x > 0)$. Tam giác SAB vuông tại A $\Rightarrow SA = AB.\tan ABS = x\sqrt{3}$.

IB là phân giác trong góc B $\Rightarrow \widehat{IBA}=30^\circ \Rightarrow IA=AB\tan 30^\circ=\dfrac{x}{\sqrt{3}}$.

Quay miền tam giác SAB quanh SA ta được khối nón có chiều cao là SA, bán kính đáy là AB

$\Rightarrow V_1=\dfrac{1}{3}\pi.AB^2.SA=\dfrac{1}{3}\pi.x^2.x\sqrt{3}=\dfrac{\pi x^3\sqrt{3}}{3}$.

Quay nửa hình tròn tâm I quanh SA ta được khối cầu tâm I bán kính IA

$\Rightarrow V_2=\dfrac{4}{3}\pi IA^3=\dfrac{4}{3}\pi.\dfrac{x^3}{3\sqrt{3}}=\dfrac{4\pi x^3\sqrt{3}}{27}\Rightarrow \dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{9}{4}$.

Câu 31: Chọn B

Khi lăn trọn một vòng thì trục lăn tạo trên tường phẳng lớp sơn có diện tích bằng diện tích xung quanh của trục lăn là $S=2\pi R.h=2\pi.\dfrac{5}{2}.23=115\pi(\text{cm}^2)$.

Vậy sau khi lăn trọn 10 vòng thì trục lăn tạo nên tường phẳng lớp sơn có diện tích là $10S=1150\pi(\text{cm}^2)$.

Câu 32: Chọn C

Gọi giá của vật liệu làm mặt xung quanh là $x,(x>0)$, suy ra giá của vật liệu làm đáy và nắp là $1,5x$.

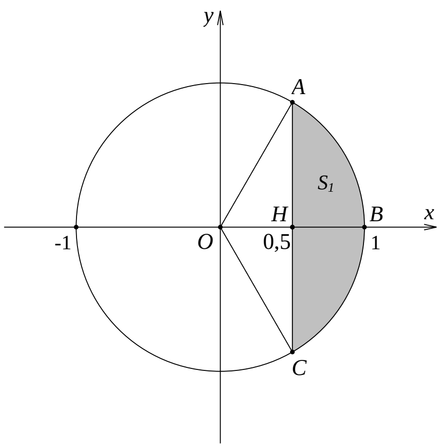
Tổng chi phí vật liệu sản xuất thùng:

$$T=3x\pi r^2+2x\pi rh=\pi x\left(3r^2+\frac{2V}{\pi r}\right)=\pi x\left(3r^2+\frac{V}{\pi r}+\frac{V}{\pi r}\right)\ge \pi x.\left(3\sqrt[3]{3r^2.\frac{V}{\pi r}.\frac{V}{\pi r}}\right)=3\pi x.\sqrt[3]{\frac{3V^2}{\pi^2}}.$$

Dấu "=" xảy ra khi: $\dfrac{V}{\pi r}=3r^2\Leftrightarrow \dfrac{\pi r^2h}{\pi r}=3r^2\Leftrightarrow h=3r\Leftrightarrow \dfrac{h}{r}=3.$

Câu 33: Chọn B

Gắn hệ trục tọa độ Oxy vào đáy hình trụ như hình vẽ sau



Ta có H là trung điểm OB nên ΔOAB là tam giác đều. Suy ra $\widehat{AOB}=60^\circ$ và $\widehat{AOC}=120^\circ$ nên hình quạt chứa cung nhỏ AC có diện tích là $S=\dfrac{1}{3}\pi r^2=\dfrac{\pi}{3}$.

Khi đó diện tích phần tô đậm trên hình vẽ là $S_1 = S - S_{OAC} = \frac{\pi}{3} - \frac{1}{2}.0,5.\sqrt{3} = \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}$.

Và thể tích dầu được rút ra là $V_1 = h.S_1 = 5.\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$.

Thể tích bồn chứa dầu hình trụ là $V = \pi r^2 h = 5\pi$.

Thể tích dầu còn lại trong bồn là $V_2 = V - V_1 = 5\pi - 5.\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right) = \frac{10\pi}{3} + \frac{5\sqrt{3}}{4} \approx 12,637\left(\mathrm{m}^3\right)$.

Cách khác: Có thể tính diện tích phần tô đậm bằng tích phân $S_1 = 2\int_{\frac{1}{2}}^{1} \sqrt{1 - x^2}\,\mathrm{d}x$.

Câu 34: Chọn D

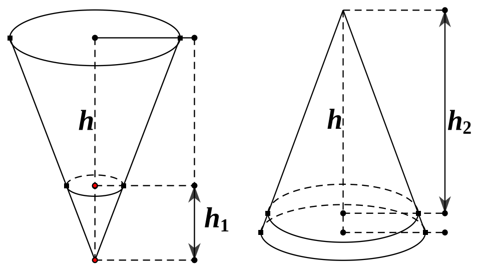
Hai khối trụ có thể tích bằng nhau nên tổng thể tích bằng hai lần thể tích của một khối trụ.

Do $AE = \frac{1}{2}AB = 20m$ bằng chu vi của mặt đáy. Suy ra bán kính đáy $R = \frac{20}{2\pi} = \frac{10}{\pi}m$.

Diện tích mặt đáy là $S = \pi R^2 = \frac{100}{\pi}(m^2)$, chiều cao khối trụ là $AD = 5m$.

Suy ra thể tích một khối trụ là $V = S.h = \frac{500}{\pi}(m^3)$. Vậy tổng thể tích là $\frac{1000}{\pi}(m^3)$.

Câu 35: Chọn D



Gọi $h = 15$ cm là chiều cao của phễu và V là thể tích của phễu hình nón.

Ký hiệu $h_1 = \frac{1}{3}h = 5$ cm là chiều cao và V_1 là thể tích của lượng nước trong phễu.

Gọi h_2, V_2 là chiều cao và thể tích của phần không gian trống trong phễu khi lật ngược phễu lại.

Ta có $V_1 = \left(\frac{1}{3}\right)^3 V = \frac{V}{27}$, $V_2 = \left(\frac{h_2}{h}\right)^3 V$ và $V_1 = V - V_2$.

Khi đó,

$$V_1 = V - V_2 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^3 V = V - \left(\frac{h_2}{h}\right)^3 V \Leftrightarrow \frac{1}{27} = 1 - \left(\frac{h_2}{15}\right)^3 \Leftrightarrow \frac{h_2}{15} = \sqrt[3]{1 - \frac{1}{27}} \Leftrightarrow h_2 = 5\sqrt[3]{26}.$$

Vậy chiều cao của nước khi lật ngược phễu lại là $h - h_2 = 15 - 5\sqrt[3]{26} \approx 0,188$ cm.

Câu 36: Chọn C

Gọi tấm thép hình chữ nhật ban đầu là $ABCD$, r là bán kính của hình tròn đáy.

Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là: $S = AB.AD$. Ta có $3h = 4r + h \Leftrightarrow h = 2r$.

Thể tích của khối trụ $V = \pi.r^2.h = 3,14.r^2.2\mathrm{r} = 6,28\mathrm{r}^3$.

Theo bài ra $V = 50,24 \Leftrightarrow 6,28r^3 = 50,24 \Leftrightarrow r^3 = 8 \Leftrightarrow r = 2$.

Do $r = 2\,\mathrm{dm} = 0,2\,\mathrm{m} \Rightarrow AD = 3h = 6r = 1,2\,\mathrm{m}; AB = 2\pi.r = 1,256\,\mathrm{m}$.

Vậy $S = 1,2.1,256 = 1,5072(\mathrm{m}^2)$.

Câu 37: Chọn D

Gọi O_1, O_2, O_3 lần lượt là tâm của ba viên bi và $r_1 = r_2 = r_3 = \sqrt{3}$ là bán kính của ba viên bi đó. Theo giả thiết thì ba đường tròn lớn của ba viên bi đôi một tiếp xúc với nhau, khi đó ba điểm O_1, O_2, O_3 tạo thành một tam giác đều cạnh $2\sqrt{3}$. Gọi O là trọng tâm của tam giác $O_1O_2O_3$ thì

$OO_1 = OO_2 = OO_3 = \dfrac{2}{3}.2\sqrt{3}.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 2$.

Cũng theo giả thiết thì ba viên bi tiếp xúc với các đường sinh của lọ hình trụ tại 3 điểm nằm trên một đường tròn bằng đường tròn đáy của lọ hình trụ .

Vậy bán kính đáy của lọ hình trụ là $OM = OO_3 + O_3M = 2 + \sqrt{3}$.

Câu 38: Chọn C

Ta có $S_{đáy} = \pi r^2$; $S_{xq} = 2\pi rh$.

Thể tích khối trụ $V = S_{đáy}.h \Rightarrow h = \dfrac{V}{S_{đáy}} = \dfrac{V}{\pi r^2}$.

$S_{tp} = 2S_{đáy} + S_{xq} = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 2\pi r^2 + 2\pi r.\dfrac{V}{\pi r^2} = 2\pi r^2 + \dfrac{2V}{r}$.

Xét hàm số $f(r) = 2\pi r^2 + \dfrac{2V}{r}$, có $f'(r) = 4\pi r - \dfrac{2V}{r^2}$; $f'(r) = 0 \Leftrightarrow 4\pi r = \dfrac{2V}{r^2} \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$.

Từ đó suy ra giá trị nhỏ nhất của hàm số đạt tại $r = \sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$.

Vậy khi $r = \sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$ thì diện tích toàn phần hình trụ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 39: Chọn B

Gọi bán kính đáy của hình trụ là R và chiều cao là h.

Do thể tích khối trụ là 72 nên $\pi R^2 h = 72 \Leftrightarrow h = \dfrac{72}{\pi R^2}$.

Diện tích đáy là πR^2. Diện tích xung quanh là $2\pi Rh = 2\pi R.\dfrac{72}{\pi R^2} = \dfrac{144}{R}$.

Chi phí làm bình là:

$T=100.\pi R^2+90.\dfrac{144}{R}+140.\pi R^2=240\pi R^2+\dfrac{12960}{R}$

$=240\pi R^2+\dfrac{6480}{R}+\dfrac{6480}{R}\ge 3\sqrt[3]{240\pi R^2.\dfrac{6480}{R}.\dfrac{6480}{R}}=6480\sqrt[3]{\pi}.$

Dấu bằng xảy ra khi $240\pi R^2=\dfrac{6480}{R}=\dfrac{6480}{R}\Leftrightarrow R=\dfrac{3}{\sqrt[3]{\pi}}.$

Câu 40: Chọn C

Ta có: $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=27\Rightarrow h=\dfrac{3^4}{\pi r^2}$. Độ dài đường sinh là $l=\sqrt{h^2+r^2}=\sqrt{\dfrac{3^8}{\pi^2r^4}+r^2}$

Lượng giấy tiêu thụ ít nhất khi diện tích xung quanh nhỏ nhất.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq}=\pi rl=\pi r\sqrt{\dfrac{3^8}{\pi^2r^4}+r^2}=\pi\sqrt{\dfrac{3^8}{\pi^2r^2}+r^4}$

$=\pi\sqrt{\dfrac{3^8}{2\pi^2r^2}+\dfrac{3^8}{2\pi^2r^2}+r^4}\ge\pi\sqrt{3\sqrt[3]{\dfrac{3^{16}}{4\pi^4}}}$

Dấu "=" xảy ra khi $\dfrac{3^8}{2\pi^2r^2}=r^4\Leftrightarrow r=\sqrt[6]{\dfrac{3^8}{2\pi^2}}\,(cm)$. Chọn đáp án C

Câu 41: Chọn A

Gọi r,h,l lần lượt là bán kính đáy, chiều cao và đường sinh của hình nón và I_1,I_2,O lần lượt là tâm của hai đường tròn $(C_1),(C_2)$ và mặt cầu.

Vì hai đường tròn $(C_1),(C_2)$ có bán kính bằng nhau nên dễ dàng suy ra: $OI_1=OI_2=\dfrac{h}{2}$

Ta có $r=\sqrt{R^2-\dfrac{h^2}{4}}\Rightarrow l=\sqrt{h^2+r^2}=\sqrt{R^2+\dfrac{3h^2}{4}}$.

Diện tích xung quanh hình nón là $S_{xq}=\pi rl=\pi.\sqrt{R^2-\dfrac{h^2}{4}}.\sqrt{R^2+\dfrac{3h^2}{4}}=\dfrac{\pi}{4\sqrt{3}}\sqrt{\left(12R^2-3h^2\right).\left(4R^2+3h^2\right)}\le\dfrac{2\pi R^2}{\sqrt{3}}$.

S_{xq} lớn nhất bằng $\dfrac{2\pi R^2}{\sqrt{3}}$. Dấu " = " xảy ra khi và chỉ khi $12R^2-3h^2=4R^2+3h^2\Leftrightarrow h=\dfrac{2R}{\sqrt{3}}$.

$\Rightarrow r=\dfrac{R\sqrt{6}}{3}$.

Mà bán kính đáy và chiều cao của hình nón cũng chính là bán kính đáy và chiều cao hình trụ.

Vậy thể tích hình trụ $V=\pi.r^2.h=\pi.\dfrac{6R^2}{9}.\dfrac{2R}{\sqrt{3}}=\dfrac{4\pi R^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 42: Chọn D

Gọi bán kính của khối trụ là $x\ (0<x<3)$, chiều cao của khối trụ là $h=OO'\left(0<h<6\right)$.

Khi đó thể tích khối trụ là: $V=\pi x^2h$.

Ta có: $\Delta SO'N$ đồng dạng với ΔSOB nên có $\dfrac{O'N}{OB}=\dfrac{SO'}{SO}\Leftrightarrow\dfrac{x}{3}=\dfrac{6-h}{6}\Leftrightarrow h=6-2x$.

Suy ra $V=\pi x^2h=\pi x^2\left(6-2x\right)=\pi\left(6x^2-2x^3\right)$.

Xét hàm $f\left(x\right)=6x^2-2x^3$, $\left(0<x<3\right)$.

$f'\left(x\right)=12x-6x^2$; $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\ (l)\\x=2\ (n)\end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

Do đó V lớn nhất khi hàm $f\left(x\right)$ đạt giá trị lớn nhất.

Vậy thể tích của khối trụ lớn nhất là $V=8\pi$ khi bán kính khối trụ bằng 2.

Câu 43: Chọn B

Cách 1:

Gọi D là hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng $\left(O\right)$.

Kẻ $AH\perp OD$, $H\in OD$.

Ta có thể tích của khối chóp $OO'AB$: $V_{OO'AB}=\dfrac{1}{3}AH.S_{\Delta OO'B}=\dfrac{2a^2}{3}.AH\le\dfrac{2a^2}{3}.AO=\dfrac{4a^3}{3}$.

$\left(V_{OO'AB}\right)_{\max}\Leftrightarrow H\equiv O$. Suy ra $AD=2\sqrt{2}a$.

Suy ra: $\tan\alpha=\tan BAD=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Cách 2:

Nhận xét: *Nên thêm giả thiết AB chéo với OO' để tứ diện $OO'AB$ tồn tại.*

Gọi D là hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng chứa đường tròn $\left(O\right)$.

Gọi C là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng chứa đường tròn $\left(O'\right)$.

Ta có $O'CB.OAD$ là một hình lăng trụ đứng.

Ta có thể tích của khối chóp $OO'AB$:

$V_{OO'AB}=V_{O'BC.OAD}=\dfrac{1}{3}2a.S_{\Delta OAD}=\dfrac{1}{3}.2a.\dfrac{1}{2}.2a.2a.\sin AOD\le\dfrac{4a^3}{3}$.

$\left(V_{O'ABCD}\right)_{\max}\Leftrightarrow AOD=90^0\Leftrightarrow AD=2\sqrt{2}a$. Suy ra: $\tan\alpha=\tan BAD=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 44: Chọn D

Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng chứa đường tròn (O).

Gọi K là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng chứa đường tròn (O').

Ta có $HAD.BKC$ là một hình lăng trụ đứng.

Ta có thể tích của tứ diện $CDAB$ là

$$V_{ABCD}=\frac{1}{3}V_{HAD.BKC}=\frac{1}{3}.2a.S_{\Delta HAD}=\frac{1}{3}.2a.\frac{1}{2}.AD.d(H;AD)=\frac{1}{3}.2a.\frac{1}{2}.2a\sqrt{3}.d(H;AD).$$

$\left(V_{ABCD}\right)_{\max}\Leftrightarrow\left(d(H;AD)\right)_{\max}\Leftrightarrow H$ là điểm chính giữa cung lớn AD của đường tròn (O).

Theo định lý sin ta có $\dfrac{AD}{\sin AHD}=2.2a\Leftrightarrow\sin AHD=\dfrac{AD}{4a}=\dfrac{2\sqrt{3}a}{4a}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ nên $AHD=60^0$.

Do đó xảy ra khi ΔAHD đều $\Leftrightarrow AH=AD=2\sqrt{3}a$.

Suy ra: $\tan\alpha=\tan BAH=\dfrac{BH}{AH}=\dfrac{2a}{2a\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 45: Chọn A

Kẻ đường thẳng qua O' song song với AB cắt mặt phẳng chứa đường tròn (O) tại O_1.

Lúc đó $AO_1D.BO'C$ là một hình lăng trụ chiều cao bằng $2a$.

Vì $AD=BC$ nên $S_{\Delta BO'C}=S_{\Delta OAD}$

Ta có thể tích của khối chóp $O'.ABCD$:

$$V_{O'ABCD}=\frac{1}{3}V_{AO_1D.BO'C}=\frac{2}{3}.2a.S_{\Delta BO'C}=\frac{2}{3}.2a.S_{\Delta OAD}=\frac{2}{3}.2a.\frac{1}{2}.2a.2a.\sin AOD\le\frac{8a^3}{3}.$$

$\left(V_{O'ABCD}\right)_{\max}\Leftrightarrow AOD=90^0\Leftrightarrow AD=2\sqrt{2}a$.